DE GRUYTER

Archimedes

ARCHIMEDIS OPERA OMNIA

Johan Ludvig Heiberg (Ed.)

VOLUMEN I

BIBLIOTHECA SCRIPTORUM GRAECORUM ET ROMANORUM TEUBNERIANA (BT)

DE
G

ARCHIMEDIS

OPERA OMNIA

CVM COMMENTARIIS EVTOCII

ITERVM EDIDIT

IOHAN LVDVIG HEIBERG

CORRIGENDA ADIECIT

EVANGELOS S. STAMATIS

VOL. I

EDITIO STEREOTYPA EDITIONIS
ANNI MCMX

STVTGARDIAE IN AEDIBVS B. G. TEVBNERI MCMLXXII

ISBN 3-519-01062-3

Printed in Germany
Druck: Julius Beltz, Weinheim a. d. B.

I. N. MADVIGIO

VIRO DOCTISSIMO CLARISSIMO HUMANISSIMO
PRIOREM EDITIONEM ANTE HOS XXX ANNOS MISIT,

MANIBUS SUMMI VIRI

HANC NOVAM DEDICAT

EDITOR DISCIPULUS

PRAEFATIO.

Editionem meam Archimedis, quae prodiit annis MDCCCLXXX et LXXXI, iam diu recudere desiderabam, cum quia nouum adcesserat subsidium criticum interpretatio Guilelmi de Moerbeka a Valentino Rose u. d. reperta (u. Deutsche Litteraturzeitung 1884 p. 210 sqq.), tum quia iudicio maturato defectus illius operis iuuenilis reparare me posse putabam. quare adsentiente bibliopola annis MDCCCCIII et IV Romae, Venetiis, Mediolani, Parisiis et interpretationem Guilelmi contuleram et cetera, quae nouae editioni utilia esse poterant, collegeram, cum ab Hermanno Schoene u. d. de codice Hierosolymitano rescripto 355 (u. Papadopulos Kerameus, Ἱεροσολυμ. βιβλιοθ. IV p. 329) admonitus sum. quem codicem cum ex frustulis in catalogo adlatis Archimedem continere intellexissem, aestate anni MDCCCCVI Constantinopolim me contuli ad eum examinandum. quo facto cum summo stupore cognoui, codicem non modo partes haud exiguas librorum de sphaera et cylindro, de dimensione circuli, de spiralibus, de planorum aequilibriis praebere, sed etiam ignota quaedam (u. Hermes XLII p. 238), ita ut editio noua operum Archimedis non iam optabilis sed prorsus necessaria uideretur. noua illa in uolumine secundo edentur.

In hac editione paranda his subsidiis usus sum:

A = cod. Georgii Vallae, qui interiit ille quidem, sed satis certo restitui potest ex codicibus DEGH.

B = cod. Ottobon. lat. 1850, autographus Guilelmi de Moerbeka, cuius interpretatio ad uerbum Graeca sequitur. contuli Romae a. MDCCCCIV.

B^2= eiusdem codicis corrector saeculi XV.

𝕭 = eiusdem codicis pars ex alio codice Graeco desumpta.

C = cod. rescriptus Metochii Constantinopolitani S. Sepulchri monasterii Hierosolymitani 355 saec. X. contuli partim Constantinopoli a. MDCCCCVI partim Hauniae lucis ope expressum; codicem ipsum rursus inspexi a. MDCCCCVIII. litteras incertas uncis ( ) inclusi; (C) significat, codicem adesse illum quidem sed legi non posse, quod ibi tantum indicaui, ubi locus erat dubitandi.

D = cod. Laurent. XXVIII 4, saec. XV. contuli Florentiae a. MDCCCLXXIX, rursus inspexi a. MDCCCCIII.

E = cod. Marcian. 305, saec. XV. inspexi a. MDCCCLXXIX et MDCCCCIII.

F = cod. Parisin. 2359, saec. XVI.

G = cod. Parisin. 2360, saec. XVI.

H = cod. Parisin. 2361, scr. anno MDXLIV.

J = cod. Parisin. 2362, saec. XVI.

codices Parisinos, de quibus quae in priore editione rettuli, Henrico Lebègue debebam, inspexi Parisiis a. MDCCCCIII.

de his ceterisque codicibus in prolegomenis uoluminis III uberius exponetur.

cetera sigla, quibus in adparatu usus sum, haec sunt:

Basil. = editio princeps, Basileae 1544 fol., cum interpretatione Jacobi Cremonensis.

Quaest. Arch. = Quaestiones Archimedeae, scripsit J. L. Heiberg. Hauniae 1879.

ZMP. = Zeitschrift für Mathematik und Physik, historisch-litterarische Abtheilung.

NJS. = Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik, Supplementband.

opera uirorum doctorum, unde ad emendationem uel explicationem uerborum Archimedis aliquid desumpsi, haec sunt:

Riualtus = Archimedis opera. Parisiis 1615 fol.

Torellius = Archimedis opera. Oxonii 1792 fol.

Commandinus = A. opera nonnulla latine. Venetiis 1558 fol.

Wallis = A. arenarius et dimensio circuli. Oxonii 1678. 8, et Opera III p. 509 sqq.

Sturm = Des unvergleichlichen Archimedis Kunstbücher, übersetzt und erläutert. Nürnberg 1670 fol.

Barrowius = Opera Archimedis methodo novo illustrata et demonstrata. Londini 1675. 4.

Hauber = A. über Kugel und Cylinder und über Kreismessung, übersetzt mit Anmerkungen. Tübingen 1798. 8.

Gutenäcker = A.'s Kreismessung griechisch und deutsch. Würzburg 1828. 8.

Nizze = A.'s vorhandene Werke, übersetzt und erklärt. Stralsund 1824. 4.

Censor Ienensis (Jen.) = Uir doctus ignotus, qui de editione Torellii censuram proposuit Jenaer Litteraturzeitung 1795 Nr. 172—73 p. 610—23.

Wurm = Fr. Wurmii censura editionis Gutenäckeri Jahns Jahrbücher XIV p. 175—85.

Ahrens = De Graecae linguae dialectis, II. Gottingae 1843.

Bergk = Fünf Abhandlungen zur Geschichte der Griechischen Philosophie und Astronomie. Leipzig 1883. p. 141 ff.

Zeuthen = Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum. Kopenhagen 1886.

Heath = The works of Archimedes. Cambridge 1897.

praeterea Fridericus Blass, Theodorus Gomperz (Beiträge zur Kritik und Erklärung griechischer Schriftsteller III p. 24), Fridericus Hultsch hic illic nonnulla emendauerunt, quae suis locis indicabuntur.

emendationes aliquot ipse proposui Quaest. Arch. cap. VII et in editione Arenarii ei libro adiuncta, quarum partem nunc improbaui, plerasque recepi. in Eutocio quaedam emendare conatus sum Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik, Supplementband XI p. 375—83.

De interpretatione notisque meis haec ex editione priore repetenda esse duxi.

In interpretatione Latina, quam totam de meo conscripsi, id maxime secutus sum, ut ubique sententia satis dilucide adpareret, et Archimedea orationis forma demonstrandique ratio quam maxime seruaretur, ita tamen, ut, ubi fieri posset, ea, quae Archimedes uerbis exposuerat, signis, quibus nostri mathematici utuntur, exprimerem. quod ut fieret, interdum ab usu linguae Latinae longius discedere coactus sum, maxime in collocatione uerborum, et parum Latine loqui, ne aut obscura esset interpretatio aut a Graecis uerbis nimis discreparet. in multorum uerborum interpretatione Hultschium secutus sum, uelut, eo praeeunte pro Graecorum *διπλάσιος* cett. sequente genetiuo dixi: duplo maior quam, cett. (Hultsch, Pappus I p. 59 not. 1); sed ubi haec orationis forma minus apta erat, uelut pro Graeco *διπλασίονα λόγον ἔχειν*, scripsi: duplicem rationem habere quam, et similia (cfr. Liuius XXXIV, 19, 4; Columella I, 8, 8; Plinius h. nat. XIX, 9; Quintil. II, 3, 3).[1])

---

1) Hos locos mihi indicauit O. Siesbyeus u. d.

In notis interpretationi adiunctis maxime id studui, ut supplerem, quae ab Archimede in demonstratione omissa erant, et locos obscuriores illustrarem. in libris de sphaera et cylindro libelloque de dimensione circuli in notis indicaui, quaecunque de genuina scriptura Archimedis suspicari licet. hi enim libri non modo dialecto Dorica spoliati sunt, sed etiam plurimis locis refícti, cum transscriptor et adderet, quae ei necessaria uiderentur, et omitteret, quae abęsse posse putaret, et omnino suae aetatis sermonem rerumque mathematicarum nomina, quae tum in usu erant, inferret. itaque cum intellegerem, in his libris manum Archimedis restitui non posse, satius duxi recensionem posteriorem sequi et tantum modo apertissimos scribendi errores corrigere. sed praeterquam quod, ut dixi, in notis indicaui genuinam Archimedis scripturam, ubicunque aut constabat aut probabili coniectura restitui poterat, etiam additamenta plurima in Graecis uerbis uncis [ ] inclusi, in interpretatione omisi.[1]) de additamentis illis cfr. quae scripsi Quaest. Arch. p. 69—78 et Neue Jahrbücher Suppl. XI p. 384—398 (ibidem XIII p. 566—577 de interpolationibus ceterorum librorum egi). in iis locis, quos postea subditiuos esse intellexi, semper causam in notis breuiter indicaui; de ceteris satis esto semel hic illas duas disputationes citasse. unum locum tamen, in quo longiore disputatione opus est, hic uberius tractare libet.

De sphaera et cylindro I, 41 p. 152, 17: *καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N κύκλον*] sint spatia rectangula lateribus polygonorum (P, p) et rectis angulos iungentibus comprehensa S, s; quae aequalia sunt radiis (R, r) quadratis circulorum M, N. et cir-

---

1) In interpretatione uncis [ ] inclusi, quae aliunde citaui, uncis uero ⟨ ⟩, quae in uerbis Archimedis addidi ad demonstrationis rationem explicandam.

culis N, M aequales sunt superficies figurarum circumscriptae et inscriptae (O, o). iam Archimedes inde, quod est

$$S : s = EK^2 : A\Lambda^2,$$

concludi uult $O : o = EK^2 : A\Lambda^2$. si genuina essent uerba illa, hoc sic efficeret. $S : s = EK^2 : A\Lambda^2$. sed $S : s = R^2 : r^2 = M : N$, et $EK^2 : A\Lambda^2 = P : p$; quare $P : p = M : N$. sed $M : N = O : o$ et $P : p = EK^2 : A\Lambda^2$; quare $O : o = EK^2 : A\Lambda^2$. quod quam prauum sit, nemo non uidet; nam polygonorum prorsus peruerse mentio iniecta est, cum deberet sic concludi:

$$S : s = R^2 : r^2 = M : N = O : o;$$

sed $S : s = EK^2 : A\Lambda^2$; quare $O : o = EK^2 : A\Lambda^2$. augent malum uerba sequentia lin. 22 *τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον* (debebat esse *τὰ πολύγωνα*), quae praecedere debebant uerba *διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ*, cum hoc ex illo concludatur. adparet igitur, hos duos locos subditiuos esse. sed repugnare uidetur Eutocius, qui haec habet: *ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν Ν*. sed puto, eum minus proprie loqui et ad ipsam rationem ab Archimede in priore parte propositionis demonstratam $O : o = EK^2 : A\Lambda^2$ respicere. nam cum $O : o = M : N$ (ex hypothesi) et

$$EK^2 : A\Lambda^2 = P : p \text{ (Eucl. VI, 20)},$$

hinc ratio $P : p = M : N$ tam facile sequitur, ut Eutocius recte dicere possit, hanc rationem simul cum illa demonstratam esse. eodem modo Archimedes dicit: *ἐδείχθη δέ, ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου* (p. 154, 13), cum tamen hoc tantum demonstrauerit $O : o = EK^2 : A\Lambda^2$; unde facile concluditur $R : r = EK : A\Lambda$. subditiua esse uerba illa, hinc quoque adparet, quod Archimedes prop. 42 p. 156, 27 hanc ipsam rationem $O : o = P : p$ proponit his uerbis additis: *ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ*

τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν (h. e. $EK : AΛ$). haec enim uerba sine dubio in prop. 41 addidisset, si ibi quoque hac ratione uti uoluisset; et praeterea Eutocius ad prop. 42 uerba *ἑκάτερος γὰρ κτλ.* illustrat, cum tamen satis esset uerba ipsius Archimedis ex prop. 41 adferre. quare puto, uerba illa a transscriptore ad similitudinem propositionis 42 interposita esse. hoc ideo quoque pluribus uerbis exposui, ut uno saltem exemplo additamentum manifesto argueretur, qualia in his libris plurima occurrunt.

in his igitur libris dialectum Doricam restituendam non esse putaui, in ceteris uero in uniuersum eam tenui rationem, quam proposui Neue Jahrb. Suppl. XIII p. 543—566. sed eam aspere exigendam esse non censui, ut potius cautior essem, quam ut in contrarium uitium inciderem.[1]) ceterum in hac editione adparatum criticum omnibus scripturis ad dialectum solam pertinentibus exoneraui; quid quoque loco praebeant codices, in praefatione uoluminis II sub uno conspectu indicabo.

Restat, ut uiris summis, qui Instituto Carlsbergico praesunt, maximas gratias publice agam, cuius opibus, ut in priore editione paranda, ita in hac quoque largiter adiutus sum.

Scr. Hauniae mense Januario MDCCCCX.

J. L. HEIBERG.

---

1) In accentibus ponendis nunc ea secutus sum, quae exposuit Richardus Meister Zur griechischen Dialektologie, Gottingae 1883. diphthongum *-οι*, non *-αι*, in nominatiuo plurali pro longa habui testimonio grammaticorum fretus (u. Gregorius Corinthius p. 314 ed. Schaefer), qui de diphthongo *-αι* nihil eius modi tradunt.

DE SPHAERA ET CYLINDRO

LIBRI II.

α΄.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἀπέσταλκά σοι τῶν ὑφ' ἡμῶν τεθεωρημένων γράψας μετὰ ἀποδείξεως, ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ βάσιν τὴν αὐτὴν ἔχοντος τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον· ὕστερον δὲ ἡμῖν ὑποπεσόντων θεωρημάτων ἀξίων λόγου πεπραγματεύμεθα περὶ τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. ἔστιν δὲ τάδε· πρῶτον μέν, ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ· ἔπειτα δέ, ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστιν τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα τῇ φύσει προυπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, ἠγνοεῖτο δὲ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀνεστραμ-

---

In A prima pagina detrita erat; om. H. *Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου* AC, *α΄* add. CE. **1** *χαίρειν*] BCDE, *εὐπράττειν* G. **2** *ἀπέσταλκά*] BCDG, *ἐπεστάλκαμεν* E. *σοι*] hic des. E. *σοι*—**3** *ἀποδείξεως*] BC, lac. G, *σοι τα δυσ ποτε θεωρημενα γραψαντες μετα ἀποδειξεων* seq. lac. D. **4** *τε εὐθείας καί*]

I.

Archimedes Dositheo s.

Antea ad te misi eorum, quae ad id tempus perspexeram, hoc demonstratione adiuncta conscriptum: quoduis segmentum recta et coni rectanguli sectione comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.[1]) postea autem cum incidissem in theoremata quaedam nondum demonstrata, demonstrationes eorum confeci. sunt autem haec: primum cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo;[2]) deinde cuiusuis segmenti sphaerae superficiei aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit rectae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti;[3]) et prae-

1) H. e. *Τετραγ. παραβ.* 17; 24.
2) H. e. *Περὶ σφ. καὶ κυλ.* I, 30.
3) Ibid. I, 39—40.

BCG, om D. **5** *επι* lac. *τριτον* D. *τριγώνου* — **6** *αὐτήν*] (C), trigoni habentis basem eandem B, *ταύτην τὴν βάσιν* D, *τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτήν* G. **6** *ἔχοντος*] CD, om. G. *ὕστερον δέ*] BC, lac. G, *μετὰ δὲ ταῦτα* D. **7** *ἡμῖν ὑποπεσόντων*] BC, *ἀποπεσον των* D, *πεσόντων* G. *ἀξίων λόγου*] BC, *αντιλεγον* D, lac. G. *πεπραγματεύμεθα περί*] BC, *πεπραγματευον δη μετα* D, *πεπραγμα* seq. lac. G. **8** *αὐτῶν*] BC, *αυτα* D, om. G. *ἔστιν*] D, *ἔστι(ν)* C, om. G. *δέ*] BC, *δε τι* D, om. G. *τάδε* — **9** *πάσης*] om. G. **9** *πάσης*] BC, *της* D. **10** *ἐστίν*] C, *ἐστί* DG. *τῶν ἐν αὐτῇ*] BCG, om. D. *ἔπειτα*] *εἶτα* post lac. G. **11** *τμάματος* C. **12** *κύκλος*] *κωνῳ* D. **14** *βασης* D. **15** *ὁ* (pr.)] om. D. *ὁ βάσιν μὲν ἔχων*] *την βασιν εχοντος* D. **16** *ἴσην*] *τὴν αὐτὴν* post ras. 1 litt. G. **17** *ισσον* D. *τῇ*] om. D. *αὐτός τε ἡμιόλιός*] *τοτε ημιολιον* D. **18** *ἐστι* G. **19** *δὲ τὰ συμπτώματα*] lac. G. **20** *τῇ*] *αυτη* D. *εἰρημένα*] seq. ras. 2 litt. G. *ἠγνοεῖτο*] BC, *ηγνοειστο* D, *γνοει* inter 2 lac. G. *σχάματα* C. **21** *δὲ ὑπὸ τῶν*] lac. G. *ἀνεστραμμένων*] BC, *ἀνε* seq. lac. DG.

μένων οὐδενὸς αὐτῶν ἐπινενοηκότος, ὅτι τούτων τῶν σχημάτων ἐστὶν συμμετρία· διόπερ οὐκ ἂν ὀκνήσαιμι ἀντιπαραβαλεῖν αὐτὰ πρός τε τὰ τοῖς ἄλλοις γεωμέτραις τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὰ δόξαντα πολὺ ὑπερέχειν τῶν ὑπὸ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων, ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον ἐστὶ μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ γὰρ τούτων προυπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινεν ὑπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι. ἐξέσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. ὤφειλε μὲν οὖν Κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα· τῆνον γὰρ ὑπολαμβάνομέν που μάλιστα ἂν δύνασθαι κατανοῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι· δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων ἀποστέλλομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι. ἐρρωμένως.

Γράφονται πρῶτον τά τε ἀξιώματα καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

---

1 *οὐδενός—ἐπινενοηκότος*] BC, *ενοηκοτος* D, *νενοηκότος* G. 2 *ἐστίν*] om. G. *συμμετρία*] BC, lac. DG. *διόπερ*] C, propter quod itaque B, lac. DG. *οὐκ ἂν ὀκνήσαιμι*] C, non sum veritus B, *οκνησαιμι* D, om. G. 3 *ἀντιπαραβαλεῖ* G. *πρός—γεωμέτραις*] BC, *το* post lac. D, lac. G. 4 *πολύ*—5 *ὑπό*] (C), multum excedere B, *πολλα* seq. lac. D, *πολ* seq. lac. G. 5 *Εὐδόξου*] B, (*Εὐ*)*δόξου* C, lac. D, *ξου* post lac. G. *θεωρητεντων* D. 6 *μερος ἐστι* D. 7 *τῇ*] DG, om. C. *πυραμιδει* D. 8 *ἐστίν*] C, comp. D, *ἐστί* G. 10 *τούτων*] *που των* D. *σχάματα* C. 11 *πρό*] seq. lac. G, mg. *ἐν τοῖς ἐσχάτοις χωρίοις τούτοις οὐδὲν λείπει.*

terea quemuis cylindrum basim habentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera, et superficiem eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem.[1]) hae autem proprietates ipsa natura figuris, quas commemoraui, inde ab initio erant, ignorabantur autem ab iis, qui ante nos geometriae studebant, nec quisquam eorum intellexerat, harum figurarum commensurationem esse; quare non dubitauerim eas eodem loco ponere, quo et ea, quae ceteri geometrae perspexerunt, et ea, quae longe praestare uidentur eorum theorematum, quae Eudoxus de figuris solidis proposuit: quamuis pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem, et quemuis conum tertiam partem esse cylindri basim eandem habentis, quam conus, et altitudinem aequalem; nam cum hae quoque proprietates ipsa natura his figuris essent inde ab initio, adcidit, ut ab omnibus geometris, qui tamen plurimi et praestantissimi ante Eudoxum fuerant, ignorarentur nec a quoquam intellegerentur. licebit autem omnibus, qui quidem poterunt, haec inuenta mea examinare. certe Conone uiuo haec edenda fuerunt; illum enim existimo praeter ceteros haec intellegere potuisse et aptum de iis iudicium proferre. sed operae pretium me esse facturum ratus, si haec cum mathematices studiosis communicassem, ad te demonstrationes, quas conscripsi, misi, quas mathematices peritis licebit examinare. uale.

Primum proponuntur et postulata, et quae ad demonstrationes inuentorum meorum adsumpsi.

1) H. e. I, 34 coroll.

12 ἀγνοεῖσθαι] εισθαι post lac. G. 13 ἐξέσται] seq. lac. in extr. lin. G (cfr. ad lin. 11). 15 putabamus B. 16 ἄν] om. BCDG. 17 αὐτῶν]-ω-e corr. G. ἀπόφανσιν G. 18 καλῶς] inc. EH. 19 μαθημα seq. lac. G. ἀποστέλλομέν] lac. E, λλομεν post lac. G. 20 περί] CEHG, etiam B, τε D. 21 ἐρρωμένως] A, ἐρωμένως C, vale B, ἔρρωσο Basil. 22 τά τε ἀξιώματα] BCGH, τω τε αξιωμα D, τό τε ἀξίωμα E.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α′. Εἰσί τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἳ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β′. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμήν, ἐν ᾗ ἐὰν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιωνοῦν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

γ′. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσιν πεπερασμέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσαι ἐν ἐπιπέδῳ, αἳ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δ′. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς ἐπιφανείας, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

ε′. Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ κορυφὴν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

ϛ′. Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεόν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

---

1 et numeros add. *Torellius.* 7 *ἐάν*] ABC, *ἄν* *Riualtus.*

DEFINITIONES.

1. Sunt quaedam in plano curuae lineae terminatae, quae aut totae in eadem parte sunt rectarum terminos earum iungentium aut nihil in altera parte positum habent.

2. In eandem partem cauam lineam eiusmodi uoco, in qua sumptis duobus punctis quibuslibet rectae puncta iungentes aut omnes in eandem partem lineae cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsam lineam, nulla autem in alteram partem.

3. Similiter etiam superficies quaedam sunt terminatae, ipsae quidem non in plano positae, terminos autem in plano positos habentes, quae aut totae in eadem parte sunt illius plani, in quo terminos positos habent, aut certe nihil in altera parte positum habent.

4. In eandem igitur partem cauas eiusmodi uoco superficies, in quibus sumptis duobus punctis rectae puncta iungentes aut omnes in eandem partem superficiei cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsam, nulla autem in alteram partem.

5. Sectorem autem solidum uoco, cum conus sphaeram secat uerticem habens ad centrum sphaerae, figuram, quae a coni superficie eaque parte superficiei sphaerae continetur, quae intra conum cadit.

6. Rhombum autem solidum uoco, cum duo coni eandem basim habentes uertices habent in utraque parte plani, in quo est basis, positos, ita ut axes eorum in directo siti sint, figuram solidam ex utroque cono compositam.

---

11 δή] autem B. **13** αἵ] scripsi, και ABC. **14** ἔχουσιν] e corr. B, εχουσα ABC. **18** πίπτουσιν] A, πίπτουσι C. **19** αὐτῆς] Jen., αὐτ(ῆς) C, αυτων AB. δέ] AB, δὲ μέρη C. **21** τέμνῃ] A, τέμῃ C. τῷ κέντρῳ] C, το κεντρον A. **28** κώνοιν] C, κονοιν A. **29** στερεόν] A, τὸ στερεόν C.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα·

α´. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

β´. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ οὖσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ´. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

δ´. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἡ ἑτέρα ἐπιφάνεια καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε´. Ἔτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον αὐτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

---

1 et numeros add. *Torellius.* **3** τῶν] C, τῳ των A. **5** ἐάν— **6** ἀνίσους] AB, om. C. **6** ἔχωσιν] habeant B, εχουσιν A. **8** ἑτέρας] *Barrowius,* ετερας επιφανειας AC, altera superficies B, sed superficies del. **10** ἔχῃ] A, ἔχει C, hn̄t corr. in habeat B. **15** καί] AC, om. B; fort. τῶν. **16** ἀν-

POSTULATA.

Postulo autem haec:

1. Omnium linearum eosdem terminos habentium minimam esse rectam.[1])

2. Ex ceteris uero lineis, si in plano positae eosdem terminos habeant, inaequales esse eiusmodi lineas, si utraque in eandem partem caua sit, et aut tota altera ab altera rectaque eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

3. Similiter etiam inter superficies eosdem terminos habentes, si in plano terminos habeant, minorem esse planam superficiem.

4. Inter ceteras autem superficies eosdem terminos habentes, si in plano sint termini, inaequales esse eiusmodi superficies, si in eandem partem utraque caua sit, et aut tota altera ab altera superficieque plana eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

5. Porro autem inter lineas inaequales et inaequales superficies et inaequalia solida maius excedere minus eiusmodi magnitudine, quae ipsa sibi addita quamuis magnitudinem datam earum, quae cum ea comparari possint, excedere possit.[2])

---

1) Cfr. Eucl. Elem. I def. 4: *εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται* et Proclus in Eucl. p. 110, 10 *Friedlein: ὁ δ' αὖ Ἀρχιμήδης τὴν εὐθεῖαν ὡρίσατο γραμμὴν ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. διότι γάρ, ὡς ὁ Εὐκλείδιος λόγος φησίν, ἐξ ἴσου κεῖται τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις, διὰ τοῦτο ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν.*

2) Eucl. V def. 4: *λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.* de hoc axiomate etiam alibi ab Archimede sumpto u. Quaest. Archim. p. 44 sq. cfr. Eucl. X, 1.

ἴσους] C, *ανισας* A (H et E, sed corr.). **19** *ἡ ἑτέρα*] scripsi, *ετερα* A, altera supra scr. B, om. C. *ἐπιφάνεια*] A, superficies corr. ex superficie B, *ἐπιφανείας* C. **21** *ἔχῃ*] A, *ἔχει* C, habe•t B[1]. **25** *αὐτό*] H, *εαυτο* AC, ipsum B. **26** *ἑαυτῷ*] AB, *αὐτῷ* C

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερόν, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶν τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης.

α΄.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶν τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

περὶ γὰρ κύκλον πολύγωνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον. λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶν τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ ΒΑΛ μείζων ἐστὶ τῆς ΒΛ περιφερείας διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως δὲ καὶ συναμφότερος μὲν ἡ ΔΓ, ΓΒ τῆς ΔΒ, συναμφότερος δὲ ἡ ΛΚ, ΚΘ τῆς ΛΘ, συναμφότερος δὲ ἡ ΖΗΘ τῆς ΖΘ, ἔτι δὲ συναμφότερος ἡ ΔΕ, ΕΖ τῆς ΔΖ, ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.

β΄.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα τὰ ΑΒ, Δ, καὶ ἔστω μεῖζον

---

3 πολυγώνου] C, πολυγονου A (D et E, sed corr.). ἐστίν] C, εστι A. 6 τῆς αὐτῆς] AC, ipso B; fort. αὐτῆς. 9 ἐστίν] C, εστι A. 13 ἐστῖ | C, εστι A. 14 ἐστ(ί) C. 16 δὲ καί] autem et B, και AC, δέ H. 18 ΖΗΘ] eras. C. ΖΘ] AB,

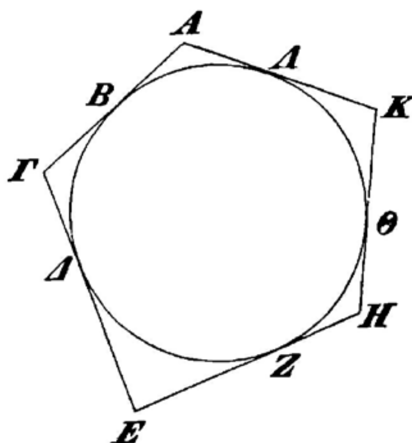
His autem positis, si in circulo polygonum inscribatur, adparet, perimetrum polygoni inscripti minorem esse ambitu circuli; unumquodque enim latus polygoni minus est quam ea pars circuli, quae ab ea abscinditur.

I.

Si circum circulum polygonum circumscribitur, perimetrus polygoni circumscripti maior est ambitu circuli.

circumscribatur enim circum circulum polygonum, quod infra positum est.[1]) dico, perimetrum polygoni maiorem esse ambitu circuli.[2])

nam quoniam $BA + A\Lambda$ maiores sunt quam ambitus pars, quae est $B\Lambda$, propterea quod eosdem terminos habentes illam ambitus partem comprehendunt (post. 2), et similiter etiam



$$\Delta\Gamma + \Gamma B > \Delta B$$

ambitu et

$$\Lambda K + K\Theta > \Lambda\Theta$$

ambitu, porro autem

$$\Delta E + EZ > \Delta Z$$

ambitu, tota perimetrus polygoni maior est ambitu circuli.

II.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus fieri potest, ut inueniantur duae rectae inaequales eiusmodi, ut maior recta ad minorem rationem habeat minorem quam maior magnitudo ad minorem.

sint duae magnitudines inaequales AB, Δ, et maior sit

1) Respicitur ad figuram ab Archimede ipso additam; cfr. p. 14, 2.

2) Citat Pappus I p. 312, 7 ed. *Hultsch*.

ΘZ C. **23** ( )ύο C. **25** ἢ τὸ μεῖζον] AB, ἤτοι μείζων C. **27** ἔστω (pr.)] BC, ὥστε A. μείζων C.

τὸ AB. λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστι δύο εὐθείας ἀνίσους εὑρεῖν τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

κείσθω διὰ τὸ β΄ τοῦ α΄ τῶν Εὐκλείδου τῷ Δ ἴσον τὸ $B\Gamma$, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ZH· τὸ δὴ ΓA ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ. πεπολλαπλασιάσθω οὖν, καὶ ἔστω τὸ $A\Theta$, καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ $A\Theta$ τοῦ $A\Gamma$, τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ ZH τῆς HE· ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ΘA πρὸς $A\Gamma$, οὕτως ἡ ZH πρὸς HE· καὶ ἀνάπαλίν ἐστιν, ὡς ἡ EH πρὸς HZ, οὕτως τὸ $A\Gamma$ πρὸς $A\Theta$. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστιν τὸ $A\Theta$ τοῦ Δ, τουτέστι τοῦ ΓB, τὸ ἄρα ΓA πρὸς τὸ $A\Theta$ λόγον ἐλάσσονα ἔχει ἤπερ τὸ ΓA πρὸς ΓB. ἀλλ' ὡς τὸ ΓA πρὸς $A\Theta$, οὕτως ἡ EH πρὸς HZ· ἡ EH ἄρα πρὸς HZ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΓA πρὸς ΓB· καὶ συνθέντι ἡ EZ [ἄρα] πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ AB πρὸς $B\Gamma$ [διὰ λῆμμα]. ἴσον δὲ τὸ $B\Gamma$ τῷ Δ· ἡ EZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ AB πρὸς τὸ Δ.

εὑρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι ποιοῦσαι τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα [τουτέστιν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον].

γ΄.

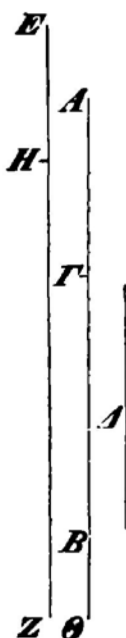
Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον.

---

1 τό] C, τα A. In $A\Theta$ litt. A et B permut. AB[2]. 3 τό] A,

AB. dico, fieri posse, ut inueniantur duae rectae inaequales id, quod quaeritur, praestantes.

ponatur per secundam propositionem primi libri Euclidis[1]) [Eucl. Elem. I, 2] $B\Gamma = \Delta$, et ponatur recta ZH; itaque ΓA magnitudo ipsa sibi addita Δ magnitudinem excedet [post. 5]. multiplicetur igitur, et sit $A\Theta$, et quoties $A\Gamma$ in $A\Theta$ continetur, toties contineatur HE in ZH; est igitur $\Theta A : A\Gamma = ZH : HE$ [cfr. Eucl. V, 15]; et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] $EH : HZ = A\Gamma : A\Theta$. et quoniam $A\Theta > \Delta$ siue $A\Theta > \Gamma B$, erit [Eucl. V, 8] $\Gamma A : A\Theta < \Gamma A : \Gamma B$. uerum $\Gamma A : A\Theta = EH : HZ$; itaque $EH : HZ < \Gamma A : \Gamma B$; et componendo $EZ : ZH < AB : B\Gamma$ [u. Eutocius].[2]) sed $B\Gamma = \Delta$; itaque $EZ : ZH < AB : \Delta$.



ergo inuentae sunt duae rectae inaequales, quae praestant id, quod quaerendum proposuimus [id est, maiorem ad minorem rationem habere minorem quam maior magnitudo ad minorem].

III.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus et circulo fieri potest, ut in circulo polygonum inscribatur et aliud circumscribatur ita, ut latus polygoni circumscripti ad latus polygoni inscripti minorem habeat rationem quam maior magnitudo ad minorem.

---

1) Proclus in Eucl. p. 68, 12: *καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν τῷ πρώτῳ (Πτολεμαίῳ) μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου.*

2) Idem demonstrat Pappus II p. 686, 5 sq. cfr. Eucl. V, 18.

το(ῦ) C. α′] ᾱ C, *πρωτου* A. *τῶν*] A, om. C. **4** *ZH*] *ZE* G², *EH Hauber*. **5** *ὑπερέξει* C. **8** *HE*] e corr. B, *ZE* AC. **9** *ἡ* (pr.)] G², *το* AC. *HE*] C, e corr. B, *ZE* A. *EH*] AB, *HE* C. **10** *ἐστιν*] C, *εστι* A. **12** *ἀλλ'*—**15** *ΓB*] C, om. AB. **14** *λόγον*—**15** *ΓB*] (C). **15** *καί*] AB, om. C. **20** *εἰρημένον*] C, *ισον* AB. *τουτέστιν*] C, *τουτεστι* A. **22** des. C.

ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος. λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

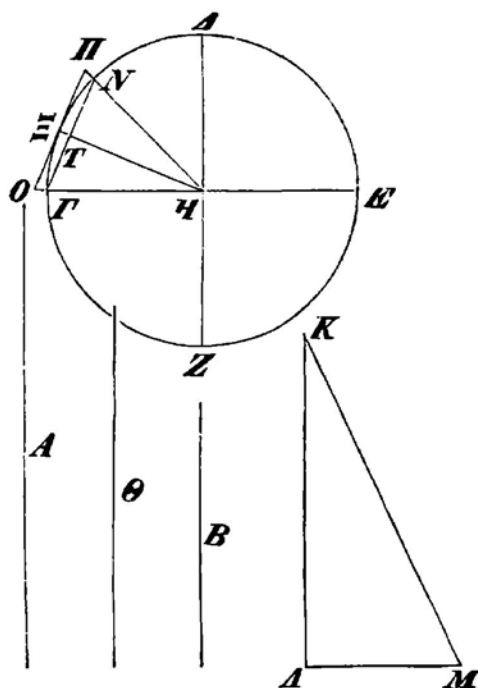
εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Θ, ΚΛ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Θ, ὥστε τὴν Θ πρὸς τὴν ΚΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Λ τῇ ΛΚ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΛΜ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ Θ ἴση κατήχθω ἡ ΚΜ [δυνατὸν γὰρ τοῦτο], καὶ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΓΕ, ΔΖ. τέμνοντες οὖν τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα καὶ αἰεὶ τοῦτο ποιοῦντες λείψομέν τινα γωνίαν ἐλάσσονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπὸ ΛΚΜ. λελείφθω καὶ ἔστω ἡ ὑπὸ ΝΗΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΓ· ἡ ἄρα ΝΓ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου [ἐπείπερ ἡ ὑπὸ ΝΗΓ γωνία μετρεῖ τὴν ὑπὸ ΔΗΓ ὀρθὴν οὖσαν, καὶ ἡ ΝΓ ἄρα περιφέρεια μετρεῖ τὴν ΓΔ τέταρτον οὖσαν κύκλου· ὥστε καὶ τὸν κύκλον μετρεῖ. πολυγώνου ἄρα ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου· φανερὸν γάρ ἐστι τοῦτο]. καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΓΗΝ γωνία δίχα τῇ ΗΞ εὐθείᾳ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐφαπτέσθω τοῦ κύκλου ἡ ΟΞΠ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΗΝΠ, ΗΓΟ· ὥστε καὶ ἡ ΠΟ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύκλον καὶ ἰσοπλεύρου [φανερόν, ὅτι καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἡ ΝΓ]. ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία ἡ ὑπὸ ΝΗΓ τῆς ὑπὸ ΛΚΜ, διπλασία δὲ τῆς ὑπὸ ΤΗΓ, ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΤΗΓ τῆς ὑπὸ ΛΚΜ. καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Λ, Τ·

---

5 ὥστε τὴν Θ] *Basil.*, om. A, que etiam B. **10** ΓΕ] e corr. B, ΓΒ A (in fig. Β pro Ε). **20** ΗΞ] e corr. B[1]G, ΝΞ AB. **25** ΝΓ] BG[2], ΗΝΓ A. In fig. Π addidi.

sint datae duae magnitudines A, B,[1]) datus circulus autem is, qui infra positus est. dico igitur, fieri posse, ut praestetur id, quod quaeritur.

sint enim inuentae duae rectae Θ, $K\Lambda$, quarum maior sit Θ, ita ut Θ ad $K\Lambda$ minorem rationem habeat quam maior magnitudo ad minorem [prop. 2], et ducatur ab Λ puncto recta ΛM ad ΛK perpendicularis [Eucl. I, 11], et a K puncto ducatur KM rectae Θ aequalis [u. Eutocius], et ducantur duae diametri circuli inter se perpendiculares ΓB et ΔZ. si igitur $\angle\ \Delta H\Gamma$ in duas partes aequales secuerimus et rursus dimidium angulum in duas partes aequales, et hoc deinceps fecerimus, relinquemus angulum quendam minorem quam duplicem angulum ΛKM. relinquatur et sit $NH\Gamma$, et ducatur $N\Gamma$; recta $N\Gamma$ igitur latus est polygoni aequilateri[2]) [u. Eutocius]. et secetur $\angle\ NH\Gamma$ in duas partes aequales recta $H\Xi$, et in puncto Ξ tangat circulum recta $O\Xi\Pi$, et producantur rectae $HN\Pi$, $H\Gamma O$; itaque etiam ΠO latus est polygoni circa circulum circumscripti et aequilateri[3]) [u. Eutocius].



quoniam autem $\angle\ NH\Gamma < 2\,\Lambda KM$, sed $\angle\ NH\Gamma = 2\,TH\Gamma$, erit

1) Desideratur: et maior sit A; cfr. p. 16, 14.

2) Archimedes scripserat lin. 14—15: πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά; u. Eutocius.

3) Archimedes scripserat lin. 22 sq.: ὥστε καὶ ἡ ΟΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά; u. Eutocius.

ἡ ἄρα ΜΚ πρὸς ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. ἴση δὲ ἡ ΓΗ τῇ ΗΞ· ὥστε ἡ ΗΞ πρὸς ΗΤ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἡ ΠΟ πρὸς ΝΓ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΛ· ἔτι δὲ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Α πρὸς τὸ Β. καί ἐστιν ἡ μὲν ΠΟ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου, ἡ δὲ ΓΝ τοῦ ἐγγραφομένου· ὅπερ προέκειτο εὑρεῖν.

δ'.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων καὶ τομέως δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, ὧν μεῖζον ἔστω τὸ Ε, κύκλος δέ τις ὁ ΑΒΓ κέντρον ἔχων τὸ Δ, καὶ πρὸς τῷ Δ τομεὺς συνεστάτω ὁ ΑΔΒ· δεῖ δὴ περιγράψαι καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν ΑΒΔ τομέα ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῶν ΒΔΑ, ὅπως γένηται τὸ ἐπίταγμα.

εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Η, ΘΚ ἄνισοι καὶ μείζων ἡ Η, ὥστε τὴν Η πρὸς τὴν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον [δυνατὸν γὰρ τοῦτο], καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΘ προσβεβλήσθω τῇ Η ἴση ἡ ΚΛ [δυνατὸν γάρ, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ Η τῆς ΘΚ]. τεμνομένης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΔΒ γωνίας δίχα καὶ τῆς ἡμισείας δίχα καὶ ἀεὶ τούτου γινομένου λειφθήσεταί τις γωνία· ἐλάσσων οὖσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ ΛΚΘ. λελείφθω οὖν ἡ ὑπὸ ΑΔΜ· ἡ ΑΜ οὖν γίνεται πολυ-

---

25 *ἐστίν*] H, εστι A.

$$\angle THΓ < ΛKM.$$

et anguli ad $Λ$, T puncta positi recti sunt; itaque

$$MK : ΛK > ΓH : HT.$$[1]

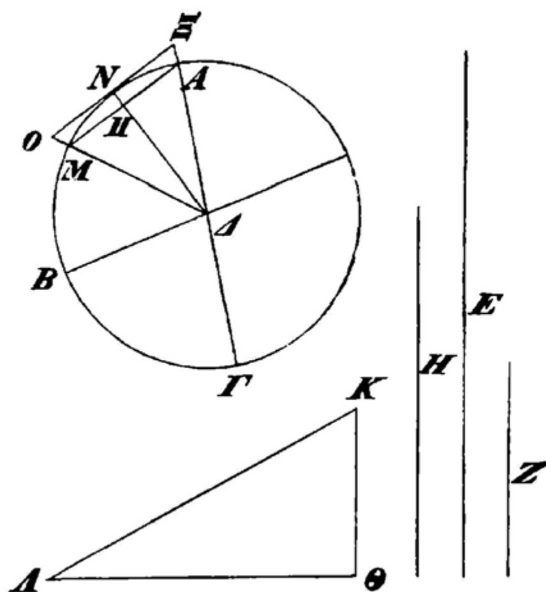
sed $ΓH = HΞ$; erit igitur

$$HΞ : HT < MK : KΛ \text{ siue } ΠO : NΓ < MK : KΛ.$$[2]

porro autem $MK : KΛ < A : B$;[3] ⟨itaque $ΠO : NΓ < A : B$⟩. et $ΠO$ recta latus est polygoni circumscripti, $ΓN$ autem inscripti; quod erat inueniendum.

IV.

Rursus datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri potest, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud inscribatur ita, ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat quam maior magnitudo ad minorem.



rursus enim sint E, Z duae magnitudines inaequales, quarum maior sit E, et sit $ABΓ$ circulus centrum habens $Δ$ punctum, et ad $Δ$ punctum construatur sector $AΔB$; oportet igitur polygonum circumscribi et inscribi in sectore

---

1) U. Eutocius; cfr. quae scripsi ZMP XXIV p. 179 nr. 8.

2) Nam $HΞ : HT = ΠO : NΓ$, quia $HΞ : HT = OΞ : ΓT$ (ibid. p. 178 nr. 4) $= 2OΞ : 2ΓT = ΠO : ΓN$ (Eucl. I, 26). Archimedes sine dubio uerba τουτέστιν ἡ $ΠO$ πρὸς $NΓ$ lin. 3 ante ἐλάσσονα λόγον posuerat.

3) Nam ex hypothesi est $Θ : KΛ < A : B$ et $Θ = MK$.

γώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον. καὶ ἐὰν τέμωμεν τὴν ὑπὸ $A\Delta M$ γωνίαν δίχα τῇ ΔN καὶ ἀπὸ τοῦ N ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου τὴν ΞNO, αὕτη πλευρὰ ἔσται τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον ὁμοίου τῷ εἰρημένῳ· καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἡ ΞO πρὸς τὴν AM ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ E μέγεθος πρὸς τὸ Z.

ε'.

Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἐκκείσθω κύκλος ὁ A καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ E, Z καὶ μεῖζον τὸ E· δεῖ οὖν πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ ἐπιταχθέν.

λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας ἀνίσους τὰς Γ, Δ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Γ, ὥστε τὴν Γ πρὸς τὴν Δ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὴν E πρὸς τὴν Z· καὶ τῶν Γ, Δ μέσης ἀνάλογον ληφθείσης τῆς H μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς H. περιγεγράφθω δὴ περὶ κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὴν τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν H [καθὼς ἐμάθομεν]· διὰ τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσσων ἐστί. καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸν πολύγωνον [ὅμοια γάρ], τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν H ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· καὶ τὸ περιγραφὲν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφὲν

3 *xno* B. *$N\Xi O$ Heiberg;* corr. *Stamatis.*

$AB\varDelta$ aequalia habens latera praeter $B\varDelta$, $\varDelta A$, ita ut fiat id, quod quaeritur.

inueniantur enim duae rectae inaequales H, ΘK, quarum maior sit H, ita ut $H : \Theta K < E : Z$ [prop. 2], et a Θ puncto uti supra [prop. 3] ducatur recta ad $K\Theta$ perpendicularis, et iungatur $K\varLambda$ rectae H aequalis [prop. 3 p. 14, 7]. si igitur $\angle A\varDelta B$ in duas partes aequales secuerimus et dimidium in duas partes aequales et hoc deinceps fecerimus, relinquetur angulus minor quam duplex angulus $\varLambda K\Theta$. relinquatur igitur $\angle A\varDelta M < 2\ \varLambda K\Theta$; itaque recta AM latus erit polygoni in circulo inscripti [p. 12, 22]. et si $\angle A\varDelta M$ in duas partes aequales secuerimus recta $\varDelta N$ et ab N puncto rectam $\varXi NO$ circulum tangentem duxerimus, ea latus erit polygoni circum circulum circumscripti similis[1]) polygono, quod nominauimus; et eodem modo quo supra [prop. 3] erit

$$\varXi O : AM < E : Z.^{2)}$$

V.

Circulo et duabus magnitudinibus inaequalibus datis polygonum circum circulum circumscribere et aliud inscribere ita, ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat quam maior magnitudo ad minorem.

ponantur circulus A et duae magnitudines inaequales E, Z, quarum maior sit E; oportet igitur polygonum in circulo inscribi et aliud circumscribi ita, ut fiat id, quod quaeritur.

sumo enim duas rectas $\varGamma$, $\varDelta$, quarum maior sit $\varGamma$, ita ut $\varGamma$ ad $\varDelta$ minorem rationem habeat quam E ad Z [prop. 2]; quare etiam sumpta recta H media inter rectas $\varGamma$, $\varDelta$ proportionali [Eucl. VI, 13] erit $\varGamma > H$.[3]) circumscribatur igitur polygonum circum circulum et aliud inscribatur ita, ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem

---

1) U. p. 14, 24 et Eutocius ad prop. 3 extr.

2) $\angle A\varDelta M = 2 M\varDelta\Pi < 2\varLambda K\Theta$; itaque $\angle M\varDelta\Pi < \varLambda K\Theta$; quare $\varLambda K : K\Theta > M\varDelta : \varDelta\Pi$ siue $\varDelta N : \varDelta\Pi < \varLambda K : K\Theta$. sed $\varDelta N : \varDelta\Pi = ON : M\Pi = \varXi O : AM < \varLambda K : K\Theta < E : Z$ siue $\varXi O : AM < E : Z$.

3) Quia $H^2 = \varGamma \times \varDelta < \varGamma^2$.

ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

ϛ΄.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ τομέως δυνατόν ἐστιν περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι, ἐὰν δοθῇ κύκλος ἢ τομεὺς καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου· ταῦτα γὰρ ἐν τῇ Στοιχειώσει παραδέδοται.

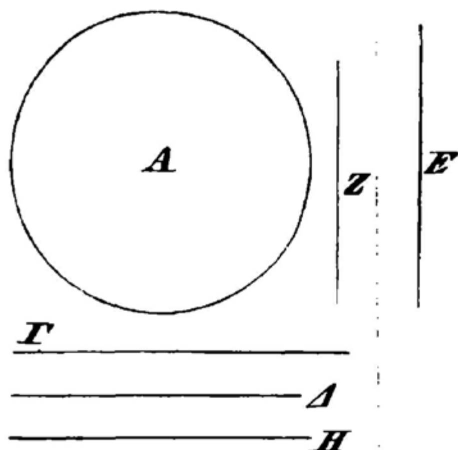
Δεικτέον δέ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος ἢ τομέως καὶ χωρίου δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου· ἔσται γὰρ ἐπὶ κύκλου δείξαντα μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

δεδόσθω κύκλος ὁ Α καὶ χωρίον τι τὸ Β. δυνατὸν δὴ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ ἀπολειφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πολυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Β χωρίου· καὶ γὰρ ὄντων δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ τε χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου,

---

4 ϛ΄] A, del. G², om. B. 5 δή] autem B. 10 ϛ΄ G². 15 παραδέδοται] EHG², παραδεδωται A. 17 mg. 6 B. 21 ἔσται] scripsi, εστω AB.

rationem habeat quam Γ ad H [prop. 3]; quare etiam ratio duplicata minor est ratione duplicata. et laterum ratio duplicata aequalis est rationi polygonorum [Eucl. VI, 20, cfr. p. 19 not. 1], ratio autem rectarum Γ, H duplicata aequalis est rationi rectarum Γ, Δ [Eucl. V def. 9]; quare etiam polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam Γ ad Δ; ergo multo etiam magis polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam E ad Z.[1])



VI.

Eodem modo demonstrabimus, datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri posse, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud ei simile inscribatur ita, ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat quam maior magnitudo ad minorem [cf. prop. 4].

Hoc quoque adparet, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut in circulo uel sectore polygona aequilatera inscribentes et deinceps in segmentis relictis aliquando segmenta circuli uel sectoris relinquamus eiusmodi, quae minora sint dato spatio; haec enim in Elementis tradita sunt.[2])

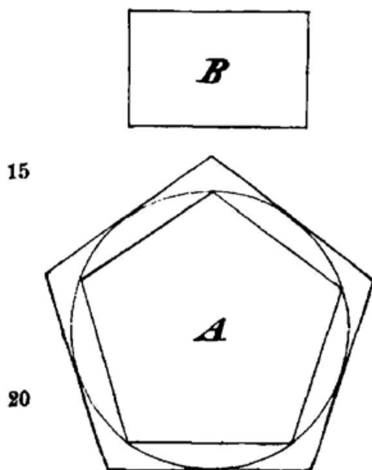
Demonstrandum uero, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circum circulum uel sectorem polygonum circumscribatur ita, ut segmenta relicta figurae circumscriptae minora sint dato spatio; licebit enim, cum in circulo de-

1) Nam $\Gamma : \Delta < E : Z$.

2) Eucl. elem. XII, 2 (p. 144, 6 ed. meae): *τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύντες εὐθείας καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες καταλείψομέν τινα ἀποτμήματα τοῦ κύκλου, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ* ΕΖΗΘ *κύκλος τοῦ Σ χωρίου*; cfr. X, 1.

περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ εἰρημένον μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον. τοῦτο δὴ τὸ περιγραφόμενον πολύγωνόν ἐστιν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου τοῦ Β.

εἰ γὰρ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγραφομένου μείζων ὁ κύκλος, πολλῷ μᾶλλον τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον· καὶ διελόντι ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Β χωρίον πρὸς τὸν κύκλον· ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου τοῦ Β χωρίου. ἢ οὕτως· ἐπεὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς τὸν κύκλον, διὰ τοῦτο δὴ ἔλασσον ἔσται τὸ περιγραφὲν συναμφοτέρου· ὥστε καὶ ὅλα τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ χωρίου τοῦ Β. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.



5 *περιλείμματα*] EH, *περιλιμματα* A. 15 *ἀπολείμματα*] E, *απολιμματα* A. 26 *περιλείμματα*] F, *περιλιμματα* A. 27 *ἐπί*] addidi, om. AB, in mg. B[2].

monstrauerimus, eandem ratiocinationem ad sectorem transferre.[1])

sit datus circulus A et spatium aliquod B. itaque fieri potest, ut circumscribatur circum circulum polygonum ita, ut segmenta inter circuli polygonique ambitus comprehensa minora sint spatio B; nam datis duabus magnitudinibus inaequalibus, quarum maior est spatium simul cum circulo, minor autem ipse circulus, circumscribatur circum circulum polygonum et aliud inscribatur ita, ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat quam maior magnitudo ad minorem [prop. 5]. tum polygonum circumscriptum eiusmodi erit, cuius segmenta relicta minora sint spatio dato, quod est B.

nam si quidem polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam $A + B : A$, circulus A autem maior est polygono inscripto [p. 10, 1], multo magis polygonum circumscriptum ad A circulum minorem rationem habet quam $A + B : B$; itaque subtrahendo [per conuersionem propositionis ab Eutocio ad prop. 2 demonstratae, u. p. 13 not. 2; cfr. Eucl. V, 17] segmenta polygoni circumscripti ad circulum minorem habent rationem quam B spatium ad circulum; ergo segmenta relicta polygoni circumscripti minora erunt spatio B [Eucl. V, 10]. uel hoc modo: quoniam polygonum circumscriptum ad circulum minorem rationem habet quam circulus simul cum B spatio ad circulum, polygonum circumscriptum minus erit quam $A + B$;[2]) quare segmenta relicta omnia minora erunt spatio B.

similiter etiam in sectore ratiocinandum.

---

1) Demonstratio eadem est, nisi quod pro prop. 5 ea usurpanda sunt, quae initio prop. 6 dicta sunt.

2) Ex Eutocio adparet, Archimedem lin. 24—25 scripsisse: *διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφ.* ceterum Archimedes uix duas demonstrationes dederat; genuinam hanc fere fuisse puto (Quaest. Arch. p. 74): *τὸ οὖν περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφοτέρου· ὥστε καὶ τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ Β χωρίου.*

ζ΄.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ $ΑΒΓ$ κύκλος, καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν τὸ $ΑΒΓ$· λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάσις τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τριγώνων τὴν πυραμίδα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα τὰς $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΑ$, ὕψος δὲ τὸ εἰρημένον· ὥστε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην ταῖς $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΑ$, ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν [τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου].

[σαφέστερον ἄλλως ἡ δεῖξις.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις μὲν ὁ $ΑΒΓ$ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ $Δ$ σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν κῶνον πυραμὶς βάσιν [μὲν] ἔχουσα ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΔΑ$, $ΔΓ$, $ΔΒ$· λέγω, ὅτι τὰ $ΑΔΒ$, $ΑΔΓ$, $ΒΔΓ$ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἴση τῇ καθέτῳ τῇ ἀπὸ τοῦ $Δ$ ἐπὶ τὴν $ΒΓ$ ἀγομένῃ.

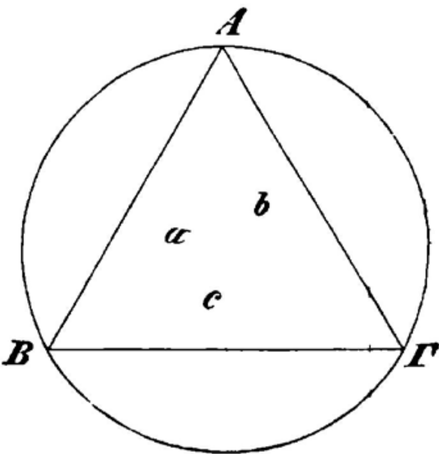
9 τό] ipsā corr. ex ipsi B, τῷ A. **19** η΄ A (del. G²), non habet B. **20** ἔστω] BG², ωστε A. **22** πυραμίς] rursus inc C. μέν] deleo, quidem del. B. **24** $ΑΔΓ$] mg. B². $ΒΔΓ$] AB, om. C. **28** ἀγομένῃ] scripsi, αγομενην AC (ad latus *bg* B).

VII.

Si in cono aequicrurio inscribitur pyramis aequilateram basim habens, superficies eius praeter basim aequalis est triangulo basim habenti perimetro basis aequalem, altitudinem autem rectam a uertice ad latus aliquod basis perpendicularem ductam.

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, et in eo inscribatur pyramis basim aequilateram habens, quae sit $AB\Gamma$; dico, eius superficiem praeter basim aequalem esse triangulo, quem significauimus.

nam quoniam conus aequicrurius et basis pyramidis aequilatera est, altitudines triangulorum pyramidem comprehendentium aequales sunt.[1]) et basim habent trianguli rectas AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, altitudinem uero eam, quam diximus. quare trianguli ⟨h. e. superficies pyramidis praeter basim⟩ aequales sunt triangulo basim habenti rectam aequalem rectis AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, altitudinem autem rectam, quam diximus [Eucl. VI, 1].[2])



[Demonstratio aliter et magis perspicue exposita.[3])

Sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, uertex uero Δ punctum, et in cono inscribatur pyramis basim

1) Nam trianguli, quorum latera sunt axis coni, altitudines, rectae a, b, c (quas in figura additi), unum latus (axem) commune, alteram (a, b, c) aequalem habent et sunt rectanguli; itaque etiam bases aequales habent (Eucl. I, 4).

2) Uerba sequentia subditiua sunt, ut ex collocatione adparet; pertinent enim ad τὰ τρίγωνα lin. 5, ut in interpretatione expressi. si ad τριγώνῳ lin. 15 pertinerent, quod per se minus accurate diceretur, debebat esse τῇ ἐπιφανείᾳ ex constanti usu Archimedis.

3) Quae sequitur demonstratio, Archimedis esse nequit, ut uel ex hoc titulo adparet.

ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι αἱ ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ· αὗται ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ ΕΖΗ ἔχον τὴν μὲν ΕΖ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ ΗΘ κάθετον τῇ ΔΛ ἴσην. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΔΛ διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, ἔστιν δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΚ διπλάσιον τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΓ, ΔΜ διπλάσιον τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, τουτέστι τῆς ΕΖ, καὶ τῆς ΔΛ, τουτέστι τῆς ΗΘ, διπλάσιόν ἐστι τῶν ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνων. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΗΘ διπλάσιον τοῦ ΕΖΗ τριγώνου· ἴσον ἄρα τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τοῖς ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνοις].

η′.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶν τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

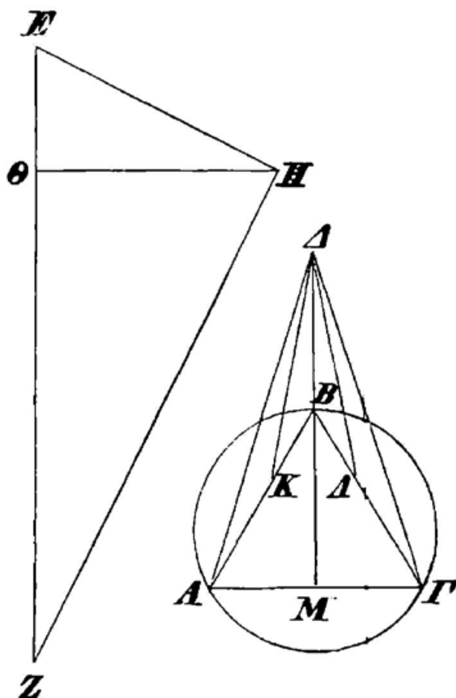
ἔστω κῶνος, οὗ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ ΔΕΖ πολύγωνον, περιγεγραμμένον περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον εἶναι· λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ [ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν βάσιν, τουτέστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ] αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι κάθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, ἔσονται

6 ἔστιν] A, ἔστι C. 9 ΑΒΓ] corr. ex adg B, ΑΔΓ AC. 12 ΕΖΗ (pr.)] AB, ΕΗΖ C. ΕΖΗ] (Ε)Ζ(Η) C. 14 η′] B, θ′ AC. 16 ἐστίν] C, εστι A. 20 ΔΕΖ] mg. B. 24 τοῦ] C, αυτου AB.

habens triangulum aequilaterum $AB\Gamma$, et ducantur rectae $\varDelta A, \varDelta\Gamma, \varDelta B$; dico, triangulos $A\varDelta B$, $A\varDelta\Gamma$, $B\varDelta\Gamma$ aequales esse triangulo, cuius basis aequalis sit perimetro trianguli $AB\Gamma$, perpendicularis autem a uertice ad basim ducta aequalis rectae a $\varDelta$ puncto ad $B\Gamma$ perpendiculari.

ducantur enim perpendiculares $\varDelta K$, $\varDelta\Lambda$, $\varDelta M$ rectae; sunt igitur aequales [cfr. p. 25 not. 1]. et ponatur triangulus EZH basim EZ aequalem habens perimetro trianguli $AB\Gamma$, altitudinem autem $H\Theta$ aequalem rectae $\varDelta\Lambda$. iam quoniam



$$B\Gamma \times \varDelta\Lambda = 2\,\varDelta B\Gamma$$
[Eucl. I, 41],

et

$$AB \times \varDelta K = 2\,AB\varDelta,$$

et

$$A\Gamma \times \varDelta M = 2\,A\varDelta\Gamma,$$

rectangulum, quod a perimetro trianguli $AB\Gamma$, h. e. recta EZ, et $\varDelta\Lambda$, h. e. recta $H\Theta$, continetur, aequale erit $2\,(A\varDelta B + B\varDelta\Gamma + A\varDelta\Gamma)$. uerum etiam $EZ \times H\Theta = 2\,EZH$ [Eucl. I, 41]; ergo

$$EZH = A\varDelta B + B\varDelta\Gamma + A\varDelta\Gamma].$$

VIII.

Si circum conum aequicrurium pyramis circumscribitur, superficies pyramidis praeter basim aequalis est triangulo basim habenti rectam perimetro basis aequalem, altitudinem autem latus coni.

sit conus, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, et circumscribatur pyramis ita, ut basis eius, h. e. polygonum $\varDelta EZ$, circum circulum $AB\Gamma$ sit circumscripta; dico, superficiem pyrami-

ἄρα καὶ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι κάθετοι ἐπὶ τὰς ΔΕ, ΖΕ, ΖΔ. αἱ ΗΑ, ΗΒ, ΗΓ ἄρα αἱ εἰρημέναι κάθετοι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ εἰσιν τοῦ κώνου. κείσθω δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΘΚΛ ἴσην ἔχον τὴν μὲν ΘΚ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ τριγώνου, τὴν δὲ ΛΜ κάθετον ἴσην τῇ ΗΑ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ ΔΕ, ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΔΗ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΖ, ΗΒ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΖΗ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ΕΗΖ τριγώνου, ἔστιν ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ΘΚ καὶ τῆς ΑΗ, τουτέστι τῆς ΜΛ, διπλάσιον τῶν ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΛΜ διπλάσιον τοῦ ΛΚΘ τριγώνου· διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

---

1 *αἱ*] C, om. AB. 2 *ἐπιζευγνύμεναι*] A, *ἐπεζευγμέναι* C. 10 *ΑΗ*] C, *ha* B, *ΑΝ* A. 11 *ΕΔΗ*] B, *ΕΔΝ* A, *ΔΕΗ* C. 14 *ἐστιν*] C, *εστι* A. *ΕΗΖ*] B, *ΕΝΖ* A, *ΕΖ(Η)* C. 15 *τριγώνου*] *τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΕΖ, Γ(Η) διπλάσιόν ἐστιν τοῦ (ΕΗΖ) τριγώνου* C. 18 *ΖΔΗ*] AB, *ΔΗΖ* C. *τρίγωνον* C. *ἔστιν*] A, *ἔστι* C. 24 *ἑξῆς τὰ σχόλια* C loco relicto.

dis praeter basim aequalem esse triangulo, quem significauimus.

quoniam enim rectae a centro circuli ad puncta contactus ductae perpendiculares sunt ad contingentes [Eucl. III, 18], etiam rectae a uertice coni ad puncta contactus ductae perpendiculares erunt[1]) ad ΔE, ZE, $Z\Delta$ [u. Eutocius]. itaque perpendiculares, quas commemorauimus, HA, HB, $H\Gamma$ aequales sunt; sunt enim coni latera. ponatur igitur triangulus $\Theta K\Lambda$ latus ΘK aequale habens perimetro trianguli ΔEZ, perpendicularem autem ΛM aequalem rectae HA. quoniam igitur

$$\Delta E \times AH = 2\, E\Delta H \quad [\text{Eucl. I, 41}],$$

et

$$\Delta Z \times HB = 2\, \Delta ZH,$$

et

$$EZ \times \Gamma H = 2\, EHZ,$$

erit $\Theta K \times AH$, uel, quod idem est,

$$\Theta K \times M\Lambda = 2\,(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ).$$

est autem etiam

$$\Theta K \times \Lambda M = 2\, \Lambda K\Theta \quad [\text{Eucl. I, 41}];$$

⟨quare $2\, \Lambda K\Theta = 2\,(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ)$, h. e.

$$\Lambda K\Theta = E\Delta H + Z\Delta H + EHZ⟩.$$

ergo superficies pyramidis praeter basim aequalis est triangulo basim habenti perimetro trianguli ΔEZ aequalem, altitudinem autem latus coni.

---

1) P. 26, 27—27, 2 Archimedes scripserat: *αἱ ἄρα ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Β, Γ ἐπιζευγνύμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτάς* (h. e. *τὰς ἐφαπτομένας* p. 26, 27); u. Eutocius.

θ΄.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον ὑπό τε τῆς ἐμπεσούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιζευχθεισῶν.

ἔστω κώνου ἰσοσκελοῦς βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΔΓ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστιν τῆς ἐπιφανείας τῆς κωνικῆς τῆς μεταξὺ τῶν ΑΔΓ.

τετμήσθω ἡ ΑΒΓ περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΓΒ, ΔΒ· ἔσται δὴ τὰ ΑΒΔ, ΒΓΔ τρίγωνα μείζονα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου. ᾧ δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, ἔστω τὸ Θ. τὸ δὴ Θ ἤτοι τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων ἔλασσόν ἐστιν ἢ οὔ.

ἔστω μὴ ἔλασσον πρότερον. ἐπεὶ οὖν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι ἥ τε κωνικὴ ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΒ μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος καὶ ἡ τοῦ ΑΔΒ τριγώνου τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΔΒ, μείζων ἔσται ἡ περιλαμβάνουσα τῆς περιλαμβανομένης· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΒ μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔΓ μετὰ τοῦ ΓΖΒ

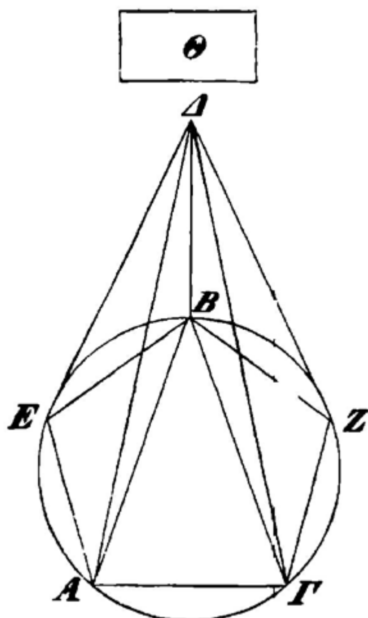
---

1 θ΄] B, ι΄ A (C). 5 *περιληφθέν*] BC, *περιλειφθεν* A. 6 *ἐμπεσούσης*] BC, *εκπεσουσης* A. 7 *τῆς* (alt.)] *τήν* C. 13 *ἐστιν*] C, *εστι* A. 23 *ΑΔΒ*] AB, *ΑΒΔ* C. 27 *δέ*] C, *δη* AB. *τῶν ΒΔΓ*] *Torellius*, *του ΔΒΓ τριγωνου* ABC. *ΓΖΒ*] AB, *ΓΒ* C.

IX.

Si in cono aequicrurio linea recta in circulum, qui est basis coni, incidit, et a terminis eius lineae rectae ducuntur ad uerticem coni, triangulus, qui recta incidenti rectisque ad uerticem ductis continetur, minor erit superficie coni, quae est inter rectas ad uerticem ductas.

sit *ΑΒΓ* circulus basis coni aequicrurii, uertex autem *Δ* punctum, et in circulum incidat recta *ΑΓ*, et a uertice ad *Α*, *Γ* puncta ducantur rectae *ΑΔ*, *ΔΓ*; dico, triangulum *ΑΔΓ* minorem esse superficie coni, quae inter *ΑΔ*, *ΔΓ* rectas sit.[1])



secetur arcus *ΑΒΓ* in duas partes aequales in *Β* puncto, et ducantur *ΑΒ*, *ΓΒ*, *ΔΒ*; trianguli igitur *ΑΒΔ*, *ΒΓΔ* maiores erunt triangulo *ΑΔΓ*.[2]) sit igitur *Θ* spatium aequale ei spatio, quo trianguli *ΔΒΔ*, *ΒΓΔ* triangulum *ΑΔΓ* excedunt. spatium *Θ* igitur aut minus est segmentis *ΑΒ*, *ΒΓ* aut non minus.

prius sit ne minus. quoniam igitur datae sunt duae superficies, conica superficies, quae est inter rectas *ΑΔ*, *ΔΒ*, una cum segmento *ΑΕΒ* et triangulus *ΑΔΒ*, eundem terminum habentes perimetrum trianguli *ΑΔΒ*, maior erit superficies comprehendens comprehensa [post. 3]; itaque superficies conica, quae est inter rectas

1) Hoc nimis ambiguum est; Archimedes sine dubio hoc saltem loco addiderat: *καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας*, ut prop. 10 p. 34, 20; Quaest. Arch. p. 72.

2) Nam quia conus aequicrurius est, altitudines triangulorum (h) aequales sunt; itaque $A\Delta\Gamma = \frac{1}{2}\, h \times A\Gamma$, $A\Delta B + \Delta B\Gamma = \frac{1}{2}\, h \times (AB + B\Gamma)$; et $AB + B\Gamma > A\Gamma$. cfr. Eutocius, ex quo adparet, Archimedem lin. 15—16 scripsisse: *μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒΔ, ΒΔΓ τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.*

τμήματος μείζων ἐστὶν τοῦ ΒΔΓ τριγώνου· ὅλη ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ τοῦ Θ χωρίου μείζων ἐστὶ τῶν εἰρημένων τριγώνων. τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἐστὶν τῷ τε ΑΔΓ τριγώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Θ χωρίον· λοιπὴ ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΓ μείζων ἐστὶν τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. τέμνοντες δὴ τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφερείας δίχα καὶ τὰς ἡμισείας αὐτῶν δίχα λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου. λελείφθω τὰ ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕ, ΔΖ. πάλιν τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΕ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς ΑΕ τμήματος μείζων ἐστὶν τοῦ ΑΔΕ τριγώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΕΔΒ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς ΕΒ τμήματος μείζων ἐστὶν τοῦ ΕΔΒ τριγώνου· ἡ ἄρα ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΒ μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ τμημάτων μείζων ἐστὶν τῶν ΑΔΕ, ΕΒΔ τριγώνων. ἐπεὶ δὲ τὰ ΑΕΔ, ΔΕΒ τρίγωνα μείζονά ἐστιν τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, καθ-ὼς δέδεικται, πολλῷ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΒ μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ τμημάτων μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΒ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔΓ μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν ΒΖ, ΖΓ τμημάτων μείζων ἐστὶν τοῦ ΒΔΓ τριγώνου· ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΓ μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων μείζων ἐστὶ τῶν ΑΒΔ, ΔΒΓ,

---

1 *τριγώνου*] AB, om. C. 4 *ἐστίν*] C, *εστι* A. 6 *ΑΔΓ* (pr.)] e corr. B, *ΑΔ*B A, *Α*(B)*Γ* C. *ἐστίν*] C, *εστι* A. 9 *περιφερφερείας* C. 10 *ἡμισείας*] C, *ημισιας* A. 11 *λελείφθω*] C, *λελιφθω* A. 15 *ἐστίν*] C, *εστι* A. *τῶν*] *Torellius*, *του* ABC. 16 *ἐστίν*] C,

$A\Delta$, ΔB, una cum segmento AEB maior est triangulo $AB\Delta$. et eodem modo conica superficies, quae est inter rectas $B\Delta$, $\Delta\Gamma$, una cum segmento ΓZB maior est triangulo $B\Delta\Gamma$; tota igitur superficies conica una cum spatio Θ maior est triangulis, quos significauimus.[1]) sed trianguli $AB\Delta$, $B\Delta\Gamma$ aequales sunt triangulo $A\Delta\Gamma$ una cum spatio Θ [ex hypothesi]; subtrahatur Θ spatium, quod commune est; itaque, quae reliqua est conica superficies inter rectas $A\Delta$, $\Gamma\Delta$ posita, maior est triangulo $A\Delta\Gamma$.

iam sit Θ spatium minus segmentis AB, $B\Gamma$. si igitur ambitus AB, $B\Gamma$ in binas partes aequales secuerimus et dimidios ambitus in binas aequales, relinquemus aliquando segmenta minora quam Θ spatium [prop. 6 p. 20, 10]. relinquantur segmenta, quae in rectis AE, EB, BZ, $Z\Gamma$ posita sunt, et ducantur ΔE, ΔZ. rursus igitur eodem modo [quo supra p. 30, 20] superficies coni, quae est inter rectas $A\Delta$, ΔE, cum segmento in recta AE posito maior est triangulo $A\Delta E$, et coni superficies, quae est inter rectas $E\Delta$, ΔB, cum segmento in EB posito maior est triangulo $E\Delta B$; quare superficies, quae est inter $A\Delta$, ΔB, cum segmentis in AE, EB positis maior est triangulis $A\Delta E$, $EB\Delta$. sed quoniam trianguli $AE\Delta$, ΔEB maiores sunt triangulo $AB\Delta$ [u. Eutocius; cf. p. 30, 15], multo magis superficies conica, quae est inter $A\Delta$, ΔB, cum segmentis in AE, EB positis maior est triangulo $A\Delta B$. eodem autem modo adparet, superficiem inter rectas $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ positam cum segmentis in BZ, $Z\Gamma$ positis maiorem esse triangulo $B\Delta\Gamma$; tota igitur superficies, quae est inter $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ rectas, una cum segmentis, quae significauimus [AE, EB, BZ, $Z\Gamma$], maior est triangulis $AB\Delta$, $\Delta B\Gamma$, qui triangulo $A\Delta\Gamma$ spatioque Θ aequales sunt [ex hypothesi]. ex illis [h. e. superficie co-

1) Nam ex hypothesi est $\Theta \geqq AEB + \Gamma ZB$ segmentis.

εστι A. 18 ἐπὶ τῶν] C, om. AB. 19 ἐστίν] C, εστι A. 20 ἐστιν] C, εστι A. 24 $B\Delta\Gamma$] *Torellius*, $\Delta B\Gamma$ AB, $AB\Gamma$ C. 25 τμημάτων] C, om. AB. $B\Delta\Gamma$] AB, $\Delta B\Gamma$ C.

τριγώνων. ταῦτα δέ ἐστιν ἴσα τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ· ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου· λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΓ μείζων ἐστὶν τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

ι΄.

Ἐὰν ἐπιψαύουσαι ἀχθῶσιν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσιν, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν μείζονά ἐστιν τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῶν.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον, καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι αἱ ΑΔ, ΓΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου, ὅ ἐστιν κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ Α, Δ, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΔ, ΕΓ· λέγω, ὅτι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΓΕ εὐθειῶν καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας.

ἤχθω γὰρ ἡ ΗΒΖ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου καὶ παράλληλος οὖσα τῇ ΑΓ δίχα τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β, καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ζ ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΖΕ. καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ ΗΔ, ΔΖ τῆς ΗΖ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΗΑ, ΖΓ· ὅλαι ἄρα αἱ ΑΔ, ΔΓ μείζους εἰσὶν τῶν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ πλευραί εἰσιν τοῦ κώνου, ἴσαι εἰσὶν διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κῶνον· ὁμοίως

---

4 *ΑΔΓ*] e corr. B, *ΑΔΕ* AC. ἑξῆς τὸ σχῆμα in

nica, quae inter rectas $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ et $AEBZ\Gamma$ ambitum est, et segmentis AE, EB, BZ, $Z\Gamma$] autem segmenta, quae commemorauimus, minora sunt spatio Θ [ex constructione]; ergo quae reliqua est superficies inter $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ rectas posita, maior est triangulo $A\Delta\Gamma$.[1])

X.

Si ducuntur rectae circulum contingentes, qui basis est coni [aequicrurii],[2]) in plano circuli positae et concurrentes, a punctis autem contactus et concursus ad coni uerticem rectae ducuntur, trianguli, qui contingentibus rectisque ad uerticem coni ductis continentur, maiores sunt superficie coni, quae his rectis abscinditur.

sit conus, cuius basis circulus $AB\Gamma$, uertex autem punctum E, et ducantur rectae circulum $AB\Gamma$ contingentes in plano eodem positae $A\Delta$, $\Gamma\Delta$, et ab E puncto, quod est uertex coni, ad A, Δ, Γ puncta ducantur rectae EA, $E\Delta$, $E\Gamma$; dico, triangulos $A\Delta E$, $\Delta E\Gamma$ maiores esse quam coni superficiem, quae inter rectas AE, ΓE ambitumque $AB\Gamma$ posita sit.

ducatur enim HBZ circulum contingens et rectae $A\Gamma$ parallela arcu $AB\Gamma$ in B puncto in duas partes aequales diuiso [u. Eutocius], et ab H, Z punctis ad E punctum ducantur rectae HE, ZE. et quoniam $H\Delta + \Delta Z > HZ$ [Eucl. I, 20], communes addantur HA, $Z\Gamma$; itaque totae

$$A\Delta + \Delta\Gamma > AH + HZ + Z\Gamma.$$

et quoniam AE, EB, $E\Gamma$ latera sunt coni, aequales sunt, quia conus aequicrurius est; sed eaedem etiam perpendiculares sunt [u. Eutocius ad prop. 8]; itaque trianguli $AE\Delta$,

1) Nam etiamsi aequalia essent segmenta spatio Θ, idem fieret; eo magis, cum segmenta etiam minora sint.

2) Hoc uocabulum Archimedes uix omiserat; Quaest. Arch. p. 73.

extr. columna C; ἑξῆς τὸ σχόλιον G, sed del. 5 ι′] B, ια′ AC. 6 (ἐάν) C, deinde spat. rel. ἀχθῶσιν] A, ἀχθῶσι C. 12 ἐστιν] C, εστι A. 17 ἐστιν] A, ἐστι C. 21 $AB\Gamma$] AB, $A\Gamma$ C. 24 περιφανείας C.

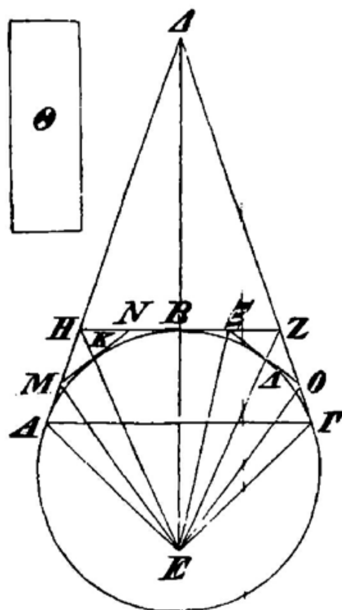
δὲ καὶ κάθετοί εἰσιν [ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι] [τὰ δὲ ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων διπλασίονά ἐστιν τῶν τριγώνων]· μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΕΔ, ΔΕΓ τρίγωνα τῶν ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων [εἰσὶν γὰρ αἱ μὲν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ ἐλάσσους τῶν ΓΔ, ΔΑ, τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα] [φανερὸν γάρ, ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιζευγνυμένη κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην]. ᾧ δὴ μείζονά ἐστιν τὰ ΑΕΔ, ΔΓΕ τρίγωνα τῶν ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων, ἔστω τὸ Θ χωρίον. τὸ δὴ Θ χωρίον ἤτοι ἔλαττόν ἐστιν τῶν ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ ἀποτμημάτων ἢ οὐκ ἔλαττον.

ἔστω πρότερον μὴ ἔλαττον. ἐπεὶ οὖν εἰσιν ἐπιφάνειαι σύνθετοι, ἥ τε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ ΗΑΓΖ τραπεζίου κορυφὴν ἔχουσα τὸ Ε καὶ ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΕΓ μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος, καὶ πέρας ἔχουσι τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου, δῆλον, ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ ΑΕΓ τριγώνου μείζων ἐστὶν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ ΑΒΓ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΓ τμῆμα· λοιπὰ ἄρα τὰ τρίγωνα τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ μετὰ τῶν ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ περιλειμμάτων μείζονά ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ. τῶν δὲ ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ περιλειμμάτων οὐκ ἔλασσόν ἐστιν τὸ Θ χωρίον· πολλῷ

---

1 λήματι (μ suprascr.) C. **2** διπλασίονά — **4** τρίγωνα C (διπλασί(ωνα), (ἄρα ἐστί), Δ(ΕΓ)), om. AB, post τριγώνων lin. 3 mg. add. B: dupla sunt ad ipsa trigona *ahe hez zeg.* similiter quoque que sub cathetis et basibus trigonorum *aed deg* dupla sunt ad ipsa trigona *aed deg.* minora ergo trigona *ahe hez zeg* (simul sumpta del.) trigonis *aed deg* (simul sumptis del.). **7** ἐπιζευγνυμένη] A, ἐπ(ε)ζευγμένη C. **10** ἔστω] AB, τῶν C. τὸ Θ χωρίον· τὸ δὴ Θ χωρίον]

ΔΕΓ maiores sunt triangulis *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ*[1]) [cfr. Eucl. VI, 1]. quo igitur spatio maiores sunt trianguli *ΑΕΔ*, *ΔΓΕ* triangulis *ΑΕΗ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ*, sit *Θ* spatium. spatium *Θ* igitur aut minus est spatiis relictis *ΑΗΒΚ*, *ΒΖΓΛ* aut non minus.



sit prius ne minus. iam cum superficies compositas habeamus, superficiem pyramidis, cuius basis est trapezium *ΗΑΓΖ*, uerticem habentem *Ε* punctum et superficiem conicam, quae est inter rectas *ΑΕ*, *ΕΓ*, una cum segmento *ΑΒΓ*, et terminum habeant eandem perimetrum trianguli *ΑΕΓ*, adparet, superficiem pyramidis praeter triangulum *ΑΕΓ* maiorem esse conica superficie una cum segmento *ΑΒΓ* [post. 4]. subtrahatur, quod commune est, segmentum *ΑΒΓ*; itaque qui relinquuntur trianguli *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ* una cum spatiis relictis *ΑΗΒΚ*, *ΒΖΓΛ*, maiores sunt superficie conica, quae est inter rectas *ΑΕ*, *ΕΓ*. spatium autem *Θ* non minus est spatiis relictis *ΑΗΒΚ*, *ΒΖΓΛ*; itaque

1) De duplici huius loci interpolatione u. NJS. XIII p. 568, cfr. Quaest. Arch. p. 74. de usu uocabuli κάθετος (lin. 2) non Archimedeo u. ib. p. 71. nunc etiam 4 εἰσίν — 6 ἴσα deleo; cfr. p. 30, 15.

Basil., sit spatium *t* B, lac. AC. **11** τῶν — **13** οὖν] suppleui *Basil.* praeeunte (de uerbo ἀποτμημάτων cfr. p. 39 not. 2), lac. AB, τμημάτων (·)α inter duas lac. C; mg. B: deficit in greco, postea add.: quod itaque *t* aut est minus circumacceptis superficiebus *ahbk bzgl* aut non (minus del.). sit primo non minus. quoniam ergo hinc inde due. **15** *ΗΑΓΖ*] AB, *ΗΑΓ* seq. lac. 1 litt. C. τραπέζιον] A, τραπεζεῖον C. τό] C, του A. **18** *ΑΕΓ*] *Α*(Ε)*Γ* C, *abge* B, mg. trigono *aeg* B², *ΑΒΓ* A. **22** περιλειμμάτων] C, περιλημματων AB. **24** περιλειμμάτων] C, περιλημματων uel περιλιμματων AB. **25** ἐστιν] C, εστι A.

ἄρα τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ* τρίγωνα μετὰ τοῦ *Θ* μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕΓ*. ἀλλὰ τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΓΕΖ* τρίγωνα μετὰ τοῦ *Θ* ἐστιν τὰ *ΑΕΔ*, *ΔΕΓ* τρίγωνα· τὰ ἄρα *ΑΕΔ*, *ΔΕΓ* τρίγωνα μείζονα ἔσται τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας.

ἔστω δὴ τὸ *Θ* ἔλασσον τῶν περιλειμμάτων. ἀεὶ δὴ περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων λείψομέν τινα ἀπολείμματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ *Θ* χωρίου. λελείφθω καὶ ἔστω τὰ *ΑΜΚ*, *ΚΝΒ*, *ΒΞΛ*, *ΛΟΓ* ἐλάσσονα ὄντα τοῦ *Θ* χωρίου, καὶ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ *Ε*. πάλιν δὴ φανερόν, ὅτι τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ* τρίγωνα τῶν *ΑΕΜ*, *ΜΕΝ*, *ΝΕΞ*, *ΞΕΟ*, *ΟΕΓ* τριγώνων ἔσται μείζονα [αἵ τε γὰρ βάσεις τῶν βάσεών εἰσι μείζους καὶ τὸ ὕψος ἴσον]. ἔτι δὲ πάλιν ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἡ πυραμὶς ἡ βάσιν μὲν ἔχουσα τὸ *ΑΜΝΞΟΓ* πολύγωνον, κορυφὴν δὲ τὸ *Ε*, χωρὶς τοῦ *ΑΕΓ* τριγώνου τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕΓ* μετὰ τοῦ *ΑΒΓ* τμήματος. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα· λοιπὰ ἄρα τὰ *ΑΕΜ*, *ΜΕΝ*, *ΝΕΞ*, *ΞΕΟ*, *ΟΕΓ* τρίγωνα μετὰ τῶν *ΑΜΚ*, *ΚΝΒ*, *ΒΞΛ*, *ΛΟΓ* περιλειμμάτων μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕΓ*. ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλειμμάτων μεῖζόν ἐστιν τὸ *Θ* χωρίον, τῶν δὲ *ΑΕΜ*, *ΜΕΝ*, *ΝΕΞ*, *ΞΕΟ*, *ΟΕΓ* τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ *ΑΕΗ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ*

3 *ΑΕΓ*] C, *ΑΕ ΕΓ* AB. *ΓΕΖ*] om. ABC, *zeg* supra scr. B². 7 περιλειμμάτων] C, περιλημματων AB. 10 ἀπολείμματα] C, απολιμματα A. 16 καὶ τὸ ὕψος] C, om. AB. ἴσον] AC, om. B. 20 τμήματος] des. C. 23 περιλειμμάτων] e corr. G, περιλημματων AB, derelictis supra scr. B².

trianguli AHE, HEZ, $ZE\Gamma$ una cum spatio Θ multo maiores erunt superficie conica, quae inter rectas AE, $E\Gamma$ est. uerum [ex hypothesi]

$$AHE + HEZ + \Gamma EZ + \Theta = AE\Delta + \Delta E\Gamma;$$

itaque trianguli $AE\Delta$, $\Delta E\Gamma$ maiores erunt conica superficie, quam significauimus.

iam Θ spatium minus sit quam spatia relicta. si igitur deinceps polygona circum segmenta[1]) circumscripserimus eodem modo [ut supra p. 34, 23] arcus relictos in binas partes aequales diuidentes et rectas contingentes ducentes, relinquemus quaedam spatia minora spatio Θ.[2]) relinquantur et sint AMK, KNB, $B\Xi\Lambda$, $\Lambda O\Gamma$ minora spatio Θ, et ad E punctum rectae ducantur.[3]) rursus igitur adparet, triangulos AHE, HEZ, $ZE\Gamma$ maiores futuros esse triangulis AEM, MEN, $NE\Xi$, ΞEO, $OE\Gamma$.[4]) porro autem rursus, uti supra [p. 36, 18], pyramis basim habens polygonum $AMN\Xi O\Gamma$, uerticem autem E punctum, praeter triangulum $AE\Gamma$ superficiem maiorem habet coni superficie, quae est inter rectas AE, $E\Gamma$, cum segmento $AB\Gamma$ [post. 4]. subtrahatur, quod commune est, segmentum $AB\Gamma$; itaque qui relinquuntur trianguli AEM, MEN, $NE\Xi$. ΞEO, $OE\Gamma$ cum spatiis relictis AMK, KNB, $B\Xi\Lambda$, $\Lambda O\Gamma$, maiores erunt conica superficie, quae est inter rectas AE, $E\Gamma$. sed spatiis relictis, quae commemorauimus, maius est spatium Θ [ex hypothesi], et demonstratum est, trian-

---

1) Debebat esse *τὸ τμῆμα*, et ex Eutocio adparet, Archimedem lin. 7—8 scripsisse: *περιγράφοντες δὴ πολύγωνα περὶ τὸ τμῆμα.*

2) Ex prop. 6 p. 20, 10. ceterum ex Eutocio comperimus, Archimedem lin. 10—11 scripsisse: *ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου.*

3) Archimedes scripserat *ἐπεζεύχθωσαν* lin. 13. de omisso uerbo *εὐθεῖαι* cfr. quae collegi NJS. XI p. 372.

4) Lin. 25 *αἵ τε* — 26 *ἴσον* deleo; cfr. p. 30, 15.

---

25 *περιλειμμάτων*] e corr. G, *περιλιμματων* A, *περιλημμάτων* EB, derelictis B².

τρίγωνα· πολλῷ ἄρα τὰ *ΑΕΗ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ* τρίγωνα μετὰ τοῦ *Θ* χωρίου, τουτέστι τὰ *ΑΔΕ*, *ΔΕΓ* τρίγωνα, μείζονά ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕΓ* εὐθειῶν.

ια΄.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

ἔστω κύλινδρος ὀρθός, οὗ βάσις μὲν ὁ *ΑΒ* κύκλος, ἀπεναντίον δὲ ὁ *ΓΔ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΓ*, *ΒΔ*· λέγω, ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ *ΑΓΒΔ* παραλληλογράμμου.

τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν *ΑΒ*, *ΓΔ* δίχα κατὰ τὰ *Ε*, *Ζ* σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ*. καὶ ἐπεὶ αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ* τῆς *ΑΒ* [διαμέτρου] μείζους εἰσίν, καί ἐστιν ἰσουψῆ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπ' αὐτῶν, μείζονα οὖν ἐστιν τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τοῦ *ΑΒΔΓ* παραλληλογράμμου. τίνι ἄρα μείζονά ἐστιν; ἔστω τῷ *Η* χωρίῳ. τὸ δὴ *Η* χωρίον ἤτοι ἔλασσον τῶν *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ* ἐπιπέδων ἐστὶ τμημάτων ἢ οὐκ ἔλασσον.

ἔστω πρότερον μὴ ἔλασσον. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* [τρίγωνα] πέρας ἔχει τὸ τοῦ

---

1 *ΑΕΗ*] e corr. BG, *ΔΕΗ* A. 2 *ΔΕΓ*] B, *ΔΕΣ* A. 5 ια΄] B, ιβ΄ A. 16 *ΓΔ*] *ΓΔ περιφερειῶν Basil.* 21 αἱ] A,

gulis AEM, MEN, $NE\Xi$, ΞEO, $OE\Gamma$ maiores esse triangulos AEH, HEZ, $ZE\Gamma$; ergo trianguli AEH, HEZ, $ZE\Gamma$ cum Θ spatio, h. e. trianguli $A\Delta E$, $\Delta E\Gamma$, multo maiores sunt superficie conica, quae est inter rectas AE, $E\Gamma$.

XI.

Si in superficie cylindri recti duae rectae sunt, superficies cylindri, quae inter eas est, maior est parallelogrammo, quod rectis in superficie cylindri ductis rectisque terminos earum iungentibus continetur.

sit cylindrus rectus, cuius basis sit circulus AB, ei autem oppositus $\Gamma\Delta$ circulus, et ducantur rectae $A\Gamma$, $B\Delta$; dico, superficiem cylindricam rectis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisam maiorem esse parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$.

secetur enim uterque ⟨arcus⟩[1]) AB, $\Gamma\Delta$ in binas partes aequales punctis E, Z, et ducantur rectae AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$. et quoniam $AE + EB > AB$[2]) [Eucl. I, 20], et parallelogramma in iis posita eandem habent altitudinem, parallelogramma, quorum bases sunt rectae AE, EB, altitudo uero eadem, quae cylindri est, maiora sunt $AB\Delta\Gamma$ parallelogrammo [Eucl. VI, 1]. quo autem spatio maiora sunt, sit H spatium.[3]) spatium H igitur aut minus est segmentis planis AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$ aut non minus.

prius sit ne minus. et quoniam superficies cylindrica rectis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa cum ⟨segmentis⟩ AEB, $\Gamma Z\Delta$ terminum habet planum parallelogrammi $A\Gamma B\Delta$, superficies

---

1) Hoc uocabulum Archimedes ipse uix omiserat, praesertim cum eo non addito AB, $\Gamma\Delta$ necessario de lineis rectis acciperentur.

2) διαμέτρου lin. 18, per se falsum sed ad figuram codicum adcommodatum, interpolatori tribuendum, ut lin. 28 τρίγωνα, p. 42, 4 ἐπίπεδα, aeque falsa.

3) Formam horum uerborum (lin. 22) putidam genuinam non esse, nemo non sentit. puto Archimedem, ut prop. 10 p. 36, 8 sq., scripsisse: ᾧ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ H χωρίον.

---

deleo. 26 ἢ] addidi, om. A. 28 τρίγωνα] AB, portiones plane mg. B[2], τμήματα *Torellius*.

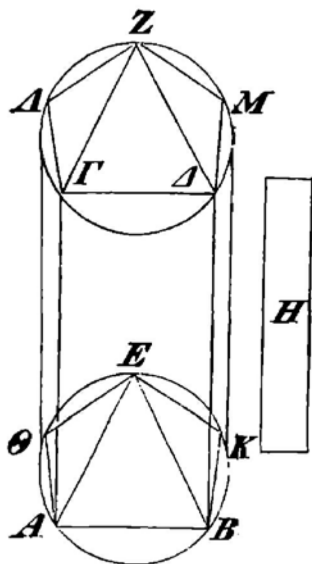
ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τὰ *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* [ἐπίπεδα] πέρας ἔχει τὸ τοῦ *ΑΒΔΓ* παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, καὶ ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαί εἰσιν, μείζων οὖν ἐστιν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* τριγώνων. κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* τρίγωνα· λοιπὴ οὖν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ* ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ *ΑΓΒΔ* παραλληλογράμμῳ καὶ τῷ *Η* χωρίῳ· λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν μείζων ἐστὶ τοῦ *ΑΓΒΔ* παραλληλογράμμου.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ *Η* χωρίον τῶν *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ* ἐπιπέδων τμημάτων. καὶ τετμήσθω ἑκάστη τῶν *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ* περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ

---

2 *βάσεις*] corr. ex b a s i s B, *βασις* A. **4** *τά*] fort. *τῶν*. *ἐπίπεδα*] AB, trigonis mg. B[2], *τρίγωνα* *Torellius*. **5** *ἡ*] addidi, om. A. **6** *κοῖλαί*] G, corr. ex c o n c a u a B, *κοιλα* A. **10** *αἱ*] A, deleo. **12** *ἀφῃρήσθω*] *Torellius*, *αφαιρησθω* A, *ἀφαιρείσθω* BG. *ΑΕΒ*] BG, *ΕΒ* A. **14** *εὐθειῶν*] G, *ευθεια* A. **16** *βάσεις*] BG, *βασις* A. **17** *τῷ*] G, om. A. **18** *βάσεις*] G, e corr. B, *βασις* A. **19** *τῷ* (pr.)] G, om. A.

autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt AE, EB rectae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et ex ⟨triangulis⟩ AEB, $\Gamma Z \Delta$ composita ipsa quoque terminum habet planum parallelogrammi $AB\Delta\Gamma$, et altera alteram comprehendit, et utraque in eandem partem caua est, maior est superficies cylindrica rectis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa cum segmentis planis AEB, $\Gamma Z \Delta$ quam superficies ex parallelogrammis, quorum bases sunt AE, EB rectae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et triangulis AEB, $\Gamma Z\Delta$ composita [post. 4]. subtrahantur, qui communes sunt, trianguli AEB, $\Gamma Z\Delta$; itaque quae relinquitur superficies cylindrica rectis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa cum segmentis planis AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$, maior est superficie ex parallelogrammis composita, quorum bases sunt rectae AE, EB, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma aequalia sunt parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$ una cum spatio H [ex hypothesi]; itaque quae relinquitur superficies cylindrica rectis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa, maior est parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$.[1])



iam rursus spatium H minus sit segmentis planis AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$. et secentur arcus AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$ omnes in binas partes aequales punctis Θ, K, Λ, M, et ducantur rectae $A\Theta$, ΘE, EK, KB, $\Gamma\Lambda$, ΛZ, ZM, $M\Delta$.[2]) quod

1) Quia ex hypothesi $H \gtreqless AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta$ segmentis.

2) Uerba, quae sequuntur p. 44, 2 τῶν δέ — 4 τρίγωνα, subditiua sunt. Archimedes tacite usus erat prop. 6 p. 20, 5, ubi de ea ipsa re, de qua in uerbis subditiuis agitur, Euclides citatur demonstratione propria non addita; nec apud Archimedem quidquam inuenitur, unde colligatur
$A\Theta E + EKB + \Gamma\Lambda Z + ZM\Delta \gtreqless \frac{1}{2}(AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta)$.
praeterea offendunt particulae δέ et ἄρα coniunctae.

Θ, Κ, Λ, Μ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ [τῶν δὲ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται οὐκ ἔλασσον ἢ τὸ ἥμισυ τὰ ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ τρίγωνα]. τούτου οὖν ἑξῆς γινομένου καταλειφθήσεταί τινα τμήματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Η χωρίου. καταλελείφθω καὶ ἔστω τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθυγράμμων, κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθύγραμμα· λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ

---

8 *τὰ παραλληλόγραμμα*] B², *των παραλληλογραμμων* A. *βάσεις*] G, *βασις* AB. **10** *τῶν παραλληλογράμμων*] B², *τα παραλληλογραμμα* AB. **11** *βάσεις*] G, *βασις* AB. *τῷ*] G, om. A. **16** *βάσεις*] G, e corr. B, *βασις* A. **18** *κοινά*] BD²GH, *κονα* D, *μόνα* E. **24** *βάσεις*] G, *βασις* AB. **25** *τῷ*] G, om. A. *βάσεις*] G, *βασις* AB.

si deinceps fecerimus, relinquentur segmenta quaedam, quae minora erunt spatio *H*. relinquantur et sint *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, *ΓΛ*, *ΛΖ*, *ΖΜ*, *ΜΔ* segmenta. similiter[1]) igitur demonstrabimus, parallelogramma, quorum bases sint *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est, maiora futura esse parallelogrammis, quorum bases sint *ΑΕ*, *ΕΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est. et quoniam superficies cylindrica rectis *ΑΓ*, *ΒΔ* abscisa cum segmentis planis *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* terminum habet planum parallelogrammi *ΑΓΒΔ*, superficies autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figuris rectilineis *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* composita ⟨ipsa quoque terminum habet planum parallelogrammi *ΑΓΒΔ*, superficies cylindrica rectis *ΑΓ*, *ΒΔ* abscisa cum segmentis planis *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* maior est superficie ex parallelogrammis, quorum bases sunt rectae *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figuris rectilineis *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* composita (post. 4)⟩.[2]) subtrahantur, quae communes sunt, figurae *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ*; itaque quae relinquitur superficies cylindrica rectis *ΑΓ*, *ΒΔ* abscisa cum segmentis planis *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, *ΓΛ*, *ΛΖ*, *ΖΜ*, *ΜΔ*, maior est superficie cylindrica ex parallelo-

---

1) Sc. ac supra p. 40, 18 sq. ex Eucl. I, 20; VI, 1.

2) Post *εὐθυγράμμων* lin. 18 aut a transscriptore aut a librariis haec fere omissa esse puto: *πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, μείζων οὖν ἐστιν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθυγράμμων* (cfr. p. 42, 4—12). similia mg. B²: terminum habet ipsius *agbd* parallelogrammum planum, et altera alteram comprehendit, et ambe ad eadem concaue sunt, maior igitur est cylindralis superficies abscisa a rectis *ag bd* et portiones plane que *aeb gzd*. quoniam composita superficies ex parallelogrammis, quorum bases quidem que *at te ek kb*, altitudo autem eadem cum cylindro, et rectilineis, que sunt *atekb glzmd*.

κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστιν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμῳ καὶ τῷ Η χωρίῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου καὶ τοῦ Η χωρίου. ἀφαιρεθέντα δὲ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ τμήματα τοῦ Η χωρίου ἐλάσσονα· λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου.

ιβ'.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶσίν τινες ἐπιψαύουσαι τῶν κύκλων, οἵ εἰσιν βάσεις τοῦ κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι καὶ συμπέσωσιν, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονα ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ ἔστωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν

---

2 βάσεις] G, βασις AB. 5 ἐπίπεδα] rursus inc. C. 6 ἐστιν]

grammis composita, quorum bases sunt *AΘ*, *ΘE*, *EK*, *KB*, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt *AE*, *EB*, altitudo autem eadem, quae cylindri est; itaque etiam superficies cylindrica rectis *AΓ*, *BΔ* abscisa et segmenta plana *AΘ*, *ΘE*, *EK*, *KB*, *ΓΛ*, *ΛZ*, *ZM*, *MΔ* maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt *AE*, *EB*, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma aequalia sunt parallelogrammo *AΓΔB* et spatio *H* [ex hypothesi]; itaque etiam superficies cylindrica rectis *AΓ*, *BΔ* abscisa cum segmentis planis *AΘ*, *ΘE*, *EK*, *KB*, *ΓΛ*, *ΛZ*, *ZM*, *MΔ* maior est parallelogrammo *AΓBΔ* cum *H* spatio. subtractis[1]) autem segmentis *AΘ*, *ΘE*, *EK*, *KB*, *ΓΛ*, *ΛZ*, *ZM*, *MΔ* minoribus spatio *H* [p. 44, 6], quae relinquitur superficies cylindrica rectis *AΓ*, *BΔ* abscisa, maior est parallelogrammo *AΓBΔ*.

XII.

Si in superficie cylindri recti duae rectae datae sunt, et a terminis rectarum ducuntur rectae circulos contingentes, qui bases sunt cylindri, in plano circulorum positae, et concurrunt,[2]) parallelogramma, quae rectis contingentibus lateribusque cylindri continentur, maiora erunt superficie cylindri, quae inter rectas est in superficie cylindri ductas.

sit circulus *ABΓ* basis cylindri recti, et in superficie eius duae rectae datae sint, quarum termini sint *A*, *Γ* puncta, ab *A*, *Γ* autem punctis ducantur rectae circulum contingentes in eodem plano positae, et concurrant in puncto *H*, fingan-

1) Accusatiuus uel nominatiuus absolutus recentioris Graecitatis est.

2) Prop. 10 p. 34, 8 erat: *καὶ συμπίπτουσαι.*

A, *ἔστι* C. *βάσεις*] CG, *βασις* AB. **8** *βάσεις*] CG, *βασις* AB. **9** *ἐστίν*] A, (*εἰσίν*) C. *AΓΔB*] *Basil.*, *AΔΓB* A, ***agbd*** B, (*A*)*B*(*Γ*)*B* C, *AΔBΓ* H. *παραλληλογράμμῳ*] CG, *παραλληλογραμμα* A. **14** *ἀφαιρεθέντα*] ABC. **16** *λοιπή*] BCG, *λοιπον* A. *ἐλάσσονα· λοιπὴ* interpunxit *Stamatis.* **19** *ιβ'*] B, *ιγ'* A(C). **22** *βάσεις*] E, *βασις* AB, *βάσ*(*ις*) C. **23** *συμπέ*(*σωσιν*) C.

πέρατα τὰ A, Γ, ἀπὸ δὲ τῶν A, Γ ἤχθωσαν ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ H, νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαι ἠγμέναι ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου· δεικτέον, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν $AB\Gamma$ περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

ἤχθω γὰρ ἡ EZ ἐπιψαύουσα, καὶ ἀπὸ τῶν E, Z σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου ἕως [τῆς ἐπιφανείας] τῆς ἑτέρας βάσεως· τὰ δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν AH, $H\Gamma$ καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστιν τῶν παραλληλογράμμων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῶν AE, EZ, $Z\Gamma$ καὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου [ἐπεὶ γὰρ αἱ EH, HZ τῆς EZ μείζους εἰσίν, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ AE, $Z\Gamma$· ὅλαι ἄρα αἱ HA, $H\Gamma$ μείζους εἰσὶν τῶν AE, EZ, $Z\Gamma$]. ᾧ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ K χωρίον. τοῦ δὴ K χωρίου τὸ ἥμισυ ἤτοι μεῖζόν ἐστι τῶν σχημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν AE, EZ, $Z\Gamma$ εὐθειῶν καὶ τῶν $A\Delta$, ΔB, $B\Theta$, $\Theta\Gamma$ περιφερειῶν ἢ οὔ. ἔστω πρότερον μεῖζον. τῆς δὴ ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς AE, EZ, $Z\Gamma$ καὶ τοῦ $AEZ\Gamma$ τραπεζίου καὶ τοῦ κατεναντίον αὐτοῦ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου πέρας ἐστὶν ἡ περίμετρος τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ

4 τῶν ἐν] *Torellius*, εν ABC. **14** ἐστιν] C, εστι A. **16** τῆς πλευρᾶς] ABC, lateribus mg. B[2]. **17** εἰσίν] (comp.) C, εἰσί G, sunt B, ειναι A. κοιναί] BCGD[2], κοναι A. **23** δή] scripsi, δε ABC. **24** τε] C, om. A. παραλληλογράμμων] AB, γραμμῶν C. **25** τραπεζίου] E, τραπεζειου ABC. **26** ἐν τῇ] C, apud B, om. A.

tur autem etiam in altera basi cylindri a terminis ⟨rectarum⟩[1]) in superficie ductarum rectae circulum contingentes ductae; demonstrandum, parallelogramma, quae rectis contingentibus et lateribus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindrica in arcu $AB\Gamma$ posita.

ducatur enim EZ contingens,[2]) et a punctis E, Z ducantur rectae axi cylindri parallelae usque ad[3]) alteram basim; itaque parallelogramma, quae rectis AH, $H\Gamma$ et lateribus cylindri continentur, maiora sunt parallelogrammis, quae rectis AE, EZ, $Z\Gamma$ et latere cylindri continentur.[4]) quo igitur maiora sunt spatio, sit K spatium. dimidium igitur spatii K aut maius est figuris, quae rectis

1) Post ἐπιφανείᾳ lin. 5 Archimedes uix omiserat εὐθειῶν.

2) Post ἐπιψαύουσα lin. 10 *Nizzius* addi uult: δίχα τμηθείσης τῆς $AB\Gamma$ περιφερείας κατὰ τὸ B, et fortasse sic scripserat Archimedes. B mg.: circulum et existens parallela ipsi *ag* in duo equa secta periferia *abg* apud *b*.

3) Archimedes ipse particula ἕως hoc modo non utitur; quare puto, eam a transscriptore pro ἔστε πρός uel μέχρι suppositam esse (Quaest. Arch. p. 70). idem lin. 12 τῆς ἐπιφανείας aut addidit aut pro uero τοῦ ἐπιπέδου substituit.

4) Nam

$$\begin{array}{l} EH + HZ > EZ \text{ (Eucl. I, 20)} \\ \underline{AE + Z\Gamma = AE + Z\Gamma} \\ AH + H\Gamma > AE + EZ + Z\Gamma. \end{array}$$

itaque, cum altitudo eadem sit, parallelogramma, quorum bases sunt AH, $H\Gamma$, maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt AE, EZ, $Z\Gamma$ (Eucl. VI, 1). sed quae in Graecis addita sunt uerba lin. 16—19, ualde mihi suspecta sunt, quia Archimedes causam, qua nititur aliquid, praemittere solet, non postea addere.

κατὰ τὴν ΑΓ. ἔστιν δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν καὶ τῶν τμημάτων τοῦ τε ΑΒΓ καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ πέρας ἡ αὐτὴ περίμετρος· αἵ οὖν εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καί τινα μὲν περιλαμβάνει ἡ ἑτέρα αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη. ἀφαιρεθέντων οὖν κοινῶν τοῦ τε ΑΒΓ τμήματος καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡ κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἔκ τε τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ καὶ τῶν σχημάτων τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ καὶ τῶν ἀπεναντίον αὐτῶν. αἱ δὲ τῶν εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων ἐλάττους εἰσὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΗΓ [μετὰ γὰρ τοῦ Κ μείζονος ὄντος τῶν σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς]· δῆλον οὖν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΓΗ καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν.

εἰ δὲ μή ἐστιν μεῖζον τὸ ἥμισυ τοῦ Κ χωρίου τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ τμήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσους τοῦ Κ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

---

11 *τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν*] *Basil.*, *της ΑΒΓ περιφερειας* AC. **13** *τῶν* (pr.)] A, om. C. **14** *ΑΕΒ, ΒΖΓ*] *Basil.*, (C), *ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ* AB. **16** *ἐλαττȣ*| C. **23** *ἐστιν*] C, *εστι* A. **25** *τμήματος*] *Nizzius*, *σχηματος* ABC. **26** *τά* (alt.)] ABC, fort. *κατὰ τὰ*.

$A E$, $E Z$, $Z \Gamma$ et arcubus $A \Delta$, ΔB, $B \Theta$, $\Theta \Gamma$ continentur, aut non maius.

sit prius maius. superficiei igitur, quae composita est ex parallelogrammis in rectis $A E$, $E Z$, $Z \Gamma$ positis et trapezio $A E Z \Gamma$ et trapezio ei opposito, quod in altera basi est cylindri, terminus est perimetrus parallelogrammi in recta $A \Gamma$ positi. eadem autem perimetrus terminus est superficiei compositae ex superficie cylindri in arcu $A B \Gamma$ posita et segmento $A B \Gamma$ et segmento ei opposito; itaque superficies, quas commemorauimus, eundem terminum habent in plano positum, et utraque in eandem partem caua est, et altera earum quaedam comprehendit, quaedam cum altera communia habet; minor igitur ea est, quae comprehenditur [post. 4]. si igitur segmentum $A B \Gamma$ et segmentum ei oppositum utrique communia subtrahimus, minor est superficies cylindri in arcu $A B \Gamma$ posita superficie composita ex parallelogrammis in rectis $A E$, $E Z$, $Z \Gamma$ positis et figuris $A E B$, $B Z \Gamma$ et figuris iis oppositis. sed superficies parallelogrammorum, quae commemorauimus, cum figuris $A E B$, $B Z \Gamma$ et figuris iis oppositis minores sunt superficie composita ex parallelogrammis in rectis $A H$, $H \Gamma$ positis;[1]) quare adparet, parallelogramma, quae rectis $A H$, ΓH et lateribus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindri in arcu $A B \Gamma$ posita.

sin dimidium spatii K maius non est figuris, quas commemorauimus, ducentur rectae segmentum contingentes, ita ut figurae relictae minores sint dimidio spatii K [prop. 6 p. 20, 17], et cetera eadem, quae supra [prop. 11 p. 42, 23 sq.], demonstrabuntur.

---

1) Nam parallelogr. $A H + H \Gamma =$ parallelogr. $A E + E Z + Z \Gamma + K$ (ex hypothesi), et $\frac{1}{2} K > A E B \Delta + B Z \Gamma \Theta$; itaque $K > A E B \Delta + B Z \Gamma \Theta$ cum figuris iis oppositis. uerba sequentia lin. 18—19 suspecta sunt; cfr. p. 49 not 4; praeterea offendit αὐτοῖς lin. 19 (h. e. τοῖς παραλληλογράμμοις τοῖς κατὰ τὰς $A H$, $H \Gamma$) pro αὐτῇ (h. e. superficiei ex iis compositae).

Τούτων δὴ δεδειγμένων φανερὸν [ἐπὶ μὲν τῶν προειρημένων], ὅτι, ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας [ἕκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τριγώνων ἔλασσόν ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν· ὥστε καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως], καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως [κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ].

φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε, ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως [ἔλασσον γὰρ ἕκαστον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσματός ἐστι τῆς καθ' αὑτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας], καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

ιγ΄.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

---

1 *ἐπὶ μέν*] ABC, corruptum; an *ἐστιν ἐκ*? **5** *ἔλασσόν*] C, *ελασσων* A. *ἐστιν*] C, *εστι* A. **7** *ἡ*] addidi, om. A(C). **11** *ἐστίν*] C, *εστι* A. **19** *καί*] BCG, om. A. **23** *ιγ΄*] B, *ιδ΄* A(C).

His demonstratis adparet,[1]) si in cono aequicrurio inscribatur pyramis, superficiem pyramidis praeter basim minorem esse superficie conica [nam unusquisque triangulorum pyramidem comprehendentium minor est superficie conica, quae est inter latera trianguli [prop. 9]; quare etiam tota superficies pyramidis praeter basim minor est coni superficie praeter basim], et, si circum conum aequicrurium pyramis circumscribatur, superficiem pyramidis praeter basim maiorem esse coni superficie praeter basim [prop. 10].[2])

adparet autem ex iis, quae demonstrauimus, et, si in cylindro recto prisma inscribatur, superficiem prismatis ex parallelogrammis compositam minorem esse superficie cylindri praeter bases[3]) [nam unumquodque parallelogrammum minus est cylindri superficie ad id pertinenti] [prop. 11],[4]) et, si circum cylindrum rectum prisma circumscribatur, superficiem prismatis ex parallelogrammis compositam maiorem esse cylindri superficie praeter bases [prop. 12].

XIII.[5])

Cuiusuis cylindri recti superficies praeter bases aequalis

---

1) ἐπὶ μὲν τῶν προειρημένων subditiua esse puto, quia idem iam dictum est uerbis praecedentibus τούτων δεδειγμένων.

2) κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ (h. e. propter sequentem propositionem) Archimedea esse non puto, maxime ob ἐκείνῳ (h. e. illi propositioni, qua nitebatur lemma praecedens) obscure et neglegenter dictum.

3) Archimedes hic et lin. 22, 24, p. 54, 7 scripserat τῶν βάσεων (Qu. Arch. p. 73); lin. 24 et p. 54, 7 basem in bases corr. B. etiam lin. 13 aliquid turbatum est; Archimedes sine dubio καὶ ὅτι τε scripserat aut potius alio modo haec lemmata prioribus adiunxerat.

4) Hanc demonstrationem et similem lin. 4—9 subditiuas esse suspicor; turbant enim sententiarum nexum (τε—καί lin. 13—19), nec intellegitur, aut cur additae sint, cum dictum sit: φανερὸν ἐκ τῶν δεδειγμένων (lin. 1, 13), aut cur Archimedes, si eas addere uoluerit, ceteris duobus lemmatis (lin. 9, 19) demonstrationes non adiunxerit.

5) Hanc propositionem ut tertiam decimam citat Pappus I p. 394, 11.

ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ Α κύκλος, καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ Α κύκλου ἴση ἡ ΓΔ, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κυλίνδρου ἡ ΕΖ, ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν ΔΓ, ΕΖ ἡ Η, καὶ κείσθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Η, ὁ Β· δεικτέον, ὅτι ὁ Β κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶ ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. δύο δὴ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ Β κύκλου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν Β κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον. νοείσθω δὴ περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ εὐθυγράμμου πρίσμα· ἔσται δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. ἔστω δὲ καὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον ἴση ἡ ΚΔ καὶ τῇ ΚΔ ἴση ἡ ΛΖ, τῆς δὲ ΓΔ ἡμίσεια ἔστω ἡ ΓΤ· ἔσται δὴ τὸ ΚΔΤ τρίγωνον ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ περὶ τὸν Α κύκλον [ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου], τὸ δὲ ΕΛ παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου [ἐπειδὴ περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος]. κείσθω δὴ τῇ ΕΖ

---

3 ἐχέτω] BCHG, εχετο D, εἴχετο E. 12 εγ^{γ}ραψαι A.

est circulo, cuius radius media est proportionalis[1]) inter latus cylindri et diametrum basis cylindri.

sit A circulus basis cylindri recti, et recta $\Gamma\Delta$ diametro circuli A, recta EZ lateri cylindri aequalis sit, recta autem H media sit proportionalis[1]) inter $\Delta\Gamma$, EZ, et ponatur B circulus, cuius radius aequalis sit rectae H; demonstrandum, circulum B aequalem esse superficiei cylindri praeter bases.

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. sit prius, si fieri potest, minor. datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, superficie cylindri et circulo B, fieri potest, ut in circulo B inscribatur polygonum aequilaterum, et aliud circumscribatur ita, ut polygonum circumscriptum ad inscriptum rationem minorem habeat quam superficies cylindri ad circulum B [prop. 5]. fingatur igitur circumscriptum et inscriptum in circulo B et circum A circulum circumscriptum polygonum simile figurae circum B circulum circumscriptae,[2]) et in eo construatur prisma;[3]) erit igitur circum cylindrum circumscriptum. praeterea autem recta $K\Delta$ perimetro figurae rectilinae circum A circulum circumscriptae aequalis sit, et $\Lambda Z = K\Delta$, rectae autem $\Gamma\Delta$ dimidium sit ΓT; itaque triangulus $K\Delta T$ aequalis erit figurae circum A circulum circumscriptae,[4]) parallelogrammum autem $E\Lambda$ superficiei prismatis circum cylindrum circumscripti.[5]) ponatur igitur

1) Archimedes hic et lin. 3—4 scripsit *μέση ἀνάλογόν ἐστι* (Quaest. Arch. p. 70).

2) Lin. 15 sq. Archimedes scripserat: *νοείσθω δὴ εἰς τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον καὶ περὶ τὸν A κύκλον περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν B περιγεγραμμένῳ*; u. Eutocius.

3) Hic add. B mg.: e q u a l i s a l t i d u d i n i s c h y l i n d r o; nec hoc omiserat Archimedes.

4) Quia basis $K\Delta$ aequalis est perimetro polygoni, altitudo autem ΔT aequalis radio circuli A siue radio minori polygoni; cfr. ZMP. XXIV p. 180 nr. 12.

5) Quia basis EZ aequalis est perimetro polygoni, quod prismatis basis est, altitudo autem ΛZ aequalis lateri cylindri.

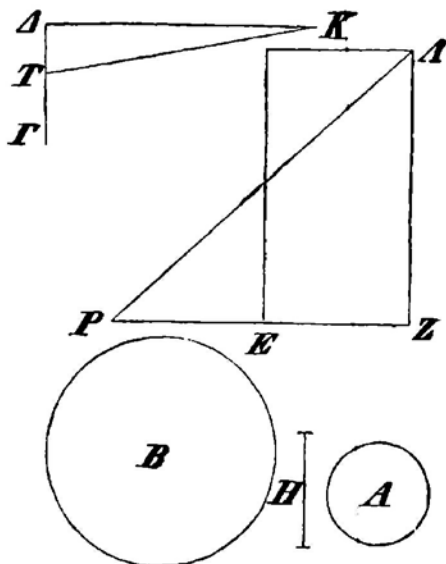
19 δέ] scripsi, δη ABC. 22 ΓT] AB, $(\Delta)T$ C. 23 τῷ] C, το A.

ἴση ἡ ΕΡ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ΖΡΛ τρίγωνον τῷ ΕΛ παραλληλογράμμῳ, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστιν τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον [τὰ εὐθύγραμμα], ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει· ἕξει ἄρα τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον λόγον, ὃν ἡ ΤΔ πρὸς Η δυνάμει [αἱ γὰρ ΤΔ, Η ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἐκ τῶν κέντρων]. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἡ ΤΔ πρὸς Η δυνάμει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει [ἡ γὰρ Η τῶν ΤΔ, ΡΖ μέση ἐστὶ ἀνάλογον διὰ τὸ καὶ τῶν ΓΔ, ΕΖ· πῶς δὲ τοῦτο; ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΤ τῇ ΤΓ, ἡ δὲ ΡΕ τῇ ΕΖ, διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΤΔ, καὶ ἡ ΡΖ τῆς ΡΕ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΔΤ, οὕτως ἡ ΡΖ πρὸς ΖΕ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ Η· καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η· ἐὰν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν, ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἶδος τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον]· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΛΖ [ἐπειδήπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΛΖ]· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, ὅνπερ τὸ ΤΚΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΖΛ τρίγωνον.

---

3 *ἐστιν*] C, *εστι* A. **7** *λόγον*] AB, om. (C). **8** *Η*] (C), *το Η* A. *τῶν κέντρων*] CG, *του κεντρου* AB. **10** *λόγον*] λ_{o} C.

rectae EZ aequalis EP; itaque triangulus $Z P \Lambda$ aequalis est parallelogrammo $E\Lambda$ [Eucl. I, 41]; quare etiam superficiei prismatis. et quoniam similes sunt figurae rectilineae circum A, B circulos circumscriptae, eandem rationem habebunt[1]) quam radii quadrati [u. Eutocius]; habebit igitur triangulus $KT\Delta$ ad figuram rectilineam circum B circulum circumscriptam eandem rationem, quam $T\Delta^2 : H^2$.



sed

$$T\Delta^2 : H^2 = T\Delta : PZ,^2)$$

et

$$T\Delta : PZ = KT\Delta : P\Lambda Z;^3)$$

quare triangulus $KT\Delta$ ad figuram rectilineam circum B circulum circumscriptam eandem rationem habet, quam trian-

---

1) τὰ εὐθύγραμμα lin. 5 deleri uoluit Torellius probante Nizzio. et ex Eutocio adparet Archimedem scripsisse: τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὅνπερ.

2) Nam ex hypothesi est $H^2 = \Delta\Gamma \times EZ$ et $\Delta\Gamma = 2T\Delta$, $EZ = \frac{1}{2}PZ$; quare $H^2 = T\Delta \times PZ$, h. e. $T\Delta : H = H : PZ$; tum u. Eucl. VI, 20 coroll. 2. demonstrationem subditiuam p. 56 10—24 nimis uerbosam esse, iam Nizzius p. 57 not. β intellexit; idem p. 270 uerba πῶς δὲ τοῦτο deleri uult; sed cfr. p. 40, 22.

3) Ex Eucl. VI, 1, quia ex hypothesi $\Lambda Z = K\Delta$.

---

13 $T\Gamma$] ΓT (C). **16** ἐστίν] C, εστι A. τῷ (alt.)] corr. ex τό in scrib. C. **17** ἐστίν] C, εστι A. **20** ὡς] *Basil.*, om. ABC. **23** πρός] AB, καί C.

ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ΖΛΡ τρίγωνον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ· ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν Α κύλινδρον περιγεγραμμένου τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Α κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἕξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ Β ἐγγεγραμμένον ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν κύλινδρον μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ ἔλασσόν ἐστιν τοῦ Β κύκλου]. οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ Β κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

ἔστω δή, εἰ δυνατόν, μείζων. πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸν Β κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν Α κύκλον πολύγωνον ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, καὶ πρίσμα ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου· καὶ πάλιν ἡ ΚΔ ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ ἡ ΖΛ ἴση αὐτῇ ἔστω. ἔσται δὴ τὸ μὲν ΚΤΔ τρί-

1 τῷ] A, τό C. 3 Α] om. B. 4 τῷ (alt.)] τό (C). ἐστίν] C, εστι A. 5 λόγον] $\overset{\lambda}{o}$ C. 10 ἐγγεγραμμένον] C, γεγραμμενον AB.

gulus $TK\Delta$ ad triangulum $PZ\Lambda$ [u. Eutocius]. itaque triangulus $Z\Lambda P$ figurae rectilineae circum B circulum circumscriptae aequalis est [Eucl. V, 9]; quare etiam superficies prismatis circum A cylindrum circumscripti aequalis est figurae rectilineae circum B circulum circumscriptae. et quoniam figura rectilinea circum B circulum circumscripta ad figuram in circulo inscriptam minorem rationem habet quam superficies A cylindri ad B circulum [ex hypothesi], etiam superficies prismatis circum cylindrum circumscripti ad figuram in circulo B inscriptam minorem rationem habebit quam superficies cylindri ad B circulum; permutando igitur ⟨prisma ad cylindrum minorem rationem habet quam figura in circulo B inscripta ad B circulum⟩;[1]) quod absurdum est [u. Eutocius].[2]) ergo fieri non potest, ut B circulus minor sit superficie cylindri.

iam, si fieri potest, maior sit. rursus igitur fingatur figura rectilinea in circulo B inscripta et alia circumscripta ita, ut figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habeat quam B circulus ad superficiem cylindri [prop. 5], et inscribatur in circulo A polygonum simile polygono in circulo B inscripto, et prisma in polygono in circulo ⟨A⟩ inscripto construatur; et rursus recta $K\Delta$ aequalis sit perimetro figurae rectilineae in circulo A inscriptae, et recta $Z\Lambda$ ei aequalis

---

1) Archimedes pro *καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον* p. 58, 12 scripserat: *ἐναλλὰξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρίσμα πρὸς τὸν κύλινδρον ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον πρὸς τὸν B κύκλον· ὅπερ ἄτοπον*, ut ex Eutocio adparet.

2) Sequentia uerba p. 58, 12—16 subditiua esse, adparet ex Eutocio.

---

15 *ἐγγεγραμμένον*] C, postea B, *γεγραμμενον* AB. **16** *ἔστιν*] C, *εστι* A. **19** *δή* (utr.)] scripsi, *δε* ABC. **20** *καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον*] AB, om. C. **22** *ἔχειν*] CG, *εχει* A. *ἤ*] AB, *ἤπερ* C. **25** *ἐγγεγραμμένῳ*] (C)GE[2], *εγγεγραμμενον* A. **27** *ἔστω*] sit in ras. B, *εστι* D, *ἐστιν* G, comp. CE.

γωνον μεῖζον τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου [διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον αὐτοῦ, ὕψος δὲ μεῖζον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης καθέτου], τὸ δὲ ΕΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένῃ [διότι περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὅ ἐστιν βάσις τοῦ πρίσματος]· ὥστε καὶ τὸ ΡΛΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν δυνάμει. ἔχει δὲ καὶ τὰ ΚΤΔ, ΖΡΛ τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων δυνάμει· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον καὶ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΖΡ τρίγωνον. ἔλασσον δέ ἐστι τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦ ΚΤΔ τριγώνου· ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦ ΖΡΛ τριγώνου· ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένου· ὅπερ ἀδύνατον [ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐναλλάξ, μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν Β κύκλον τοῦ Β κύκλου, μεῖζον ἄρα ἐστὶν τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ Β κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ

---

3 ἐπί] *Torellius*, πλευρας επι AC; eo (in ras.) qui a centro

sit. triangulus igitur $KT\Delta$ maior erit figura rectilinea in circulo A inscripta,[1]) parallelogrammum autem EA aequale superficiei prismatis ex parallelogrammis compositae;[2]) quare etiam triangulus PAZ aequalis est superficiei prismatis [p. 56, 1]. et quoniam figurae rectilineae in circulis A, Z inscriptae similes sunt, eandem inter se rationem habent, quam radii circulorum quadrati [Eucl. XII, 1]. sed etiam trianguli $KT\Delta$, ZPA eandem inter se rationem habent, quam radii circulorum quadrati;[3]) itaque figura rectilinea in circulo A inscripta ad figuram in circulo B inscriptam eandem rationem habet, quam triangulus $KT\Delta$ ad triangulum AZP. minor autem est figura rectilinea in circulo A inscripta triangulo $KT\Delta$; itaque etiam figura rectilinea in circulo B inscripta minor est triangulo ZPA; quare etiam superficie prismatis in cylindro inscripti; quod fieri nequit.[4]) itaque fieri non potest, ut circulus B maior sit superficie cylindri. demonstratum est autem, ne minorem quidem eum esse; ergo aequalis est.

1) Basis enim $K\Delta$ aequalis est perimetro polygoni, altitudo autem ΔT, quae aequalis est radio circuli A, maior quam radius minor polygoni. uerba lin. 2—4 Archimedis non sunt; u. p. 54, 24.

2) U. p. 55 not. 4. quae sequuntur lin. 6—9 subditiua sunt; cfr. p. 54, 27.

3) Nam $KT\Delta : ZPA = T\Delta : ZP = T\Delta^2 : H^2$ (p. 57 not. 2); sed $T\Delta$ aequalis est radio circuli A et H radio circuli B.

4) Nam quoniam figura circum B circumscripta ad figuram inscriptam minorem rationem habet quam circulus B ad superficiem cylindri, et B circulus $<$ figura circumscripta, figura inscripta maior erit superficie cylindri, et multo magis superficie prismatis (prop. 12 p. 52, 13). sequentia uerba lin. 23—p. 62, 1 deleo; cfr. p. 59 not. 2.

ad B. **5** τῇ] AB, (ἐν) τῇ C. **8** ὅ] quod corr. ex qui B, ος AC. ἐστιν] G, ἐστι DEH, comp. C. **16** A — **17** τῷ] AB, om. C. **20** καί] AB, om. C.

κυλίνδρου· ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος]. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ Β κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων· ἴσος ἄρα ἐστίν.

ιδ'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς χωρὶς τῆς βάσεως ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστιν βάσις τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ Γ, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἔστω ἴση ἡ Δ, τῶν δὲ Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε, ὁ δὲ Β κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε ἴσην· λέγω, ὅτι ὁ Β κύκλος ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον ἐλάσσων. ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε ἐπιφάνεια τοῦ κώνου καὶ ὁ Β κύκλος, καὶ μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου· δυνατὸν ἄρα εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον. νοείσθω δὴ καὶ περὶ τὸν Α κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστιν τὰ πολύγωνα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα,

---

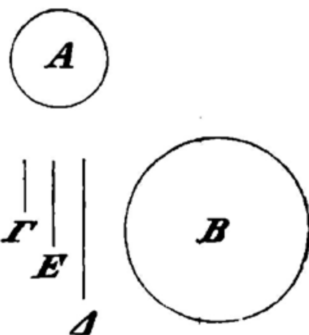
2 *ἐστίν*] C, εστι A. 3 *ἴσος*] AB, *ἴσον* C. 5 *ιδ*] B, *ιε'* A(C).

XIV.

Superficies cuiusuis coni aequicrurii praeter basim aequalis est circulo, cuius radius media proportionalis est[1]) inter latus coni et radium circuli, qui basis est coni.[2])

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus *A*, radius autem eius sit recta *Γ*, et lateri coni aequalis sit recta *Δ*, et inter *Γ*, *Δ* media proportionalis recta *E*, circulus autem *B* radium rectae *E* aequalem habeat; dico, circulum *B* aequalem esse superficiei coni praeter basim.

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. prius minor sit. sunt igitur duae magnitudines inaequales, superficies coni et *B* circulus, quarum maior est superficies coni; itaque fieri potest, ut in circulo *B* polygonum aequilaterum inscribatur et aliud circumscribatur simile inscripto ita, ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat quam superficies coni ad *B* circulum [prop. 5]. fingatur igitur polygonum circum *A* circulum circumscriptum simile polygono circum *B* circumscripto, et in polygono circum *A* circulum circumscripto pyramis construatur eundem habens uerticem, quem habet conus. iam quoniam similia sunt polygona circum *A*, *B* circulos circumscripta,



1) Archimedem scripsisse puto lin. 7—8: μέση ἐστὶν ἀνάλογον; cfr. p. 55 not. 1.

2) Hanc propositionem ut XIVmam citat Pappus I p. 390, 16. sed uerba ipsa Archimedis interpolator addidit, ut recte suspicatus est Hultschius; neque enim Pappi temporibus scripta Archimedis in linguam communem conuersa circumferebantur, quod post Eutocium demum factum est (Quaest. Arch. p. 77—78).

6 ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως Pseudopappus. 7 ἐστίν idem. 8 λόγον] ἀνάλογον idem. 9 ἐστιν] idem, C, εστι A. 10 κύκλος] ○ C. 13 *B*] AB, om. C. 22 ἔχειν] C, εχει A. 26 περι | περιγεγραμμένον C. 28 ἐστιν] C, εστι A.

τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει πρὸς ἀλλήλας, τουτέστιν ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Ε δύναμει, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον [ἡ μὲν γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτῳ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ δὲ Δ τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου· κοινὸν δὲ ὕψος ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν]· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον· ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἕξει ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς περὶ τὸν κῶνον περιγεγραμμένης πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ ἔλασσον ἔσται τοῦ Β κύκλου]. οὐκ ἄρα ὁ Β κύκλος ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου.

λέγω δή, ὅτι οὐδὲ μείζων. εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον

---

3 τουτέστιν] τουτ(έστιν) C, τουτεστι A. 4 ἡ Γ — ἔχει]

eandem habent rationem inter se, quam radii circulorum quadrati [p. 60, 10], h. e. quam habet $\Gamma^2 : E^2 = \Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 coroll. 2]. sed quam rationem habet Γ ad Δ, eam habet polygonum circumscriptum circum A circulum ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae;[1]) eandem igitur rationem habet figura rectilinea circum A circulum circumscripta ad figuram circum B circumscriptam, quam haec ipsa figura[2]) ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae; quare superficies pyramidis aequalis est figurae rectilineae circum B circulum circumscriptae [Eucl. V, 9]. iam quoniam minorem rationem habet figura rectilinea circum B circulum circumscripta ad figuram inscriptam quam superficies coni ad B circulum, minorem rationem habebit superficies pyramidis circum conum circumscriptae ad figuram rectilineam in circulo B inscriptam quam superficies coni ad B circulum; quod fieri non potest.[3]) itaque fieri non potest, ut B circulus minor sit superficie coni.

dico igitur, eum ne maiorem quidem esse. sit enim, si fieri potest, maior. rursus igitur fingatur in circulo B poly-

---

1) Nam polygonum circumscriptum aequale est triangulo, cuius basis est perimetro polygoni aequalis, altitudo autem rectae Γ (p. 55 not. 4), et superficies pyramidis triangulo eandem basim habenti, altitudinem autem rectam Δ (prop. 8); tum u. Eucl. VI, 1; ZMP. XXIV p. 179 nr. 7. obscuritas uerborum proxime sequentium lin. 7—10 interpolatori, non Archimedi imputanda est (pro ἡμίση lin. 10 διπλάσια substitui uult Hauber). lin. 1 τῶν κέντρων *Basil.*, et hoc scripserat Archimedes; cfr. p. 56, 8.

2) H. e. figura rectilinea circum A circulum circumscripta.

3) Nam superficies pyramidis maior est superficie coni (prop. 12 p. 52, 9), sed polygonum inscriptum minus circulo B.

---

mg. C. **10** πρός] AB, καί C. **11** τό (alt.)] τ(ῷ) C. (A) C. **12** πρός—κύκλον] AB, om. C. αὐτὸ τό] fort. τὸ αὐτό; cfr. tamen p. 66, 22. **14** περιγεγραμμένης] in περι- des. C. **16** περιγεγραμμένῳ] G, περιγεγραμμενη A. ἐλάσσονα] GH, ελασσο D, ἐλάσσω E. **26** ἔσται] comp. A, erit B, ἐστι *Torellius*. **29** δή] scripsi, δε AB.

πολύγωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ *Β* κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου, καὶ εἰς τὸν *Α* κύκλον νοείσθω ἐγγεγραμμένον πολύγωνον ὅμοιον τῷ εἰς τὸν *Β* κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ἐν τοῖς *Α*, *Β* κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον καὶ ἡ *Γ* πρὸς τὴν *Δ* μήκει. ἡ δὲ *Γ* πρὸς τὴν *Δ* μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ *Α* κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον [ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *Α* κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένην ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου]· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ *Α* κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ *Β* ἐγγεγραμμένον ἢ αὐτὸ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τοῦ ἐν τῷ *Β* πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν *Β* κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἢ ὁ *Β* κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου· πολλῷ ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν *Β* κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ

---

3 ἔχειν] G, εχει A. 4 τόν] GH, το DE. 18 πρὸς τὴν

gonum inscriptum et aliud circumscriptum ita, ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat quam *B* circulus ad superficiem coni [prop. 5], et in circulo *A* fingatur inscriptum polygonum simile polygono in circulo *B* inscripto, et in eo pyramis construatur eundem uerticem habens, quem habet conus. iam quoniam polygona in circulis *A*, *E* inscripta similia sunt, eandem habebunt rationem inter se, quam radii quadrati [Eucl. XII, 1]; polygona igitur inter se eandem habent rationem, quam $\Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 coroll. 2]. sed $\Gamma : \Delta$ maiorem rationem habet quam polygonum in circulo *A* inscriptum ad superficiem pyramidis in cono inscriptae [u. Eutocius]; maiorem igitur rationem habet polygonum in circulo *A* inscriptum ad polygonum in circulo *B* inscriptum quam hoc ipsum polygonum[1]) ad superficiem pyramidis; maior igitur est superficies pyramidis polygono in circulo *B* inscripto. minorem autem rationem habet polygonum circum *B* circulum circumscriptum ad polygonum inscriptum quam *B* circulus ad superficiem coni; multo igitur minorem rationem habet polygonum circum *B* circulum circumscriptum ad superficiem pyramidis in cono inscriptae quam *B* circulus ad superficiem coni; quod fieri non potest.[2]) itaque ne hoc quidem fieri potest, ut maior sit circulus ⟨*B*⟩ superficie coni. demonstratum autem est, eum ne minorem quidem esse; ergo aequalis est.

---

1) H. e. polygonum in circulo *A* inscriptum.

2) Nam polygonum circumscriptum maius est circulo *B*, superficies uero pyramidis inscriptae minor superficie coni (prop. 12 p. 52, 1). sed quibus hoc ipsum continetur uerbis lin. 15—19 in suspicionem uocantur uerbis p. 58, 12 sq. damnatis (p. 59 not. 2); cfr. p. 61 not. 4.

ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου] *Basil.*, om AB, super unum latus polygonii mg. B. 22 *αὐτὸ τό*] fort. *τὸ αὐτό*; cfr. p. 64, 12; ipsum e corr. B.

ἐγγεγραμμένης ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον [τὸ μὲν γὰρ περιγεγραμμένον πολύγωνον μεῖζόν ἐστιν τοῦ B κύκλου, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου]. οὐκ ἄρα οὐδὲ μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων· ἴσος ἄρα.

ιε΄.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ A κύκλος, ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A ἴση ἡ B, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἡ Γ· δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν A κύκλον καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν B.

εἰλήφθω γὰρ τῶν B, Γ μέση ἀνάλογον ἡ E, καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ Δ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ E· ὁ Δ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου [τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου]. ἐδείχθη δὲ ὁ Δ κύκλος πρὸς τὸν A κύκλον λόγον ἔχων τὸν αὐτὸν τῷ τῆς Γ πρὸς B μήκει [ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς E πρὸς B δυνάμει διὰ τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων· εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ τὰ ἡμίση, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν αἱ B, E]. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν A κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Γ πρὸς B μήκει.

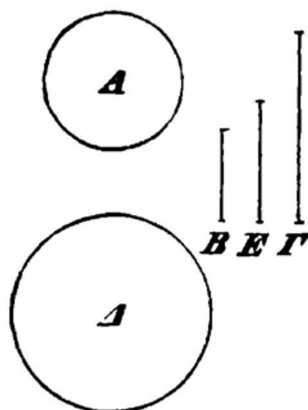
---

8 ιε΄] B, ιϛ΄ A.

XV.

Superficies cuiusuis coni aequicrurii ad basim eandem rationem habet, quam latus coni ad radium basis coni.

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus *A*, et recta *B* radio circuli *A* aequalis sit, *Γ* autem lateri coni; demonstrandum, superficiem coni ad *A* circulum eandem rationem habere, quam *Γ* ad *B*.



sumatur enim media proportionalis inter *B*, *Γ* recta *E*, et ponatur circulus *Δ* radium rectae *E* aequalem habens; itaque circulus *Δ* aequalis est superficiei coni [prop. 14]. demonstratum est autem, *Δ* circulum ad *A* circulum eam rationem habere, quam *Γ* ad *B* [prop. 14 p. 64, 1 sq.];[1]) ergo adparet, superficiem coni ad *A* circulum eandem rationem habere, quam *Γ* ad *B*.

---

1) Nam $\Delta : A = E^2 : B^2$ (Eucl. XII, 2) et $B : \Gamma = B^2 : E^2$ (Eucl. VI, 20 coroll. 2).

ιϛ'.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

ἔστω κῶνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔΕ, ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔστω ὁ ΒΗ, κύκλος δέ τις ἐκκείσθω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τε ΑΔ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΗΑ, ἔστω δὲ κύκλος ὁ Θ· λέγω, ὅτι ὁ Θ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ.

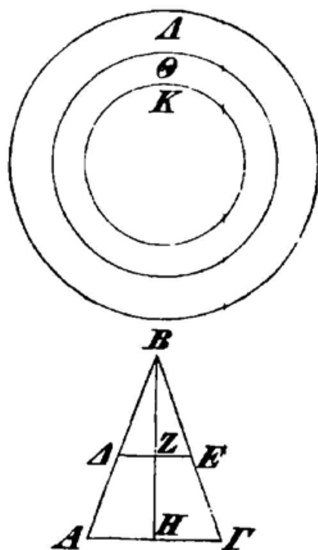
ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Λ, Κ, καὶ τοῦ μὲν Κ κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΔΖ, τοῦ δὲ Λ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΑΗ· ὁ μὲν ἄρα Λ κύκλος ἴσος ἐστὶν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου, ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΒ. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΖ καὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΑΔ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΑΗ, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒ, ΑΗ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Κ κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΔΑ

1 ιϛ'] B, ιζ' A. 3 *ἐπιφανείᾳ*] Pseudopappus, *Basil.*, τη επιφανεια A. 4 *ἐστίν* Pseudopappus. 5 *τε*] om. Pseudopappus. 6 *παραλλήλων*] rursus inc. C. 11 *δέ*] AB, om. (C). 12 *ὁ*] (C), om. A. 18 *ὑπό*] (C), *Basil.*, υπο το A. 20 *ἐστίν*] C, εστι A. 21 *κώνου* — p. 72, 3 *κύκλου*] (C).

XVI.

Si conus aequicrurius plano basi parallelo secatur, superficiei coni inter plana parallela positae aequalis est circulus, cuius radius media proportionalis[1]) est inter latus coni, quod inter plana parallela positum est, et rectam aequalem utrique simul radio circulorum in planis parallelis positorum.[2])

sit conus eiusmodi, ut triangulus per axem eius positus aequalis sit triangulo $AB\Gamma$, et secetur plano basi parallelo, et efficiat ⟨planum secans⟩ sectionem ΔE, axis autem coni sit BH, et ponatur circulus, cuius radius media sit proportionalis inter $A\Delta$ et $\Delta Z + HA$, sitque circulus Θ; dico, circulum Θ aequalem esse superficiei coni inter rectas ΔE, $A\Gamma$ positae.



ponantur enim circuli Λ, K, et radius circuli K quadratus aequalis sit $B\Delta \times \Delta Z$, radius autem circuli Λ quadratus aequalis $BA \times AH$; itaque circulus Λ aequalis est superficiei coni $AB\Gamma$, circulus autem K superficiei coni ΔEB [prop. 14]. et quoniam

$$BA \times AH = B\Delta \times \Delta Z + A\Delta \times (\Delta Z + AH)$$

[u. Eutocius], quia recta ΔZ parallela est rectae AH, sed radius circuli Λ quadratus $= BA \times AH$, radius circuli K quadratus $= B\Delta \times \Delta Z$ radiusque circuli Θ quadratus $= A\Delta \times (\Delta Z + AH)$ [ex hypo-

1) Archimedes lin. 5 scripserat: μέση ἀνάλογόν ἐστι; cfr. p. 55 not. 1.

2) Citat Pappus I p. 366, 21 sq.; sed totum hunc locum interpolatori tribuo; cfr. p. 63 not. 2. etiam uerba apud Pappum I p. 370, 12: διὰ τὸ αὐτὸ Ἀρχιμήδους ιζ' θεώρημα tum delenda sunt, etiam propter uitiosum numerum (cfr. Quaest. Arch. p. 154 not.).

καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Κ, Θ κύκλων· ὥστε καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς Κ, Θ κύκλοις. ἀλλ' ὁ μὲν Λ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΓ κώνου, ὁ δὲ Κ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου· λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν ΔΕ, ΑΓ ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.

[*Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΒΑΗ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΗ. τετμήσθω ἡ ΒΑ πλευρά, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ ΑΗ ἡ ΔΘ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΒΑ ἡ ΚΛ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ ΒΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔΖ καὶ τῷ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ.*

ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΒΑΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔΖ τὸ ΒΖ, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ ὁ ΜΝΞ γνώμων· τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΔΑΗ ἴσον ἐστὶν τῷ ΚΗ διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ΚΘ παραπλήρωμα τῷ ΔΛ παραπληρώματι, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ, ΔΖ τῷ ΔΛ· ὅλον ἄρα τὸ ΒΗ, ὅπερ ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔΖ καὶ τῷ ΜΝΞ γνώμονι, ὅς ἐστιν ἴσος τῷ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΑΗ, ΔΖ].

ΛΗΜΜΑΤΑ.

α'. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς βάσεσιν· καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν.

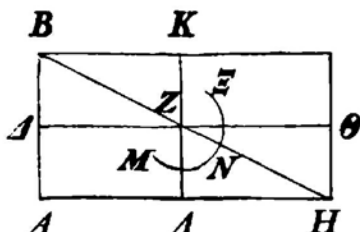
---

4 *ὥστε* — 8 *κύκλῳ*] (C). 9 *ἔστω* — 23 *ΔΖ*] om. B. 9 *ἔστω*] A, *ἔστω τό* C. 14 *ΑΗ*] D², *ΑΛ* A(C). 18 *ἐστίν*] C,

thesi], radius circuli Λ quadratus aequalis erit radiis circulorum K, Θ quadratis; quare etiam

$$\Lambda = K + \Theta.^{1})$$

sed circulus Λ aequalis est superficiei coni $B A \Gamma$, K autem circulus aequalis superficiei coni $\Delta B E$; itaque, quae relinquitur superficies coni inter plana parallela ΔE, $A\Gamma$ posita, aequalis est circulo Θ.[2])



LEMMATA.

1. Coni eandem altitudinem habentes eandem rationem habent, quam bases;[3]) et coni aequales bases habentes eandem rationem habent, quam altitudines.[4])

---

1) Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Archim. p. 48.

2) Quod hic sequitur lemma subditiuum, a Torellio ante prop. 16 transpositum est (Quaest. Arch. p. 72); hoc loco habent AC.

3) Eucl. XII, 11: *οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.*

4) Eucl. XII, 14: *οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.*

εστι A. *τῷ*] A, *τό* C. *τό* (alt.)] CG, *τῳ* A. **20** *τῷ*] A, *τό* (C). **21** *γνώμονι*] CH, *γνωμωνι* A. **24** et numeros add. *Torellius.* **25** — p. **74**, **13** mg. sup. B, add.: non est de libro sed erat in exemplari greco ante sequens theorema (ab Euclide sunt demonstrata add. B[2]).

β΄. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ΄. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ΄. Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσίν.

ε΄. Καὶ οἱ κῶνοι, ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν τοῖς ἄξοσιν [τουτέστιν τοῖς ὕψεσι], πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

ιζ΄.

Ἐὰν ὦσιν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ, καὶ τοῦ $AB\Gamma$ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEZ, τὸ δὲ ὕψος τὸ AH ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ Θ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου, οἷον ἐπὶ τὴν ΔE, καθέτῳ ἠγμένῃ τῇ $K\Theta$· λέγω, ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

---

10 ἔχουσιν] C, εχουσι A. ἄξοσιν] A, ἄξοσι C. τουτέστιν] τουτέστι | C, τουτεστι A. τοῖς — 23 $K\Theta$] (C). 14 ιζ΄] B, ιη΄ A. 23 καθέτῳ] B, καθετον A.

2. Si cylindrus plano basi parallelo secatur, erit, ut cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.[1])

3. Eandem autem rationem, quam cylindri, habent coni easdem bases habentes, quas cylindri habent ⟨et altitudinem aequalem⟩.[2])

4. Bases autem conorum aequalium in contraria proportione altitudinum sunt; et quorum bases in contraria proportione altitudinum sunt, aequales sunt coni.[3])

5. Et coni, quorum basium diametri eandem rationem habent, quam axes,[4]) in tripla ratione diametrorum basium sunt.[5])

Haec autem omnia a prioribus demonstrata sunt.

XVII.

Si dati sunt duo coni aequicrurii, alterius autem coni superficies aequalis est basi alterius, et recta a centro basis ad latus coni perpendicularis ducta aequalis est altitudini,[6]) coni aequales erunt.

sint duo coni aequicrurii $AB\Gamma$, ΔEZ, et basis coni $AB\Gamma$ aequalis sit superficiei coni ΔEZ, altitudo autem AH aequalis rectae $K\Theta$ a centro basis Θ ad latus coni, uelut ΔE, perpendiculari ductae; dico, conos esse aequales.

---

1) Eucl. XII, 13: *ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.*

2) Post *τοῖς κυλίνδροις* Archimedes uix omiserat: *καὶ ὕψος ἴσον*, quae uerba addi uoluit Peyrardus aliique. propositio ipsa apud Euclidem non legitur; sequitur autem ex XII, 10.

3) Eucl. XII, 15: *τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.*

4) Uerba *τουτέστι τοῖς ὕψεσι* transscriptori tribuenda esse uidentur.

5) Eucl. XII, 12: *οἱ ὅμοιοι* (h. e. quorum axes et diametri basium proportionales sunt; XI def. 24) *κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.*

6) Ueri simile est, Archimedem duos illos conos diligentius distinxisse; cfr. prop. 18 p. 76, 19 sqq. et prop. 20 p. 82, 28 sqq.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ ΑΒΓ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ [τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον], ὡς ἄρα ἡ τοῦ ΒΑΓ βάσις πρὸς τὴν τοῦ ΔΕΖ βάσιν, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔΕΖ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔΕΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΚ [ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, ἡ ΔΕ τουτέστι πρὸς ΕΘ. ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ· ἰσογώνια γάρ ἐστι τὰ τρίγωνα]. ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΚ τῇ ΑΗ· ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΒΑΓ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔΕΖ, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΔΕΖ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ ΑΒΓ. τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΑΓ τῷ ΔΕΖ κώνῳ.

ιη΄.

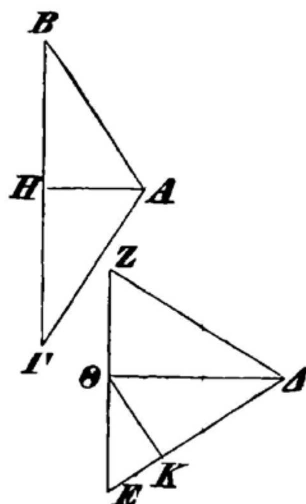
Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ ΑΔ, ἐκκείσθω δέ τις ἕτερος ὁ ΗΘΚ τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου καθέτῳ ἐπὶ τὴν ΑΒ ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένῃ, ἔστω δὲ ἡ ΔΖ, τὸ δὲ ὕψος τοῦ ΘΗΚ κώνου ἔστω τὸ ΘΛ· ἴσον

---

6 ΔΘ] e corr. BG, ΕΘ AC. 9 ἡ ΔΕ τουτέστι] ABC,

nam quoniam basis coni $AB\Gamma$ aequalis est superficiei coni ΔEZ, erit, ut basis coni $BA\Gamma$ ad basim coni ΔEZ, ita superficies coni ΔEZ ad basim coni ΔEZ [Eucl. V, 7]. sed ut superficies ad basim eiusdem coni, ita $\Delta\Theta$ ad ΘK.[1]) et $\Theta K = AH$; itaque, ut basis coni $BA\Gamma$ ad basim coni ΔEZ, ita altitudo coni ΔEZ ad altitudinem coni $AB\Gamma$. itaque bases conorum $AB\Gamma$, ΔEZ in contraria proportione altitudinum sunt; ergo conus $BA\Gamma$ cono ΔEZ aequalis est (lemm. 4 p. 74).



XVIII.

Cuiuis rhombo[2]) ex conis aequicruriis composito aequalis est conus basim habens superficiei alterius coni eorum, qui rhombum comprehendunt, aequalem, altitudinem autem aequalem rectae, quae a uertice alterius coni ad latus prioris coni perpendicularis ducitur.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus $AB\Gamma\Delta$, cuius basis sit circulus circum $B\Gamma$ diametrum descriptus, altitudo autem $A\Delta$, et ponatur alius conus $H\Theta K$ basim habens superficiei coni $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem rectae a Δ puncto ad AB rectam uel eandem productam perpendiculari, quae sit recta ΔZ, altitudo autem

1) Nam
superficies coni ΔEZ : basis coni $\Delta EZ = \Delta E : E\Theta$ (prop. 15); sed $\Delta E : E\Theta = \Theta\Delta : \Theta K$ (Eucl. VI, 4), quia $\Delta E\Theta \sim \Theta K\Delta$.
2) Sc. solido (defin. 6 p. 6).

---

quod in loco interpolato ferendum, *τουτέστι ἡ* ΔE *Basil.* **10** $E\Theta$] e corr. BG, (E)Θ C, $\Delta\Theta$ A. $\Theta\Delta$] AC, ΘE e corr. DG, *et* e corr. B. $E\Theta$] ABC, $\Delta\Theta$ e corr. BGD. **17** *ιη'*] B, *ιθ'* A(C). **18** *κώνων*] (C)EG, *κονων* A. **22** *μίαν*] des. C. **28** *ἡγμένῃ*] *Torellius, ηγμενην* AB.

δή ἐστιν τὸ ΘΛ τῇ ΔΖ· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ ῥόμβῳ.

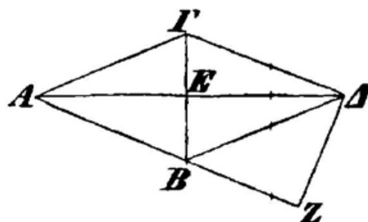
ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κῶνος ὁ ΜΝΞ τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΑΔ, καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ ΝΟ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΝΟ τῇ ΑΔ ἴση ἐστίν, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΝΟ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, ὡς δὲ ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ὁ ΜΝΞ κῶνος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον [διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας]· ὡς ἄρα ὁ ΜΝΞ κῶνος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΜΝΞ τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΗΘΚ, ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ [ἡ γὰρ βάσις τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ]. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστιν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα]· ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΝΟ [ὑπέκειτο γάρ], ἡ δὲ ΔΖ τῇ ΘΛ· ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ, οὕτως τὸ ΝΟ ὕψος πρὸς τὸ ΘΛ. τῶν ΗΘΚ, ΜΝΞ ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. ἐδείχθη

---

4 *ἔχων*] H, corr. ex *ἔχον* G, *εχον* A. *ΑΒΓ*] e corr. BD, *ΑΒ* A. 7 *ΑΔ*] rursus inc. C. 8 *ΔΕ*] (*Α*)Ε C. *οὕτως*] AB, om. C. 12 *ΑΒΓΔ*] AB, *ΑΒΓ* C. 18 *ὡς*] AB, *τὴν βάσιν ὡς* C. 19 *βάσιν*] des. C. *τουτεστι* A. 21 *ΜΝΞ*] B, *ΝΜΞ* A. 23 *ὡς*] *Basil.*, ut B, *ωστε* A. 25 *τῶν*] *Basil.*, *του* A.

coni ΘHK sit $\Theta\Lambda$; itaque $\Theta\Lambda = \Delta Z$; dico, conum ⟨$H\Theta K$⟩ aequalem esse rhombo.

ponatur enim alius conus $MN\Xi$ basim habens basi coni $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem rectae $A\Delta$, et sit altitudo eius NO. iam quoniam $NO = A\Delta$, erit [Eucl. V, 7]



$$NO : \Delta E = A\Delta : \Delta E.$$

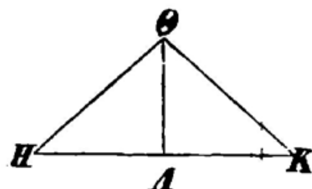
sed

$$A\Delta : \Delta E = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta,$$ [1])

et

$$NO : \Delta E = MN\Xi : B\Gamma\Delta$$

[lemm. 1 p. 72]; [2])

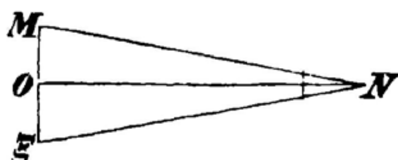


itaque

$$MN\Xi : B\Gamma\Delta = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta;$$

quare

$$MN\Xi = AB\Gamma\Delta$$ [Eucl. V, 9].



et quoniam superficies coni $AB\Gamma$ aequalis est basi coni $H\Theta K$, erit, ut superficies coni $AB\Gamma$ ad basim eiusdem coni, ita basis coni $H\Theta K$ ad basim coni $MN\Xi$. [3]) sed ut superficies coni $AB\Gamma$ ad basim eiusdem coni, ita AB ad BE [prop. 15], h. e. $A\Delta$ ad ΔZ; [4]) itaque, ut basis coni $H\Theta K$ ad basim coni $MN\Xi$, ita $A\Delta$ ad ΔZ. sed $A\Delta = NO$ [ex hypothesi], et $\Delta Z = \Theta\Lambda$ [ex hypothesi]; itaque, ut basis coni $H\Theta K$ ad basim coni $MN\Xi$, ita erit NO altitudo ad $\Theta\Lambda$. conorum igitur $H\Theta K$, $MN\Xi$ bases in contraria sunt

---

1) Nam $AB\Gamma : B\Gamma\Delta = AE : E\Delta$ (lemm. 1 p. 72); quare componendo (Eucl. V, 18) $AB\Gamma + B\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta = A\Delta : E\Delta$.

2) Sequentia uerba lin. 10—11 transscriptori tribuo; neque enim intellegitur, cur Archimedes, si ad lemma 1 lectorem reuocare uoluit, hoc lin. 7—9, ubi magis opus erat, praetermiserit.

3) Nam basis coni $MN\Xi$ aequalis est basi coni $AB\Gamma$ (ex hypothesi). uerba lin. 4—5 Archimedis uix sunt.

4) Nam $ABE \sim A\Delta Z$; tum u. Eucl. VI, 4.

δὲ ὁ *ΜΝΞ* ἴσος τῷ *ΑΒΓΔ* ῥόμβῳ· καὶ ὁ *ΗΘΚ* ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ *ΑΒΓΔ* ῥόμβῳ.

ιθ΄.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς ὁ *ΑΒΓ* καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν *ΔΕ*, κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ *Ζ*, καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν *ΔΕ* κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ *Ζ*· ἔσται δὴ ῥόμβος ὁ *ΒΔΖΕ* ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος. ἐκκείσθω δή τις κῶνος ὁ *ΚΘΛ*, οὗ ἡ μὲν βάσις ἔστω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν *ΔΕ*, *ΑΓ*, τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ *Ζ* σημείου καθέτου ἐπὶ τὴν *ΑΒ* τῆς *ΖΗ*, ἔστω ἴσον τῇ *ΖΗ*· λέγω, ὅτι, ἐὰν ἀπὸ τοῦ *ΑΒΓ* κώνου νοηθῇ ἀφῃρημένος ὁ *ΒΔΖΕ* ῥόμβος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ *ΘΚΛ* κῶνος.

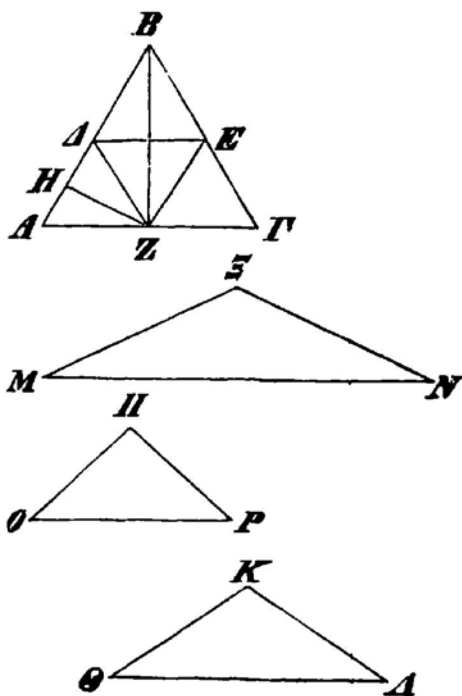
ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι οἱ *ΜΝΞ*, *ΟΠΡ*, ὥστε τὴν μὲν τοῦ *ΜΝΞ* βάσιν ἴσην εἶναι τοῦ *ΑΒΓ* κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ *ΖΗ* [διὰ δὴ τοῦτο

3 rursus inc. C. ιθ΄] B, κ΄ AC. 8 περιλείμματι] C, περιλημματι AB, derelicto B², mg. τω περιλημματι B. 11 πλευράν] AB, om. C. 13 παραλλήλῳ] des. C. 20 τῆς] *Basil.*, τη A. 22 περιλείμματι] derelicto B², περιλημματι AB.

proportione altitudinum; quare coni aequales sunt [lemm. 4 p. 74]. sed demonstratum est, conum *ΜΝΞ* aequalem esse rhombo *ΑΒΓΔ*; ergo etiam *ΗΘΚ* conus aequalis est rhombo *ΑΒΓΔ*.

XIX.

Si conus aequicrurius plano basi parallelo secatur, et in circulo inde orto conus construitur uerticem habens centrum basis, et rhombus sic ortus a toto cono subtrahitur, frusto relicto aequalis erit conus basim habens aequalem superficiei coni inter plana parallela positae, altitudinem autem aequalem rectae a centro basis ad latus coni perpendiculari.



sit conus aequicrurius *ΑΒΓ* et secetur plano basi parallelo, quod efficiat sectionem *ΔΕ*, centrum autem basis sit Z, et in circulo circum diametrum *ΔΕ* descripto construatur conus uerticem habens Z punctum; erit igitur *ΒΔΖΕ* rhombus ex conis aequicruriis compositus. iam ponatur conus *ΚΘΛ*, cuius basis aequalis sit superficiei inter *ΔΕ*, *ΑΓ* positae, altitudo autem rectae *ΖΗ* a Z puncto ad *ΑΒ* perpendiculari ductae; dico, si rhombus *ΒΔΖΕ* a cono *ΑΒΓ* ablatus fingatur, conum *ΘΚΛ* aequalem futurum esse frusto relicto.

ponantur enim duo coni *ΜΝΞ*, *ΟΠΡ* ita, ut basis coni *ΜΝΞ* aequalis sit superficiei coni *ΑΒΓ*, altitudo autem

ἴσος ἐστὶν ὁ ΜΝΞ κῶνος τῷ ΑΒΓ κώνῳ· ἐὰν γὰρ ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἔτι δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου ἀγομένη κάθετος τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι], τὴν δὲ τοῦ ΟΠΡ κώνου βάσιν ἴσην εἶναι τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου, ὕψος δὲ τῇ ΖΗ [διὰ δὴ τοῦτο καὶ ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος τῷ ΒΔΖΕ ῥόμβῳ· τοῦτο γὰρ προαπεδείχθη]. ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια σύγκειται ἔκ τε τῆς τοῦ ΔΒΕ ἐπιφανείας καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἀλλ' ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ κώνου, ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ βάσει τοῦ ΟΠΡ, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ, ἡ ἄρα τοῦ ΜΝΞ βάσις ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσιν τῶν ΘΚΛ, ΟΠΡ. καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος· ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ ΜΝΞ κῶνος τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. ἀλλ' ὁ μὲν ΜΝΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓ κώνῳ, ὁ δὲ ΠΟΡ τῷ ΒΔΕΖ ῥόμβῳ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚΛ κῶνος τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

κ'.

Ἐὰν ῥόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ, ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου

---

1 *ἐάν*] rursus inc. C. 7 *τοῦτο καί*] B(C), *τοv-*

rectae ZH,[1]) et basis coni $O\Pi P$ superficiei coni ΔBE aequalis, altitudo autem rectae ZH.[2])

iam quoniam superficies coni $AB\Gamma$ composita est ex superficie coni ΔBE et superficie inter AE, $A\Gamma$ posita, superficies autem coni $AB\Gamma$ aequalis est basi coni $MN\Xi$, et superficies coni ΔBE aequalis basi coni $O\Pi P$, et superficies inter ΔE, $A\Gamma$ posita aequalis basi coni $\Theta K\Lambda$ [ex hypothesi], basis coni $MN\Xi$ aequalis est basibus conorum $\Theta K\Lambda$, $O\Pi P$. et omnes coni illi eandem habent altitudinem; quare

$$MN\Xi = \Theta K\Lambda + O\Pi P.^{3)}$$

sed $MN\Xi = AB\Gamma$ [prop. 17], et $\Pi OP = B\Delta EZ$ [prop. 18]; ⟨itaque $AB\Gamma = \Theta K\Lambda + B\Delta EZ$. subtrahatur rhombus $B\Delta EZ$⟩; ergo conus $\Theta K\Lambda$ aequalis erit frusto relicto.

XX.

Si in rhombo ex conis aequicruriis composito alter conus plano basi parallelo secatur, et in circulo inde orto conus construitur uerticem habens eundem, quem alter conus, et rhombus sic ortus a toto rhombo subtrahitur, frusto relicto aequalis erit conus basim habens aequalem superficiei coni inter plana parallela positae, altitudinem autem rectae a

---

1) De lin. 1—5 interpolatis u. Quaest. Arch. p. 75; uerum etiam p. 80, 26—82, 1, quibus interpositis praue interrumpitur constructio, et membra ab ὥστε p. 80, 24 pendentia et per μέν p. 80, 25—δέ p. 82, 6 coniuncta uiolenter disiunguntur, interpolatori tribuo.

2) Ex iis, quae not. 1 de uerbis similibus p. 80, 26 sqq. dixi, ueri simile fit, etiam lin. 7 διὰ δὴ — 9 προαπεδείχθη interpolatori deberi.

3) Ex lemm. 1; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

τοις A. **10** ΔBE] C, $B\Delta E$ AB. **12** τοῦ] des. C. **19** ὁ] *Basil.*, το A. **20** περιλείμματι] *Basil.*, περιλήμματι EHB, περιλιμματι DG. **21** inc. C. κ'] B, κα' AC. **22** ἰσοσκελῶν] CGH, ισκελων A. **24** κύκλου κῶνος] BC, κωνου κυκλος A. **26** ἀφαιρεθῇ] CG, αφηρεθη A. περιλείμματι] C, περιλήμματι BEH, περιλιμματι DG. **29** τῇ] A, τῷ C.

κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

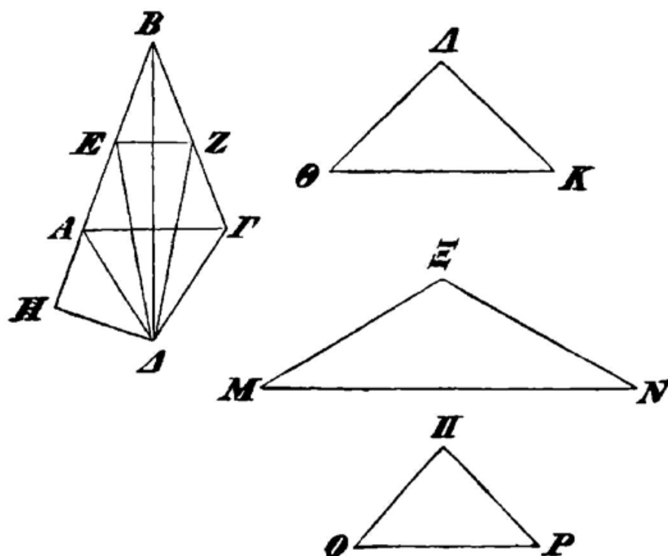
ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τμηθήτω ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον· ἔσται δὴ γεγονὼς ῥόμβος ὁ ΕΒΔΖ. καὶ νοείσθω ἀφῃρημένος ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου, ἐκκείσθω δέ τις κῶνος ὁ ΘΚΛ τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΑΓ, ΕΖ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν ΒΑ ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ· λέγω, ὅτι ὁ ΘΚΛ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ περιλείμματι.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι οἱ ΜΝΞ, ΟΠΡ, καὶ ἡ μὲν βάσις τοῦ ΜΝΞ κώνου ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔΗ [διὰ δὴ τὰ προδειχθέντα ἴσος ἐστὶν ὁ ΜΝΞ κῶνος τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ], τοῦ δὲ ΟΠΡ κώνου ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΕΒΖ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔΗ [ὁμοίως δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος τῷ ΕΒΔΖ ῥόμβῳ]. ἐπεὶ δὲ ὁμοίως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ κώνου σύγκειται ἔκ τε τῆς τοῦ ΕΒΖ καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΑΓ, ἀλλὰ ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ, ἡ δὲ τοῦ ΕΒΖ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΟΡΠ κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ, ἡ ἄρα βάσις τοῦ ΜΝΞ

8 ΕΒΔΖ] AC, *bedz* B. 9 δέ] AB, om. (C). 12 ΒΑ] AB, Β(Δ) C. 13 περιλείμματι] C, περιλημματι AB. 20 ὁμοίως] CEG, ομοιω A. 21 ΕΒΔΖ] C, ΕΒΖΔ A, *bedz* B. 24 ἴση— p. 86, 6] (C). In fig. litteras *A* et *H* permutant AB, pro *O* hab. *Σ*.

uertice alterius[1]) coni ad latus alterius coni perpendiculari ductae.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus $AB\Gamma\Delta$, et secetur alter conus plano basi parallelo, quod efficiat sectionem EZ, et in circulo circum diametrum EZ descripto construatur conus uerticem habens Δ punctum; efficietur igitur rhombus $EB\Delta Z$. et fingatur a toto rhombo sub-



tractus, ponatur autem conus $\Theta K \Lambda$ basim habens superficiei inter $A\Gamma$, EZ positae aequalem, altitudinem autem rectae a Δ puncto ad BA uel eandem productam perpendiculari ductae; dico, conum $\Theta K \Lambda$ aequalem esse frusto relicto, quod significauimus.

ponantur enim duo coni $MN\Xi$, $O\Pi P$, et basis coni $MN\Xi$ aequalis sit superficiei coni $AB\Gamma$, altitudo autem rectae ΔH,[2]) et coni $O\Pi P$ basis aequalis sit superficiei coni EBZ, altitudo autem rectae ΔH.[3])

1) H. e. eius, qui plano parallelo non secatur.

2) Uerba sequentia lin. 17—18 subditiua esse puto; cfr. p. 83 not. 2.

3) Etiam uerba lin. 20—21, quae per uocabulum ὁμοίως uerba subditiua lin. 17—18 significant, necessario subditiua sunt, si illa iure damnauimus.

ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσιν τῶν ΟΠΡ, ΘΚΛ. καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος· καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. ἀλλ' ὁ μὲν ΜΝΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ, ὁ δὲ ΟΠΡ κῶνος τῷ ΕΒΔΖ ῥόμβῳ· λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ ΘΚΛ ἴσος ἐστὶ τῷ περιλείμματι τῷ λοιπῷ.

κα΄.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιαοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἐπιζευγνύουσαι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω τὸ ΑΕΖΒΗΘΓΜΝΔΛΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ· δῆλον δή, ὅτι παράλληλοί εἰσιν τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ· λέγω οὖν, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν ΑΓ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῷ τῆς ΓΕ πρὸς ΕΑ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΖΚ, ΛΒ, ΗΔ, ΘΝ· παράλληλος ἄρα ἡ μὲν ΖΚ τῇ ΕΑ, ἡ δὲ ΒΛ τῇ ΖΚ, καὶ ἔτι ἡ μὲν ΔΗ τῇ ΒΛ, ἡ δὲ ΘΝ τῇ ΔΗ, καὶ ἡ ΓΜ τῇ ΘΝ [καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλοί εἰσιν αἱ ΕΑ, ΚΖ, καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΑΟ]· ἔστιν ἄρα,

5 ΕΒΔΖ] A(C), *bedz* B. 6 περιλείμματι] *Basil.*, περιλήμματι BEH, περιλιμματι DG. 7 κα΄] B, κβ΄ A(C). 17 ΑΕΖΒΗΘΓΜΝΔΛΚ] e corr. D, ΑΕΖΒΗΘΓΜΝΔΛΚΑ ABC. 26 ΓΜ—p. 88, 14 ΘΜ] (C). 27 ΑΟ] B, e corr. G, ΑΘ A.

iam quoniam, ut supra [prop. 19 p. 82, 9], superficies coni $AB\Gamma$ composita est ex superficie coni EBZ et superficie inter EZ, $A\Gamma$ posita, et superficies coni $AB\Gamma$ aequalis est basi coni $MN\Xi$, superficies autem coni EBZ aequalis basi coni $OP\Pi$, et superficies inter EZ, $A\Gamma$ posita aequalis basi coni $\Theta K\Lambda$, basis coni $MN\Xi$ aequalis est basibus conorum $O\Pi P$, $\Theta K\Lambda$. et coni eandem altitudinem habent; itaque etiam conus

$$MN\Xi = \Theta K\Lambda + O\Pi P \text{ [p. 83 not. 3]}.$$

sed $MN\Xi = AB\Gamma\Delta$ [prop. 18], et $O\Pi P = EB\Delta Z$ [prop. 18]; ⟨itaque $AB\Gamma\Delta = \Theta K\Lambda + EB\Delta Z$. subtrahatur rhombus $EB\Delta Z$⟩; ergo, qui relinquitur, conus $\Theta K\Lambda$ frusto relicto aequalis erit.

XXI.

Si in circulo polygonum inscribitur aequilaterum, cuius latera paria sunt numero, et ducuntur rectae angulos[1]) polygoni coniungentes, ita ut parallelae sint cuiuis rectarum sub duo latera subtendentium polygoni, omnes simul rectae coniungentes ad diametrum circuli eam habent rationem, quam habet recta subtendens sub latera polygoni uno pauciora, quam dimidius numerus eorum est, ad latus polygoni.

sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eo inscribatur polygonum $AEZBH\Theta\Gamma MN\Delta\Lambda K$, et ducantur rectae EK, $Z\Lambda$, $B\Delta$, HN, ΘM; adparet igitur, eas parallelas esse rectae sub duo latera polygoni subtendenti;[2]) iam dico, omnes simul rectas, quas commemorauimus, ad diametrum circuli rationem habere, quam ΓE ad EA.

ducantur enim rectae ZK, ΛB, $H\Delta$, ΘN; parallela igitur est ZK rectae EA, $B\Lambda$ rectae ZK, et porro ΔH rectae

1) Archimedes pro πλευράς lin. 10 fortasse scripserat γωνίας; Quaest. Arch. p. 76.

2) Nam quia arcus $K\Lambda$, EZ aequales sunt, erit

$$\angle EKZ = KZ\Lambda \text{ (Eucl. III, 27)};$$

itaque $EK \parallel \Lambda Z$ (Eucl. I, 28), et eodem modo in ceteris. similiter lin. 23 sqq. ratiocinandum.

ὡς ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ. ὡς δ' ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, ὡς δὲ ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, οὕτως ἡ ΒΣ πρὸς ΣΡ, καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ, ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΥ πρὸς ΥΤ, καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν ΗΥ πρὸς ΥΤ, ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ὡς δὲ ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, καὶ ἔτι, ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ [καὶ πάντα ἄρα πρὸς πάντα ἐστίν, ὡς εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα]· ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ· ἔσται ἄρα καί, ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτω πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.

κβ΄.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους, ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος αἱ τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓΔ διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς

---

1 ὁ *Heiberg;* corr. *Stamatis.* 8 ΧΓ] B, e corr. DG, ΗΓ A. 9 ὡς εἷς] ως A, εἷς corr. ex ὡς G; ut B, una proportionum in spatio angustiore ins. 12 ἡ] B, om. A. 15 κβ΄] B, Eutocius ad prop. 35, κγ΄ A(C). 17 ἔχον] C, εχων A. 20 ἡ] addidi, om. AC. 24 ΑΒΓΔ] C, ΑΒΓ AB. διήχθω—ΑΓ] AB, om. C.

$B\varLambda$, ΘN rectae $\varDelta H$, ΓM rectae ΘN; est igitur [ZMP. XXIV p. 178 nr. 1]

$$E\Xi : \Xi A = K\Xi : \Xi O.$$

sed

$$K\Xi : \Xi O = Z\Pi : \Pi O$$ [Eucl. VI, 4]

$$= \varLambda\Pi : \Pi P$$ [ib.]

$$= B\Sigma : \Sigma P$$ [ib.],

porro

$$B\Sigma : \Sigma P = \varDelta\Sigma : \Sigma T$$ [ib.]

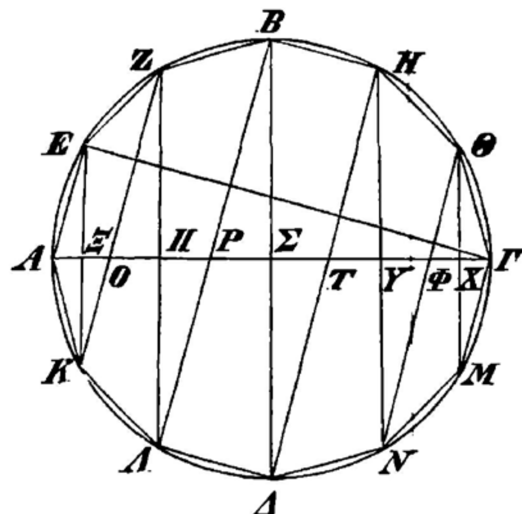
$$= H\Upsilon : \Upsilon T$$ [ib.],

porro

$$H\Upsilon : \Upsilon T = N\Upsilon : \Upsilon\Phi$$

$$= \Theta X : X\Phi$$

$$= MX : X\Gamma$$ [ib.];



itaque

$$E\Xi : \Xi A = EK + Z\varLambda + B\varDelta + HN + \Theta M : A\Gamma$$

[Eucl. V, 12]. sed $E\Xi : \Xi A = \Gamma E : EA$ [Eucl. VI, 4]; ergo etiam

$$\Gamma E : EA = EK + Z\varLambda + B\varDelta + HN + \Theta M : A\Gamma.$$

XXII.

Si in segmento circuli polygonum inscribitur latera praeter basim aequalia et paria numero habens, et ducuntur rectae basi segmenti parallelae angulos[1]) coniungentes, omnes simul rectae ductae cum dimidia basi ad altitudinem segmenti eandem rationem habent, quam recta a diametro circuli ad latus polygoni ducta ad latus polygoni.

ducatur enim in circulo $AB\Gamma\varDelta$ recta $A\Gamma$, et super $A\Gamma$ polygonum latera praeter basim $A\Gamma$ aequalia et paria numero habens in segmento $AB\Gamma$ inscribatur, et ducantur ZH,

1) U. p. 87 not. 1.

χωρὶς τῆς βάσεως τῆς *ΑΓ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΖΗ*, *ΕΘ*, αἵ εἰσιν παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος· λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς αἱ *ΖΗ*, *ΕΘ*, *ΑΞ* πρὸς *ΒΞ*, οὕτως ἡ *ΔΖ* πρὸς *ΖΒ*.

πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΗΕ*, *ΑΘ*· παράλληλοι ἄρα εἰσὶν τῇ *ΒΖ*· διὰ δὴ ταὐτά ἐστιν, ὡς ἡ *ΚΖ* πρὸς *ΚΒ*, ἥ τε *ΗΚ* πρὸς *ΚΛ* καὶ ἡ *ΕΜ* πρὸς *ΜΛ* καὶ ἡ *ΜΘ* πρὸς *ΜΝ* καὶ ἡ *ΞΑ* πρὸς *ΞΝ* [καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα]· ὡς ἄρα αἱ *ΖΗ*, *ΕΘ*, *ΑΞ* πρὸς *ΒΞ*, οὕτως ἡ *ΖΚ* πρὸς *ΚΒ*. ὡς δὲ ἡ *ΖΚ* πρὸς *ΚΒ*, οὕτως ἡ *ΔΖ* πρὸς *ΖΒ*· ὡς ἄρα ἡ *ΔΖ* πρὸς *ΖΒ*, οὕτως αἱ *ΖΗ*, *ΕΘ*, *ΑΞ* πρὸς *ΞΒ*.

κγ΄.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, αἱ δὲ *ΑΓ*, *ΔΒ* διάμετροι ἔστωσαν. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς *ΑΓ* διαμέτρου περιενεχθῇ ὁ *ΑΒΓΔ* κύκλος ἔχων τὸ πολύγωνον, δῆλον, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται, αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς *Α*, *Γ* σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν *ΑΒΓΔ* κύκλον· διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου παρὰ τὴν *ΒΔ* οὖσαι. αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατά τινων κώνων ἐνεχθήσονται, αἱ μὲν *ΑΖ*, *ΑΝ* κατ' ἐπιφανείας

---

6 ταὐτά] hec B. 8 *ΜΝ*] nm B. 13 *ΞΒ*] C, *ΒΞ* AB. ἑξῆς τὸ σχῆμα add. C. 14 κγ΄] B, om. AC. 24 ὀρθῶν] BC, ορθον A. 28 *ΑΖ*] BC, *ΑΞ* A.

$E\Theta$, quae parallelae sunt basi segmenti [p. 87 not. 2]; dico, esse

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = \varDelta Z : ZB.$$

rursus enim, ut supra [p. 86, 23], ducantur HE, $A\Theta$; parallelae igitur sunt rectae BZ [p. 87 not. 2]. iam eadem de causa, qua supra [p. 88, 1 sq.], erit

$$KZ : KB = HK : K\varLambda$$
$$= EM : M\varLambda = M\Theta : MN$$
$$= \Xi A : \Xi N;$$ [1])

itaque

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi$$
$$= ZK : KB$$ [Eucl. V, 12].

sed

$$ZK : KB = \varDelta Z : ZB$$ [Eucl. VI, 4];

ergo erit

$$\varDelta Z : ZB = ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi.$$

XXIII.

Sit in sphaera $AB\Gamma\varDelta$ circulus maximus, et in eo inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit, rectae autem $A\Gamma$, $\varDelta B$ diametri sint ⟨inter se perpendiculares⟩.[2]) si igitur manente diametro $A\Gamma$ circulus $AB\Gamma\varDelta$ cum polygono circumuoluitur, adparet, ambitum eius per superficiem sphaerae circumuolutum iri, angulos autem polygoni praeter angulos ad A, Γ puncta positos per ambitus circulorum in superficie sphaerae descriptorum et ad $AB\Gamma\varDelta$ circulum perpendicularium; diametri autem eorum erunt rectae angulos polygoni coniungentes rectae $B\varDelta$

---

1) Uerba sequentia lin. 8—9 Archimedis non sunt; cfr. p. 88, 8; NJS. XI p. 388.

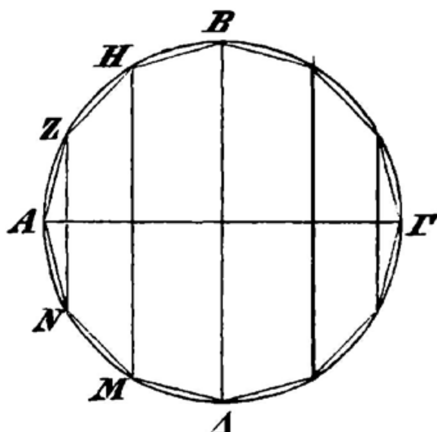
2) Hic Archimedes uix omiserat πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις lin. 18, quae uerba Nizzius addi uoluit.

κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΝ, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, αἱ δὲ ΖΗ, ΜΝ κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΜΗ, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ᾽ ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΖΗ, ΜΝ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΑΓ, αἱ δὲ ΒΗ, ΜΔ πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ᾽ ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΒΗ, ΔΜ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΓΑ· ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δή τι σχῆμα ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον τῶν προειρημένων, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΒΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ. ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπι-

1 οὗ] BC, ο A. τήν] CG, τη A. 4 ΜΗ] AB(C), ΗΜ D et e corr. G. 5 ὅ] (ā) C. συμβάλλουσιν] CEG, συμβαλουσιν DH. ΖΗ] hz B. 11 αἱ] addidi, om. ABC. 27 ἐν τῷ] BC, om. A.

parallelae. latera autem polygoni per conos quosdam circumuoluentur, AZ, AN latera per superficiem coni, cuius basis est circulus circum diametrum ZN descriptus, uertex autem A punctum, latera uero ZH, MN per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum diametrum MH descriptus, uertex autem punctum, in quo ZH, MN productae et sibi inuicem et rectae $A\Gamma$ concurrunt, latera autem BH, $M\Delta$ per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum $B\Delta$ diametrum descriptus ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendicularis, uertex autem punctum, in quo BH, ΔM productae et sibi inuicem et rectae ΓA concurrunt; et eodem modo etiam latera in altero semicirculo posita rursus per superficies conicas circumuoluentur his similes. itaque in sphaera figura inscripta erit comprehensa per superficies conicas, quas commemorauimus, cuius superficies minor erit superficie sphaerae.



secta enim sphaera plano in recta $B\Delta$ posito ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari superficies alterius hemisphaerii et superficies figurae in hemisphaerio inscriptae eosdem terminos habent in uno plano (utraque enim superficies terminum habet ambitum circuli circum diametrum $B\Delta$ descripti ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendicularis), et utraque in eandem partem caua est, et altera ab altera comprehenditur superficie superficieque plana eosdem, quos illa, terminos habenti.[1])

---

1) Quare superficies figurae inscriptae minor est superficie sphaerae (post. 4 p. 8). nec Archimedes hoc praetermíserat, ut ex uerbis ὁμοίως δὲ καί lin. 26 adparet; cfr. Quaest. Arch. p. 73. superficies ergo figurae minor est superficie hemisphaerii mg. B².

φάνεια ἐλάσσων ἐστὶν τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας· καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

κδ'.

Ἡ τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχήματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου παραλλήλοις οὔσαις τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται, καὶ ἀπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφὲν σχῆμα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ παράλληλοι οὖσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ, κύκλος δέ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ· λέγω, ὅτι ὁ κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου σχήματος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ, καὶ τοῦ μὲν Ο ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Π δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΕΖ, ΗΘ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΗΘ, ΓΔ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ

1 ἐστίν] C, εστι A. 9 παραλλήλοις οὔσαις] *Nizzius*, ≚ οὔσας C, entia equedistantia B, τετραγωνους ουσας A. 17 δέ] scripsi, δη ABC.

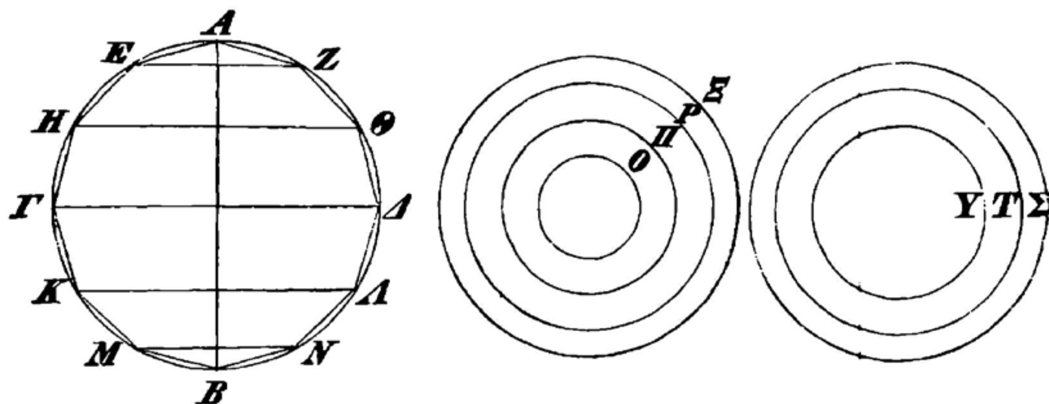
eodem modo etiam figurae in altero hemisphaerio inscriptae superficies minor est superficie hemisphaerii; ergo etiam tota superficies figurae in sphaera inscriptae minor est superficie sphaerae.

XXIV.

Superficies figurae in sphaera inscriptae aequalis est circulo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur latere figurae et recta aequali omnibus simul rectis iungentibus angulos[1]) polygoni rectae sub duo latera polygoni subtendenti parallelis.

sit in sphaera circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et in eo inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus[2]) per quattuor diuidi possit, et in polygono inscripto fingatur figura inscripta in sphaera, et ducantur rectae EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN parallelae rectae sub duo latera subtendenti, ponatur autem circulus Ξ, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod recta AE et recta omnibus simul rectis EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN aequali continetur; dico, hunc circulum aequalem esse superficiei figurae in sphaera inscriptae.

ponantur enim circuli O, Π, P, Σ, T, Υ, et radius circuli O quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur



recta EA et dimidia recta EZ, radius autem circuli Π

1) Cfr. p. 87 not. 1.

2) Archimedem puto scripsisse lin. 12—13: οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος; Quaest. Arch. p. 76.

κέντρου τοῦ Σ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΛ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΓΔ, ΚΛ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Τ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΚΛ, ΜΝ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Υ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΜΝ. διὰ δὴ ταῦτα ὁ μὲν Ο κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΕΖ κώνου, ὁ δὲ Π τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΗΘ, ὁ δὲ Ρ τῇ μεταξὺ τῶν ΗΘ, ΓΔ, ὁ δὲ Σ τῇ μεταξὺ τῶν ΔΓ, ΚΛ, καὶ ἔτι ὁ μὲν Τ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΚΛ, ΜΝ, ὁ δὲ Υ τῇ τοῦ ΜΒΝ κώνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστίν· οἱ πάντες ἄρα κύκλοι ἴσοι εἰσὶν τῇ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ φανερόν, ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ δὶς τῶν ἡμίσεων τῆς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, αἳ ὅλαι εἰσὶν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ· αἱ ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ πασῶν τῶν ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΑΕ καὶ τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τῶν ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ· ἡ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων· καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ ἴσος ἐστὶ τοῖς Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοις. οἱ δὲ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοι ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ· καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος.

---

10 *ΔΓ*] *gd* B. **15** *δύνανται*] B(C)G, *δυναται* A. **17** *ὅλαι*] EG, *ολοι* AC. *ΓΔ*] (C)G, om. AB. **21** *δύναται*] (C)BG, e corr. D, *δυνανται* A. **24** *τὰ ἀπὸ τῶν*] scripsi, *τας* AB(C).

quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur recta EA et dimidia parte rectarum EZ, $H\Theta$, radius autem circuli P quadratus aequalis sit rectangulo, quod recta EA et dimidia parte rectarum $H\Theta$, $\Gamma\Delta$ continetur, radius autem circuli Σ quadratus aequalis sit rectangulo, quod recta EA et dimidia parte rectarum $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$ continetur, radius autem circuli T quadratus aequalis sit rectangulo, quod recta AE et dimidia parte rectarum $K\Lambda$, MN continetur, radius autem circuli Υ quadratus aequalis sit rectangulo, quod recta AE et dimidia recta MN continetur. qua de causa circulus O aequalis est superficiei coni AEZ [prop. 14], Π circulus aequalis superficiei conicae inter EZ, $H\Theta$ rectas positae, P circulus superficiei inter $H\Theta$, $\Gamma\Delta$ positae, Σ superficiei inter $\Delta\Gamma$, $K\Lambda$ positae, T superficiei inter $K\Lambda$, MN positae,[1]) Υ circulus superficiei coni MBN;[2]) quare omnes simul circuli aequales sunt superficiei figurae inscriptae. et adparet, radios circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quadratos aequales esse rectangulo, quod continetur recta AE et dimidiis rectis EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN bis sumptis, quae sunt totae rectae EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN; itaque radii circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quadrati

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN).$$

sed etiam radius circuli Ξ quadratus

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN)$$

[ex hypothesi]; radius igitur circuli Ξ quadratus aequalis est radiis circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quadratis; quare etiam[3])

$$\Xi = O + \Pi + P + \Sigma + T + \Upsilon.$$

sed demonstratum est, circulos O, Π, P, Σ, T, Υ aequales esse figurae superficiei, quam significauimus; ergo etiam conus Ξ superficiei figurae aequalis erit.

1) Haec omnia sequuntur ex prop. 16, quia aequalia sunt latera polygoni.
2) Sequitur ex prop. 14, quia $EA = MB$.
3) Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

κε΄.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον [ἀρτιόγωνον] ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται, καὶ ἀπ' αὐτοῦ νοείσθω ἐπιφάνεια ἡ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη· λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

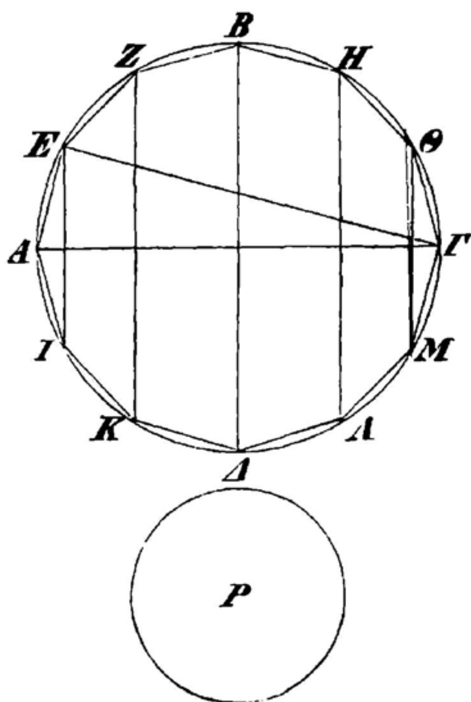
ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαι τοῦ πολυγώνου αἱ ΕΙ, ΘΜ καὶ ταύταις παράλληλοι αἱ ΖΚ, ΔΒ, ΗΛ, ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ Ρ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ· διὰ δὴ τὸ προδειχθὲν ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος τῇ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ ἴση πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς εἰρημέναις καὶ τῆς ΕΑ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ κύκλου, ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ. ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓ, ΓΕ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· ἔλασσον ἄρα ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ [ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ τῆς ΑΓ· ὥστε ἡ διάμετρος τοῦ Ρ κύκλου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ ΑΒΓΔ κύ-

8 ἀπ'] scripsi επ' ABC; cfr. p. 94, 13. 15 ΔΒ] *bd* B. 25 ἔλασσόν] CE, ελασσων A. 26 ἐστίν] ἐστι | C, εστι A.

XXV.

Superficies figurae in sphaera inscriptae, quae per superficies conicas continetur,[1]) minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit sphaerae circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et in eo inscribatur polygonum[2]) aequilaterum, cuius laterum numerus[3]) per quattuor diuidi possit, et fingatur superficies inde orta, quae per superficies conicas comprehenditur; dico, superficiem polygoni inscripti minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.



ducantur enim rectae sub duo latera polygoni subtendentes EI, ΘM iisque parallelae rectae ZK, ΔB, $H\Lambda$, ponatur autem circulus P, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod recta EA et recta aequali omnibus rectis EI, ZK, $B\Delta$, $H\Lambda$, ΘM continetur; itaque propter ea, quae antea demonstrauimus [prop. 24], circulus aequalis est superficiei figurae, quam commemorauimus. et quoniam demonstratum est, rectam omnibus rectis EI, ZK, $B\Delta$, $H\Lambda$, ΘM aequalem ad diametrum circuli $A\Gamma$ eam habere rationem, quam ΓE ad EA [prop. 21], erit

1) Minus adcurate de superficie usurpatur περιέχεσθαι; cfr. lin. 10.

2) ἀρτιόγωνον lin. 7 delendum est, quia lin. 8 repugnat, et quia desideratur καί ante ἰσόπλευρον. ἰσογώνιόν τε καί Nizze.

3) Cfr. p. 95 not. 2.

κλου, καὶ δύο ἄρα τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου διάμετροι μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τοῦ $Ρ$ κύκλου, καὶ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, τουτέστι τῆς $ΑΓ$, μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ $Ρ$ κύκλου διαμέτρου. ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ $Ρ$ κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες κύκλοι οἱ $ΑΒΓΔ$ πρὸς τὸν $Ρ$ κύκλον· τέσσαρες ἄρα κύκλοι οἱ $ΑΒΓΔ$ μείζους εἰσὶν τοῦ $Ρ$ κύκλου]· ὁ ἄρα κύκλος ὁ $Ρ$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου. ὁ δὲ $Ρ$ κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρημένῃ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος· ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

κς΄.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἴσος ἐστὶν κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$ καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῷ πρότερον, ἔστω δὲ κῶνος ὀρθὸς ὁ $Ρ$ βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ· δεικτέον, ὅτι ὁ κῶνος ὁ $Ρ$ ἴσος ἐστὶν τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

ἀπὸ γὰρ τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ $ΖΝ$,

12 ἐστίν] comp. C, εστι A. 13 ἑξῆς τὸ σχῆμα (C). 23 τὴν ἐπιφάνειαν] ABC, ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ mg. G.

$$EA \times (EI + ZK + B\varDelta + H\varLambda + \Theta M),$$

h. e. radius circuli P quadratus [ex hypothesi],

$$= A\Gamma \times \Gamma E \text{ [Eucl. VI, 16].}$$

sed

$$A\Gamma \times \Gamma E < A\Gamma^2 \text{ [Eucl. III, 15];}$$

itaque radius circuli P quadratus $< A\Gamma^2$; circulus[1]) P igitur minor est quam quadruplo maior circulo maximo. sed demonstratum est, circulum P aequalem esse superficiei figurae, quam commemorauimus; ergo superficies figurae minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

XXVI.

Figurae in sphaera inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalis est conus basim habens circulum superficiei figurae in sphaera inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem rectae a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae.

sit sphaera et in ea circulus maximus $AB\Gamma\varDelta$, et cetera eodem modo, quo supra [prop. 25], sit autem conus rectus P basim habens superficiem figurae in sphaera inscriptae, altitudinem autem aequalem rectae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari ductae; demonstrandum est, conum P aequalem esse figurae in sphaera inscriptae.

construantur enim in circulis, quorum diametri sunt ZN, HM, $\Theta\varLambda$, IK, coni uerticem habentes centrum sphaerae; erit igitur rhombus solidus ex cono, cuius basis est circulus circum ZN diametrum descriptus, uertex autem punctum A, et cono, cuius basis est idem circulus, uertex autem X punctum, compositus;[2]) qui aequalis est cono basim habenti super-

---

1) Nam diametrus circuli P quadrata $< 4\, A\Gamma^2$; tum u. Eucl. XII, 2. uerba lin. 1 καί — 2 κύκλου damnaui Quaest. Arch. p. 74, sed demonstratio sic quoque longis ambagibus laborat. putauerim, totum locum p. 98, 27 ἐλάσσων ἄρα — lin. 8 τοῦ P κύκλου subditiuum esse.

2) Desideratur συγκείμενος; nam ἔσται p. 102, 2 idem fere est, quod γενήσεται. nec Archimedes p. 102, 7 omiserat πρὸς τὴν

ΗΜ, ΘΛ, ΙΚ, κῶνοι ἀναγεγράφθωσαν κορυφὴν ἔχοντες τὸ τῆς σφαίρας κέντρον· ἔσται δὴ ῥόμβος στερεὸς ἔκ τε τοῦ κώνου, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν ΖΝ, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον, καὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Χ σημεῖον· ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΝΛΖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Χ καθέτῳ ἠγμένῃ. πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλελειμμένον τοῦ ῥόμβου τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΝ, ΗΜ καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κώνων τοῦ τε ΖΝΧ καὶ τοῦ ΗΜΧ ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΜΗ, ΖΝ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὴν ΖΗ καθέτῳ ἠγμένῃ· δέδεικται γὰρ ταῦτα. ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τοῦ κώνου τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΜ, ΒΔ καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΜΗΧ κώνου καὶ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ἴσον τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΜ, ΒΔ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὴν ΒΗ καθέτῳ ἠγμένῃ. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ ὅ τε ῥόμβος ὁ ΧΚΓΙ καὶ τὰ περιλείμματα

---

1 *ΘΛ, ΙΚ*] AC, *ti lk* B. In fig. *Λ* et *Ι* permutant, pro *Χ* habent K AB, corr. G. **3** *τοῦ*] addidi, om. AC. *ἐστιν*] cum *Torellio*, *εστω* AB(C). **5** *ἴσος*] ABC, *καὶ ἴσος Torellius.* **6** *ἐστί*] om. G, del. B. **7** *καθέτῳ*] des. C. **8** *περιλελειμμένον*] EH, *περιλελιμμενον* DG, circumacceptum B, derelictum B². **10** *τάς*] *Torellius*, *την* A. **14** *ΜΗ, ΖΝ*] e corr. B, *ΜΝΖΗ* A. **17** *τὸ περιεχόμενον*] scripsi, *του περι-*

ficiem coni NAZ, altitudinem autem aequalem rectae a X puncto ⟨ad AZ⟩ perpendiculari ductae [prop. 18]. rursus autem frustum rhombi[1]) relictum, quod superficie coni inter plana parallela in ZN, HM posita et superficie conorum ZNX, HMX continetur, aequale est cono basim habenti aequalem superficiei coni inter plana parallela in MH, ZN posita, altitudinem autem aequalem rectae a X puncto ad ZH perpendiculari ductae [prop. 20]. praeterea frustum relictum coni,[2]) quod superficie coni inter plana parallela in HM, $B\Delta$ posita et superficie coni MHX et circulo circum diametrum $B\Delta$ descripto continetur, aequale est cono basim habenti aequalem superficiei coni inter plana in HM, $B\Delta$ posita, altitudinem autem aequalem rectae a X puncto ad BH perpendiculari ductae [prop. 19]. eodem modo etiam in altero hemisphaerio rhombus $XK\Gamma I$ et frusta relicta conorum[3]) aequalia erunt totidem et talibus conis, quot et quales supra indicauimus; adparet igitur, etiam totam figu-

AZ, quod post X addi uoluit Torellius. in loco ab interpolatore male habito asyndeton lin. 5 tolerandum uidetur.

1) Hic rhombus oritur productis rectis MN, ZH, donec concurrant, et continetur rectis MN, ZH productis et rectis MX, XH.

2) Qui oritur rectis $M\Delta$, HB productis, donec concurrant.

3) Debebat esse: rhombi (qui oritur productis ΛK, ΘI, donec concurrant) et coni (qui oritur eodem modo productis $\Delta\Lambda$, $B\Theta$).

χομενον AB. 18 τῆς] *Basil.*, τῃ A. 22 τῶν (pr.)] *Torellius*, των τε A. 25 $XK\Gamma I$] *Basil.*, $XK\Gamma\Lambda$ AB. περιλείμματα] B², περιλιμματα DG, περιλήμματα BEH.

τῶν κώνων ἴσα ἔσται τοσούτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις, ὅσοι καὶ πρότερον ἐρρήθησαν· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλον τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ἴσον ἐστὶν πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶν τῷ Ρ κώνῳ, ἐπειδὴ ὁ Ρ κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἑκάστῳ ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων, βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς βάσεσιν αὐτῶν· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐστὶν τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

κζ'.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ τὴν βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ὁ Ρ, ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔστω βάσιν ἔχων ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου.

ἐπεὶ οὖν ὁ Ρ κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ του ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Χ καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν ΑΖ, ἐδείχθη δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίστου κύκλου, ἔσται ἄρα ἡ τοῦ Ρ κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετρα-

---

13 *τῶν*] BG, *τῶ* E, *τον* A. 15 *γάρ*] scripsi, *γαρ ο* A. 24 *ἴσον*] BGH, om. DE.

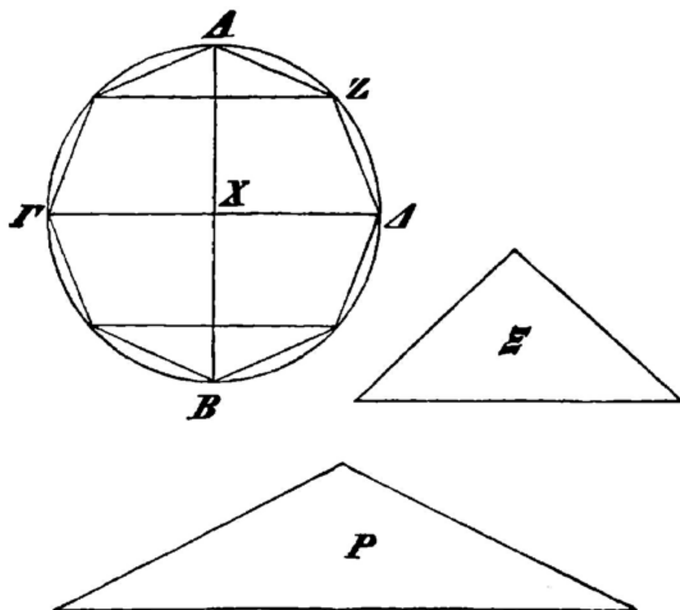
ram in sphaera inscriptam aequalem esse omnibus conis, quos commemorauimus. coni autem aequales sunt P cono, quoniam conus P altitudinem habet altitudini[1]) cuiusuis conorum, quos commemorauimus, aequalem, basim autem aequalem omnibus simul basibus eorum [lemm. 1 p. 72; cfr. Quaest. Arch. p. 48]; ergo adparet, figuram in sphaera inscriptam aequalem esse cono, quem posuimus.

XXVII.

Figura in sphaera inscripta, quam superficies conicae comprehendunt, minor est quam quadruplo maior cono basim habenti aequalem circulo maximo sphaerae, altitudinem autem radio sphaerae aequalem.

construatur enim conus P aequalis figurae in sphaera inscriptae basim habens superficiei figurae inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem rectae a centro circuli ad latus aliquod polygoni inscripti perpendiculari ductae [prop. 26], conus autem Ξ basim habeat aequalem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem radium circuli $AB\Gamma\Delta$.

quoniam igitur conus P basim habet aequalem superficiei



1) ἑκάστῳ sc. κώνῳ, pro ἑκάστου (sc. ὕψει).

πλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνου. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ Ρ ἔλασσον τοῦ ὕψους τοῦ Ξ κώνου· ἐπεὶ οὖν ὁ Ρ κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψους, δῆλον, ὡς καὶ αὐτὸς ὁ Ρ κῶνος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνου. ἀλλὰ καὶ ὁ Ρ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι· τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνου.

κη'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, περὶ δὲ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ ΑΒΓΔ. μενούσης δὴ τῆς ΕΗ περιενεχθήτω τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος· δῆλον οὖν, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται, ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ΕΖΗΘ κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται, αἱ δὲ ἁφαί, καθ' ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραί, γράφουσιν κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς Ε, Η σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπι-

1 τῆς βάσεως] om. B, supra scr. B². 10 κη'] om. AB.

figurae in sphaera inscriptae, altitudinem autem aequalem rectae a X puncto ad AZ perpendiculari ductae, et demonstratum est, superficiem figurae inscriptae minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae [prop. 25], basis coni P minor erit quam quadruplo maior basi coni Ξ. uerum etiam altitudo coni P minor est altitudine coni Ξ; quoniam igitur conus P basim habet minorem quam quadruplo maiorem basi coni Ξ, altitudinem autem altitudine minorem, adparet, ipsum quoque conum P minorem esse quam quadruplo maiorem cono Ξ.[1]) sed conus P idem aequalis est figurae inscriptae; ergo figura inscripta minor est quam quadruplo maior cono Ξ.

XXVIII.

Sit $AB\Gamma\Delta$ circulus maximus sphaerae, et circum $AB\Gamma\Delta$ circulum circumscribatur polygonum aequilaterum et aequiangulum, et numerus laterum eius per quattuor diuidi possit, polygonum autem circum circulum circumscriptum comprehendat circulus circumscriptus eodem centro, quo $AB\Gamma\Delta$, descriptus. manente igitur recta EH planum $EZH\Theta$ circumuoluatur, in quo et polygonum et circulus est; adparet igitur, ambitum circuli $AB\Gamma\Delta$ per superficiem sphaerae circumuolutum iri, ambitum autem circuli $EZH\Theta$ per aliam superficiem sphaerae idem centrum habentis, quod habeat minor sphaera, circumuolutum iri, puncta autem contactus, in quibus latera contingant, circulos ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculares in sphaera minore descriptura esse, angulos autem polygoni praeter angulos ad E, H puncta positos per ambitus circulorum circumuolutum iri in superficie sphaerae maioris descriptorum ad circulum $EZH\Theta$ perpendicularium, latera autem polygoni per superficies conicas circumuolutum iri, quemadmodum in propositionibus praecedentibus [23—27]; figura igitur per superficies conicas comprehensa circum sphaeram minorem circumscripta, in maiore uero sphaera inscripta erit. superficiem autem figurae circumscriptae

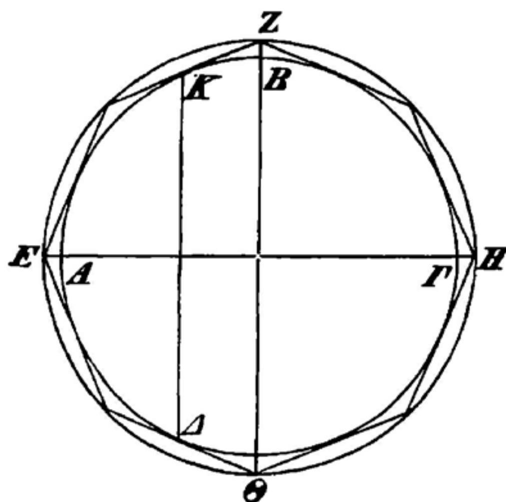
1) Cfr. lemm. 1 p. 72.

φανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρὸ τούτου· ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτως δειχθήσεται· ἔστω γὰρ ἡ ΚΔ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ τῶν Κ, Δ σημείων ὄντων, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου αἱ πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. διῃρημένης δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΚΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιπέδων πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΚΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης· ἐλάσσων οὖν ἐστιν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

---

1 *τῶν*] *Nizzius*, του AB. *πρὸ τούτου*] *Torellius*, *πρωτου* AB. 7 *ἡ*] BH, e corr. E, ὁ G, οι A. 9 *αἱ πλευραί*] scripsi, cfr. p. 106, 23; *αἱ δύο πλευραί Basil.*, om. AB.

maiorem esse superficie sphaerae, sic demonstrabimus. sit enim $K\Delta$ diametrus circuli alicuius in sphaera minore descripti lateribus polygoni circumscripti circulum $AB\Gamma\Delta$ in punctis K, Δ contingentibus. diuisa igitur sphaera plano in $K\Delta$ ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari posito etiam superficies figurae circum sphaeram circumscriptae eodem plano diuidetur. et adparet, ⟨superficies sphaerae figuraeque⟩ eosdem terminos in plano habere (utraque enim superficies[1]) terminum habet ambitum circuli circum diametrum



$K\Delta$ ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendicularis descripti), et utraque in eandem partem caua est, et altera superficies ab altera et plano eosdem terminos habenti comprehenditur; minor igitur est comprehensa superficies segmenti sphaerae superficie figurae circum id circumscriptae [post. 4 p. 8]. eodem modo etiam superficies reliqui sphaerae segmenti minor est superficie figurae circum id circumscriptae; ergo adparet, etiam totam superficiem sphaerae minorem esse superficie figurae circum eam circumscriptae.

1) Debebat esse ἐπιφανειῶν pro ἐπιπέδων lin 15. sed tota haec demonstratio ab interpolatore deformata est.

κθ'.

Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν.

τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν· τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν δέδεικται ὅτι τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινουσῶν· δῆλον οὖν ἐστι τὸ προειρημένον.

λ'.

Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω γὰρ ἥ τε σφαῖρα καὶ ὁ κύκλος καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις, καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω τοῦ προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ ΕΖΗΘ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγέγραπται καὶ ἀρτιογώνιον, αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ πολυγώνου πλευρὰς παράλληλοι οὖσαι

---

1 κθ'] κη' AB. 11 τῇ ἐπιφανείᾳ] *Basil.*, της επιφανειας A. 14 ἐπιζευγνυούσαις] GH, ἐπι^{ζευ}γνυουσαις D, ἐπιγνυούσαις E. 17 λ'] κθ' AB.

XXIX.

Superficiei figurae circum sphaeram circumscriptae aequalis est circulus, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur uno latere polygoni rectaque aequali omnibus rectis angulos polygoni iungentibus rectae sub duo latera polygoni subtendenti parallelis.

figura enim circum sphaeram minorem circumscripta in sphaera maiore inscripta est [prop. 28]; et demonstratum est, superficiei figurae in sphaera inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalem esse conum, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod contineatur uno latere polygoni rectaque aequali omnibus rectis angulos polygoni iungentibus rectae sub duo latera subtendenti parallelis [prop. 24]; constat igitur, quod supra dictum est.

XXX.

Superficies figurae circum sphaeram circumscriptae maior est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit enim et sphaera et circulus et cetera eadem, quae antea posuimus, et circulus Λ aequalis sit superficiei figurae datae circum sphaeram minorem circumscriptae.

quoniam igitur in circulo $EZH\Theta$ polygonum inscriptum est aequilaterum, cuius anguli pares sunt numero, rectae angulos[1]) polygoni coniungentes rectae $Z\Theta$ parallelae ad $Z\Theta$ eandem rationem habent, quam ΘK ad KZ [prop. 21]; itaque rectangulum, quod continetur uno latere polygoni rectaque aequali omnibus rectis angulos polygoni iungentibus

$$= Z\Theta \times \Theta K \text{ [Eucl. VI, 16]};$$

quare radius circuli Λ quadratus aequalis est $Z\Theta \times \Theta K$ [prop. 29]; itaque radius circuli $\Lambda > \Theta K$.[2]) sed recta ΘK

1) U. p. 87 not. 1.
2) Quia $Z\Theta > \Theta K$ [Eucl. III, 15].

τῇ ΖΘ πρὸς τὴν ΖΘ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΘΚ πρὸς ΚΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΖΘΚ· ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΖΘΚ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου τῆς ΘΚ. ἡ δὲ ΘΚ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου [διπλασία γάρ ἐστιν τῆς ΧΜ οὔσης ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου]· δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος ὁ Λ κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

λα΄.

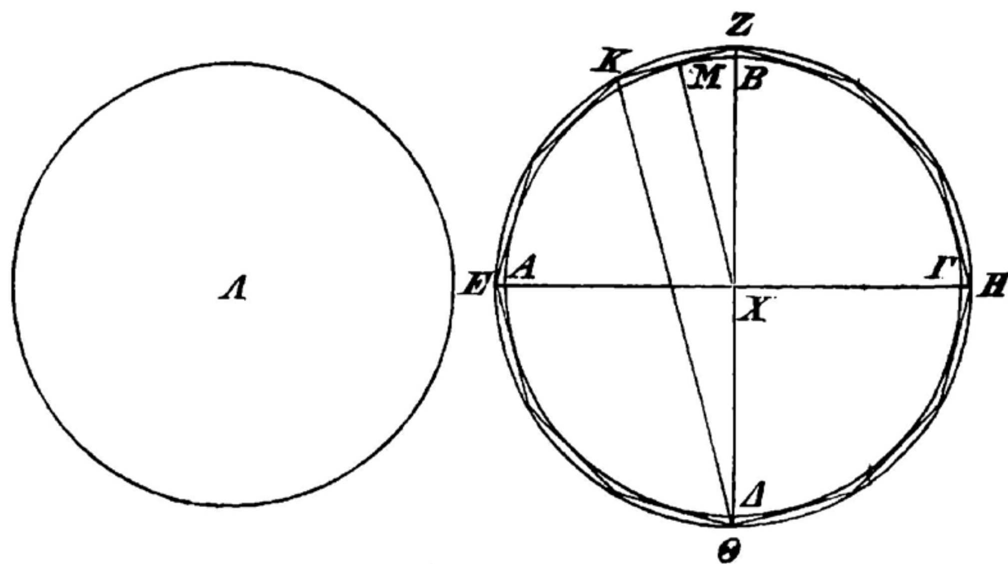
Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ· τῷ δὲ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ· αὕτη δέ ἐστιν ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας· δῆλον οὖν ἐστι τὸ προτεθέν.

---

1 ΖΘ] e corr. B, ΖΕ AB. ΖΘ] e corr. BG, ΖΕ AB. 3 ἴσης] BG, om. A. 14 λα΄] om. AB.

aequalis est diametro circuli $AB\Gamma\Delta$ [u. Eutocius]; ergo adparet, circulum Λ, h. e. superficiem figurae circum sphaeram



minorem circumscriptae, maiorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.[1])

XXXI.

Figurae circum sphaeram minorem circumscriptae aequalis est conus basim habens circulum superficiei figurae aequalem, altitudinem autem aequalem radio sphaerae.

nam figura circum sphaeram minorem circumscripta in sphaera maiore inscripta est; et demonstratum est, figurae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalem esse conum basim habentem circulum aequalem superficiei figurae, altitudinem autem aequalem rectae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari ductae [prop. 26]; haec autem aequalis est radio sphaerae minoris; ergo constat propositum.

---

1) Eucl. XII, 2; cfr. prop. 25 p. 101 not. 1.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχήματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ὕψος δὲ ἴσον [τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τουτέστιν] τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἔστι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, μεῖζον ἄρα ἢ τετραπλάσιον ἔσται τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ ὁ κῶνος ὁ ἴσος αὐτῷ μείζων ἢ τετραπλάσιος γίνεται τοῦ εἰρημένου κώνου [βάσιν τε γὰρ μείζονα ἢ τετραπλασίαν ἔχει καὶ ὕψος ἴσον].

λβ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένα, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ, αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα [τὸ περιγεγραμμένον] πρὸς τὸ σχῆμα τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

1 *πόρισμα*] mg. ⊡ D, om. AB. 4 *τόν*] addidi, om. A.

COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, figuram circum sphaeram minorem circumscriptam maiorem esse quam quadruplo maiorem cono basim habenti circulum maximum sphaerae, altitudinem autem radium sphaerae. nam quoniam figurae aequalis est conus basim habens superficiei eius aequalem, altitudinem autem aequalem radio minoris sphaerae [prop. 31], superficies autem figurae circum sphaeram circumscriptae maior est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae [prop. 30], figura circum sphaeram circumscripta maior erit quam quadruplo maior cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radium sphaerae, quoniam etiam conus ei aequalis maior est quam quadruplo maior cono, quem commemorauimus [lemm. 1 p. 72].[1])

XXXII.

Si in sphaera alia figura inscripta, alia circumscripta est polygonis similibus eodem modo, quo supra, effectae, superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habet quam latus polygoni circum circulum maximum circumscripti ad latus polygoni in eodem circulo inscripti, figura autem ipsa ad figuram rationem habet triplicem, quam eadem ratio est.

---

1) Uerba lin. 8 *τῇ ἀπὸ τοῦ*—9 *τουτέστιν* et 18 *βάσιν*—19 *ἴσον* damnaui NJS. XI p. 389. sed fortasse omnia inde a lin. 6 *ἐπειδή* usque ad finem delenda sunt. et hoc certum esset, si de titulo *πόρισμα* lin. 1 constaret; corollaria enim demonstranda non sunt.

---

10 *ἔστι*] inc. C. **13** *μεῖζον*] CGH, *μειζων* A. **15** *τοῦ βάσιν*] scripsi, *βασιν* AC. **17** *ὁ* (alt.)] A, om. C. **20** *λβ'*] *λ'* AB(C). **21** *ἡ*] AB, om. C. **23** *κατεσκευασμένα*] Jen., *κατεσκευασμενοις* AB(C). **28** *τὸ περιγεγραμμένον*] ABC; deleo. **29** *σχῆμα*] ABC, *σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον* *Basil.*

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, ἔτι δὲ αἱ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν, αἱ δὲ *ΕΗ*, *ΖΘ* διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς *ΑΓ*, *ΒΔ* διαμέτροις, καὶ νοείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἳ γίγνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ *ΖΒΔΘ* παράλληλοι. μενούσης δὴ τῆς *ΕΗ* διαμέτρου καὶ περιενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔσται ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον· δεικτέον οὖν, ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ *ΕΛ* πρὸς *ΑΚ*, τὸ δὲ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω γὰρ ὁ μὲν *Μ* κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ *Ν* ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου· δύναται ἄρα τοῦ μὲν *Μ* ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς *ΕΛ* καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *Ν* τὸ ὑπὸ τῆς *ΑΚ* καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς

5 ἔτι δὲ αἱ] scripsi, επι δε ABC, αἱ δέ *Torellius*. 9 ἀλλήλαις] C, αλληλοις A. 13 γίγνονται] A, γίνονται C. *ΖΒΔΘ*]

sit in sphaera circulus ⟨maximus⟩[1]) $AB\Gamma\Delta$, in eoque inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit, et aliud circum circulum circumscribatur inscripto simile, porro autem latera polygoni circumscripti circulum contingant in punctis mediis arcuum a lateribus polygoni inscripti abscisorum, EH, $Z\Theta$ autem diametri sint inter se perpendiculares circuli polygonum circumscriptum comprehendentis et similiter positae diametris $A\Gamma$, $B\Delta$, et fingantur rectae ad angulos inter se oppositos polygoni ductae, quae et inter se et rectae $ZB\Delta\Theta$ parallelae erunt. manente igitur diametro EH et perimetris polygonorum circum ambitum circuli circumuolutis[2]) altera figura in sphaera inscripta, altera circumscripta erit; itaque demonstrandum est, superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habere rationem, quam $E\Lambda^2 : AK^2$, figuram autem circumscriptam ad inscriptam eam, quam

$$E\Lambda^3 : AK^3.$$

sit enim circulus M aequalis superficiei figurae circum sphaeram circumscriptae, circulus autem N aequalis superficiei figurae inscriptae; radius igitur circuli M quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur recta $E\Lambda$ rectaque aequali omnibus rectis angulos polygoni circumscripti iungentibus [prop. 29], radius autem circuli N quadratus aequalis rectangulo, quod continetur recta AK rectaque aequali omnibus rectis angulos ⟨polygoni inscripti⟩[3]) iun-

1) Archimedes uix omiserat *μέγιστος* ante *κύκλος* lin. 1; cfr. Quaest. Arch. p. 76. hoc ipsum addi uoluit Nizzius.

2) Debebat esse lin. 15—16 *μετὰ τῶν τῶν κύκλων περιφερειῶν* (*περὶ τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον* Nizzius); sed non dubito illud neglegenter dictum transscriptori tribuere.

3) Archimedes uix omiserat *τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου* p. 118, 1; et hoc addidit Basil.

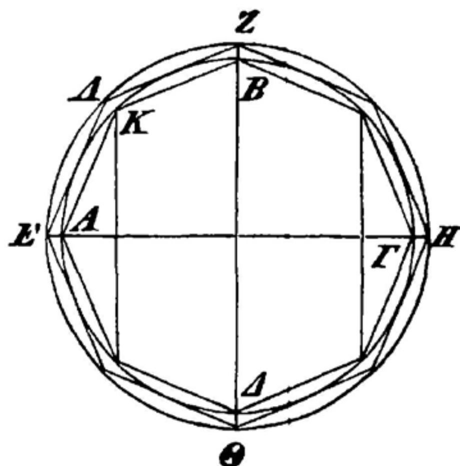
e corr. B, $BZ\Theta\Delta$ AC. 16 *ἐγγεγραμμένου*] *Nizzius*, *περιγεγραμμενον* ABC. 17 *περιγεγραμμένου*] *Nizzius*, *εγγεγραμμενον* ABC. 21 *πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον*] C, om. AB. 24 *περιγεγραμμένου* — 25 *τοῦ* (pr.)] bis C (alt. loco *ἡ* pro *τῇ* lin. 24). 29 *τό*] BC, *του* A.

ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστιν τὰ πολύγωνα, ὅμοια ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν [τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας ἢ τὰς πλευρὰς τῶν πολυγώνων, ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα, ὃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. ἀλλὰ καί, ὃν ἔχει λόγον τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Μ, Ν κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει· ὥστε καὶ αἱ τῶν Μ, Ν διάμετροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασίονα λόγον ἔχουσιν τῶν διαμέτρων, οἵτινες ἴσοι εἰσὶν ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου καὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου]· δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ Ο, Ξ, καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν Ξ κύκλον ἴσον τῷ Μ, ὁ δὲ Ο βάσιν ἔχων τὸν Ο κύκλον ἴσον τῷ Ν, ὕψος δὲ ὁ μὲν Ξ κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ Ο τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετον ἠγμένην· ἴσος ἄρα ὁ μὲν Ξ κῶνος τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ Ο τῷ ἐγγεγραμμένῳ [δέδεικται οὖν ταῦτα]. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΕΛ πρὸς τὴν ΑΚ, ὃν

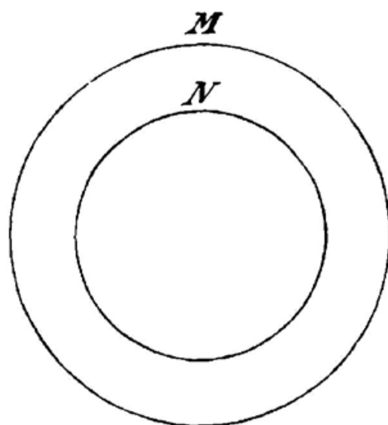
---

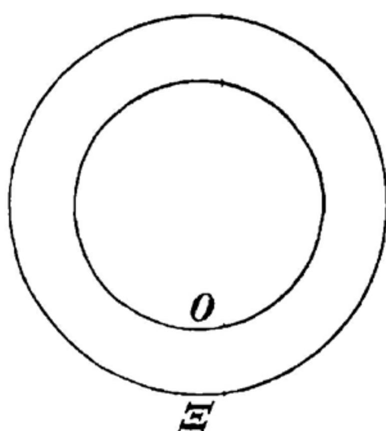
1 *ἐστιν*] *ἐστί* (C), *εστι* A. 4 *ἢ τὰς πλευράς*] ABC, *καὶ τῶν πλευρῶν Torellius*, e corr. B. 5 *ἄλληλα*] *Basil.*, *αλληλας* AC. 9 *ἀλλήλας*] A, *ἀλλήλαις* C. 13 *καὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου*] AB, om. C. 19 *τόν*] A, *τοῦ* C. 20 *O* (pr.)] G, *B* A(C), secundus supra scr. *o* B. 25 *οὖν*] AC, *γάρ* B, *Torellius;* malim haec uerba interpolatori tribuere. 26 *τήν*] C, om. A.



gentibus [prop. 24]. et quoniam similia sunt polygona, etiam rectangula rectis comprehensa, quas commemorauimus, similia erunt;[1]) adparet igitur, superficiem figurae circum sphaeram circumscriptae ad superficiem figurae in sphaera inscriptae duplicem rationem habere quam $E\varLambda$ ad $\varLambda K$.[2])

iam sumantur duo coni O, Ξ, et conus Ξ basim habeat Ξ circulum circulo M aequalem, O autem conus circulum O circulo N aequalem, altitudinem uero conus Ξ habeat radium sphaerae, conus autem O rectam a centro ad AK perpendicularem ductam; quare conus Ξ aequalis est figurae circum sphaeram circumscriptae [prop. 31], O autem conus figurae inscriptae [prop. 26]. et quoniam polygona





1) Nam trianguli, in quos diuiduntur polygona similia, ipsi quoque similes erunt (Eucl. VI, 20); quare rectae angulos iungentes, quae sibi respondent, eam habebunt rationem, quam $E\varLambda$ ad $\varLambda K$ (Eucl. VI, 4). itaque etiam omnes rectae illae polygoni circumscripti ad omnes polygoni inscripti eandem rationem habebunt (Eucl. V, 12); quare similia sunt rectangula illa (Eucl. VI def. 1) et eam rationem habebunt, quam $E\varLambda^2 : \varLambda K^2$ (Eucl. VI, 20).

2) Nam circuli M, N eam habent rationem, quam diametri siue radii quadrati (Eucl. XII, 2), quae est $E\varLambda^2 : \varLambda K^2$, quia radii quadrati aequales sunt rectangulis illis, de quibus u. not. 1; sed ex hypothesi circulus M aequalis est superficiei figurae circumscriptae, circulus N superficiei figurae inscriptae.

ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετον ἀγομένην· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου, ὃν ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ. ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ· τῶν ἄρα Ξ, Ο κώνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον [ὅμοιοι ἄρα εἰσίν], καὶ διὰ τοῦτο τριπλασίονα λόγον ἕξει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον ἤπερ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἕξει ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

λγ΄.

Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ Α· λέγω, ὅτι ὁ Α ἴσος ἐστὶν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας καὶ ὁ Α κύκλος· δυνατὸν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. εἰλήφθωσαν αἱ Β, Γ, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ, νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα

---

4 *Ο*] BG(C), om. A. 8 *τοῦτο*] scripsi, *το αυτο* ABC. 13 *ἑξῆς ἡ καταγραφή* C. 14 *λγ΄*] *λα΄* AB(C). 17 *ἔστω*] BC, e corr. G, *ως* A. 18 *ἐστίν*] C, *εστι* A. 21 *τοῦ* — 22 *σφαίρας*] AB, om C.

similia sunt [ex hypothesi], eandem habet rationem $E\Lambda$ ad AK, quam radius sphaerae ad rectam a centro sphaerae ad AK perpendicularem ductam;[1]) eandem igitur rationem habet altitudo coni Ξ ad altitudinem coni O, quam $E\Lambda$ ad AK. sed etiam diametrus circuli M ad diametrum circuli N eam habet rationem, quam $E\Lambda$ ad AK [u. Eutocius]; itaque diametri basium conorum Ξ, O eandem rationem habent, quam altitudines [lemm. 5 p. 74]; quare conus Ξ ad conum O triplicem rationem habet quam diametrus circuli M ad diametrum circuli N [Eucl. XII, 12]. adparet igitur, etiam figuram circumscriptam ad figuram inscriptam triplicem rationem habituram esse quam $E\Lambda$ ad AK.[2])

XXXIII.

Cuiusuis sphaerae superficies quadruplo maior est circulo in ea maximo.[3])

sit enim sphaera, et sit A circulus quadruplo maior circulo maximo; dico, circulum A aequalem esse superficiei sphaerae.

si enim aequalis non est, aut maior aut minor est. prius superficies sphaerae maior sit circulo. duae igitur magnitudines inaequales sunt, superficies sphaerae et circulus A; fieri igitur potest, ut sumantur duae rectae inaequales ita, ut maior ad minorem rationem habeat minorem quam superficies sphaerae ad circulum [prop. 2]. sumantur rectae B, Γ, et inter eas media proportionalis sit Δ, fingatur autem etiam sphaera per centrum secta per circulum $EZH\Theta$, et fingatur etiam polygonum in circulo inscriptum et aliud circumscriptum ita, ut polygonum circumscriptum inscripto simile sit, et latus polygoni circumscripti ⟨ad latus inscripti⟩[4]) minorem rationem habeat quam B ad Δ [prop. 3];

1) Quia trianguli ad centra polygonorum similium positi ipsi quoque similes sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

2) Quia ex hypothesi coni Ξ, O figuris aequales sunt.

3) Cfr. Simplicius in Aristot. de caelo p. 549, 18 sqq., cfr. p. 550, 10; Hero, Metr. p. 2, 18; 86, 29; Pappus I p. 360.

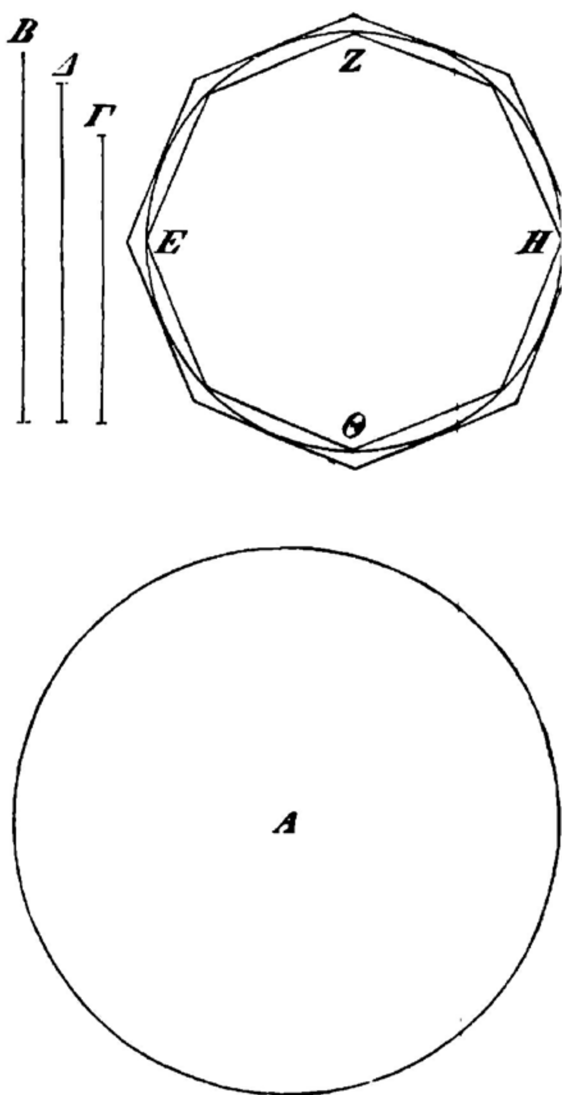
4) Archimedes non omiserat: πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου

ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ καὶ τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς Δ [καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶν ἐλάσσων. καὶ τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ διπλάσιός ἐστιν ὁ τῆς Β πρὸς τὴν Γ, τῆς δὲ πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλάσιος ὁ τῆς ἐπιφανείας τοῦ περιγεγραμμένου στερεοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου]· ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Α κύκλον· ὅπερ ἄτοπον· ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστί [δέδεικται γὰρ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἢ τετραπλασία, τοῦ δὲ μεγίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστιν ὁ Α κύκλος]. οὐκ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου.

λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· καὶ ὁμοίως εὑρήσθωσαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ, καὶ ἐγγεγράφθω καὶ περιγεγράφθω

3 *καὶ περιγεγραμμένον*] AB, om. C. 6 *Δ*] C, *την Δ* A. 9 *τῆς δέ*] ABC; adcuratius esset *τοῦ δὲ τῆς*.

quare[1]) superficies figurae circum sphaeram circumscriptae ad superficiem figurae inscriptae minorem rationem habet quam superficies sphaerae ad circulum *A*; quod fieri non potest; nam superficies figurae circumscriptae maior est superficie sphaerae [prop. 28 p. 108], sed superficies figurae inscriptae minor est circulo *A* [prop. 25].[2]) itaque superficies sphaerae circulo *A* maior non est.



iam dico, ne minorem quidem eam esse. si enim fieri potest, minor sit; et ut supra inueniantur rectae *B*, *Γ* ita, ut *B* ad *Γ* minorem rationem habeat quam circulus *A* ad super-

p. 122, 5. sed cum haec omissio etiam p. 124, 1; 126, 17 al. occurrat, satius duxi, hanc neglegentiam transscriptori tribuere quam cum Nizzio haec uerba omnibus locis addere (ad latus inscripti add. B[2]); cfr. tamen p. 116, 21.

1) Nam latera polygonorum quadrata et minorem habent rationem quam $B^2 : \Delta^2$, h. e. quam $B : \Gamma$ (Eucl. VI, 20 coroll. 2), et eam, quam superficies figurarum (prop. 32). sed quibus hoc continetur, uerba lin. 6—12 fortasse subditiua sunt; cfr. p. 124, 5.

2) Repetitionem inutilem prop. 25 deleo (lin. 19—22).

πάλιν, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς Β πρὸς Δ [καὶ τὰ διπλάσια ἄρα]· ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ [ἡ Β πρὸς Γ. ἡ δὲ Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ] ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας· ὅπερ ἄτοπον· ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγεγραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου, ἡ δὲ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ Α κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων· ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶ τῷ Α κύκλῳ, τουτέστι τῷ τετραπλασίῳ τοῦ μεγίστου κύκλου.

λδ΄.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. εἰ οὖν μή ἐστιν ἡ σφαῖρα τετραπλασία τοῦ εἰρημένου κώνου, ἔστω, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ τετραπλασία· ἔστω δὲ ὁ Ξ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τετραπλασίαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· μείζων οὖν ἐστιν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. ἔσται δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε σφαῖρα καὶ ὁ κῶνος· δυνατὸν οὖν δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσους, ὥστε ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα ἐλάσσονα λόγον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. ἔστωσαν οὖν αἱ Κ, Η, αἱ δὲ Ι, Θ εἰλημμέναι, ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλή-

2 τοῦ] BCG, το A. 5 ἡ Β — 6 ἤπερ] C, om. AB. 14 λδ΄] λβ΄ AB(C). 26 ἐλάσσονα (alt.)] (ἐλάσσο)να C, om. A (λόγον ἐλάσσονα BG).

ficiem sphaerae [prop. 2], et Δ media inter B, Γ proportionalis, et inscribatur et circumscribatur rursus polygonum ita, ut latus circumscripti ⟨ad latus inscripti⟩[1]) minorem rationem habeat quam B ad Δ [prop. 3]; itaque[2]) superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae minorem rationem habet quam [$B : \Gamma$. sed $B : \Gamma$ minorem rationem habet quam][3]) circulus A ad superficiem sphaerae; quod fieri non potest; nam superficies figurae circumscriptae maior est circulo A [prop. 30], sed superficies inscriptae minor est superficie sphaerae [prop. 23 p. 94].

itaque ne minor quidem est superficies sphaerae circulo A. demonstratum autem est, ne maiorem quidem eam esse; ergo superficies sphaerae aequalis est circulo A, h. e. quadruplo maior circulo maximo.

XXXIV.

Quaeuis sphaera quadruplo maior est cono basim habenti circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem radium sphaerae.[4])

sit enim sphaera et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$. si igitur sphaera cono, quem significauimus, quadruplo maior non est, sit, si fieri potest, maior quam quadruplo maior; et conus Ξ basim habeat quadruplo maiorem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem radio sphaerae aequalem; itaque sphaera maior est cono Ξ. erunt igitur duae magnitudines inaequales, sphaera et conus; fieri igitur potest, ut sumantur duae rectae inaequales ita, ut maior ad minorem rationem

1) Cfr. p. 121 not 4.

2) U. p. 123 not. 1. sed uerba praecedentia lin. 2 hic quoque subditiua sunt; nihil enim continent nisi neglegentem et imperfectam significationem uerborum, quae p. 123 not. 1 damnaui.

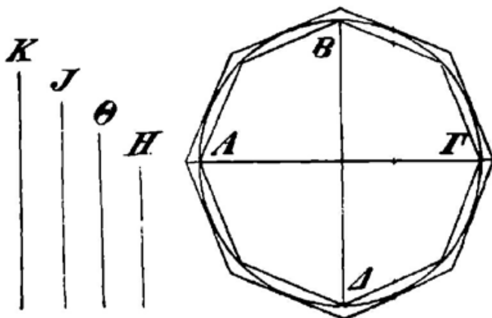
3) Uerba lin. 5 e C recepta Archimedis esse nequeunt; ita enim deesset conclusio: itaque superficies figurarum minorem rationem habent quam A ad superficiem sphaerae, et discrepantia a p. 122, 5 sq. offensionem haberet. interpolatoris esse possunt.

4) Cfr. Pappus I p. 360.

λων ὑπερέχειν τὴν Κ τῆς Ι καὶ τὴν Ι τῆς Θ καὶ τὴν Θ τῆς Η, νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρότερον, ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι, καὶ ἔστωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. εἰ οὖν μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιενεχθείη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσται σχήματα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον, καὶ ἕξει τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Κ πρὸς τὴν Ι· ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τριπλασίονα τοῦ Κ πρὸς Ι. ἔχει δὲ καὶ ἡ Κ πρὸς Η μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι [τοῦτο γὰρ φανερὸν διὰ λημμάτων]· πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Η. ἡ δὲ Κ πρὸς Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον· τὸ γὰρ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον μεῖζόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον ἔλασσον τοῦ Ξ κώνου [διότι ὁ μὲν Ξ κῶνος τετραπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ

1 *Θ*] BC, e corr. G, *H* A. 8 *ΑΓ, ΒΔ*] B, *ΑΒ ΓΔ* AC. 9 *διάμετροι*] in *διά-* des. C. 11 *σχήματα*] scripsi, *το σχημα* AB. Litteras in circulo positas et polygona om. A.

habeat minorem quam sphaera ad conum Ξ [prop. 2]. sint igitur rectae K, H, et rectae I, Θ ita sumantur, ut aequali spatio excedat K rectam I, I rectam Θ, Θ rectam H, fingatur autem etiam in circulo $AB\Gamma\Delta$ polygonum inscriptum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit, et aliud circumscriptum inscripto simile, sicut antea, latusque polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat quam $K : I$ [prop. 3], et $A\Gamma$, $B\Delta$ diametri sint inter se perpendiculares. si igitur manente diametro $A\Gamma$ circumuoluitur[1]) planum, in quo sunt polygona, orientur figurae, altera in sphaera inscripta, altera circumscripta, et figura circumscripta ad inscriptam triplicem rationem habebit quam latus polygoni circumscripti ad latus polygoni in circulo $AB\Gamma\Delta$ inscripti [prop. 32]. sed latera minorem habent rationem



quam $K : I$ [ex hypothesi]; quare figura circumscripta ⟨ad inscriptam⟩[2]) minorem rationem habet quam $K^3 : I^3$. uerum etiam $K : H > K^3 : I^3$ [u. Eutocius]; itaque figura circumscripta ad inscriptam multo minorem rationem habet quam $K : H$. sed K ad H minorem rationem habet quam sphaera ad conum Ξ [ex hypothesi]; ⟨quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet quam sphaera

1) Optatiuus περιενεχθείη lin. 10 posterioris temporis scriptoribus aptior fortasse transscriptori debetur, cum Archimedes scripsisset: εἴ κα—περιενεχθῇ.

2) U. p. 121 not. 4.

τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ εἰρημένου κώνου ἢ τετραπλάσιον]. οὐκ ἄρα μείζων ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου.

ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων ἢ τετραπλασία· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. εἰλήφθωσαν δὴ αἱ Κ, Η εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Κ μείζονα εἶναι τῆς Η καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὴν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν, καὶ αἱ Θ, Ι ἐκκείσθωσαν, καθὼς πρότερον, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον νοείσθω πολύγωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι, καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευασμένα τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον· ἕξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι· ἕξει οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η μείζονα λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Ι· ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἢ ἡ Κ πρὸς τὴν Η. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν· ὅπερ ἀδύνατον· τὸ μὲν γὰρ ἐγγεγραμμένον ἔλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περιγεγραμμένον μεῖζον τοῦ Ξ κώνου. οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ κώνου τοῦ

---

4 *ἔστω*] AB; fort. *ἔστω δή*. *εἰ*] BGH, *η* A. 8 *Θ*, *Ι*] A,

ad conum Ξ⟩; et permutando [Eucl. V, 16] ⟨figura circumscripta ad sphaeram minorem habet rationem quam figura inscripta ad conum⟩;[1]) quod fieri non potest; nam figura circumscripta maior est sphaera [prop. 28 p. 108], sed inscripta minor cono Ξ [prop. 27]. itaque sphaera maior non est quam quadruplo maior ⟨cono⟩, quem commemorauimus.

⟨iam⟩, si fieri potest, minor sit quam quadruplo maior; sphaera igitur minor est cono Ξ. sumantur igitur rectae K, H ita, ut K maior sit recta H et minorem ad eam rationem habeat quam conus Ξ ad sphaeram [prop. 2], et ponantur rectae Θ, I, ut supra [p. 124, 28 sq.], fingatur autem polygonum in circulo $AB\Gamma\Delta$ inscriptum et aliud circumscriptum ita, ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat quam $K : I$, et cetera eodem modo, quo antea, comparata; figura igitur solida circumscripta nunc quoque ad inscriptam rationem habebit triplicem quam latus figurae circum $AB\Gamma\Delta$ circumscriptae ad latus inscriptae [prop. 32]. sed latera minorem rationem habent quam $K : I$ [ex hypothesi]; figura igitur circumscripta ad inscriptam minorem rationem habebit quam $K^3 : I^3$. sed $K : H > K^3 : I^3$ [u. Eutocius]; quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet quam $K : H$. sed K ad H minorem rationem habet quam conus Ξ ad sphaeram [ex hypothesi]; ⟨itaque figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet quam conus Ξ ad sphaeram⟩;[2]) quod fieri non potest; nam figura inscripta minor est sphaera [prop. 28 p. 108], sed figura circumscripta maior cono Ξ [prop. 31 coroll. p. 114]. itaque sphaera ne

1) Nimia breuitas fortasse transscriptori debetur. P. 126, 24 add. B² mg.: quare circumscripta ad inscriptam habet proportionem minorem quam quidem sphera ad conum x.

2) Cfr. not. 1. quare figura circumscripta ad inscriptam habet proportionem minorem quam conus x ad spheram mg. B².

it B. 21 I—τήν] mg. G, *i* (corr. ex *h*) que autem *k* ad B, om. A. 24 K] B, HK A.

βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων· τετραπλασία ἄρα.

[ΠΟΡΙΣΜΑ.]

Προδεδειγμένων δὲ τούτων φανερόν, ὅτι πᾶς κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ σφαῖρα δέδεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὖσα· δῆλον οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως, τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου τοῦ περὶ τὴν σφαῖραν ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως [δῆλον, ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον ἴση γίνεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως], ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως τετραπλάσιός ἐστι τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου· ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλασία ἔσται τοῦ μεγίστου

---

4 *πόρισμα*] om. AB. 20 *γίνεται*] *Basil.*, *γαρ* AB. 23 *τουτέστι*] *Torellius*, *της* A, om. B.

minor quidem est quam quadruplo maior cono basim habenti aequalem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem aequalem radio sphaerae. demonstratum autem est, ne maiorem quidem eam esse; ergo quadrupla est.

[COROLLARIUM.][1])

His autem ante demonstratis adparet, quemuis cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, sesquialterum esse sphaerae, et superficiem eius sesquialteram superficiei sphaerae.

nam cylindrus, quem significauimus, sexcuplo maior est cono eandem basim habenti, altitudinem autem aequalem radio,[2]) et demonstratum est, sphaeram quadruplo maiorem esse eodem cono [prop. 34]; adparet igitur, cylindrum sphaerae sesquialterum esse. rursus, quoniam demonstratum est, superficiem cylindri praeter bases aequalem esse circulo, cuius radius media sit proportionalis inter latus cylindri et diametrum basis [prop. 13], cylindri autem, quem commemorauimus, sphaeram comprehendentis latus aequale est diametro basis,[3]) circulus autem radium habens diametro basis aequalem quadruplo maior est basi [Eucl. XII, 2], h. e. circulo maximo sphaerae, erit etiam superficies cylindri praeter bases quadruplo maior circulo maximo;[4]) tota igitur superficies cylindri una cum basibus sexcuplo maior erit

1) Citatur ab Herone, Metr. p. 4, 1; 120, 28, Stereom. I, 1 (cfr. I, 8, 2), Proclo in Eucl. p. 71, 18; cfr. Simplicius in Arist. de caelo p. 549, 21 sqq. coll. p. 550, 10. alio modo demonstrat Pappus I p. 408.

2) Cylindrus enim triplo maior est cono, cuius basis est circulus maximus, altitudo autem diametrus sphaerae (Eucl. XII, 10); sed hic conus duplo maior est cono, cuius basis eadem est, altitudo autem radius (lemm. 1 p. 72).

3) Praue dicitur, inde, quod superficies cylindri aequalis sit circulo illi (ἐπεί lin. 15), colligi posse, mediam proportionalem diametro aequalem esse. itaque uerba δῆλον lin. 20 —βάσεως lin. 21 transscriptori tribuo.

4) Hoc citat Hero, Metr. p. 88, 10 sqq.

κύκλου. ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

λε'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου κύκλου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως.

ἔστω σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ τμῆμα, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΗ κύκλος [ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτό, οἷον εἴρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν], καὶ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΗΘ καὶ ἀρτιόπλευρον πολύγωνον τὸ ΑΓΕΘΖΔΗ χωρὶς τῆς ΑΗ πλευρᾶς, καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Λ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΓ πλευρᾶς καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν ΕΖ, ΓΔ καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς ΑΚ· δεικτέον, ὅτι ὁ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΘ πλευρᾶς καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ· γίνεται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον. εἰλήφθω δὲ καὶ ἄλλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΓ καὶ τῆς ἡμισείας συν-

---

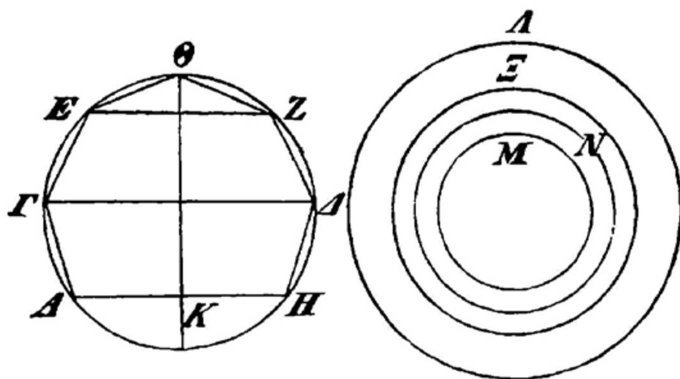
4 λε'] λγ' AB. 7 τῷ] EH, το A. 17 τῷ] EH, το A.

circulo maximo. est autem etiam superficies sphaerae quadruplo maior circulo maximo [prop. 33]; ergo tota superficies cylindri sesquialtera est superficiei sphaerae.

XXXV.

Superficies figurae in segmento[1]) sphaerae inscriptae aequalis est circulo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur uno latere polygoni in segmento circuli maximi inscripti rectaque aequali omnibus rectis basi segmenti parallelis una cum dimidia basi segmenti.

sit sphaera et in ea segmentum, cuius basis circulus circum AH descriptus,[2]) et circulus maximus $AH\Theta$ et $A\Gamma E\Theta Z\Delta H$ polygonum ⟨aequilaterum⟩,[3]) cuius latera



paria sint numero praeter latus AH, et sumatur circulus Λ, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK);$$

demonstrandum, circulum aequalem esse superficiei figurae.

1) Cum segmentum hic primum nominetur, scriptum esse debuit lin. 5—6 εἰς τμῆμα σφαίρας; sed cfr. p. 136, 10; 138, 9. cfr. p. 137 not. 1.

2) In uerbis uncis inclusis lin. 13—14 offendit et asyndeton (et ins. B) et locus; haec enim figura oritur ex polygono lin. 15 demum nominato. quare ea interpolatori tribuo; cfr. p. 136, 17 sqq. quae sit figura illa inscripta (lin. 5), e prop. 23 satis notum est; sed prop. 35 post prop. 36 collocanda fuit.

3) Hoc ab Archimede praetermissum non fuit (Quaest. Arch. p. 76); ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον Nizzius.

αμφοτέρου τῆς ΕΖ, ΓΔ· ἔσται οὖν οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΕΖ, ΓΔ. καὶ ἄλλος ὁμοίως ὁ Ξ ειλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΓ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρων τῶν ΓΔ, ΑΗ· καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΓΔ. πάντες οὖν οἱ κύκλοι ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ, καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τῆς ΑΓ καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΓΔ καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ ΑΚ. ἐδύνατο δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον τῷ αὐτῷ χωρίῳ· ὁ ἄρα Λ κύκλος ἴσος ἔσται τοῖς Μ, Ν, Ξ κύκλοις· ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

λϛ΄.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΕΖ τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόγωνον χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΒ. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον, ἐὰν μενούσης τῆς ΓΖ περιενεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν Δ, Ε, Α, Β γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ ΔΕ, ΑΒ, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ τμήματος κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον

1 οὖν] addidi, om. AB. 9 αἱ] B, om. A. 17 λϛ΄] λδ΄ AB. 25 τμήματος] AB, σχήματος *Barrowius* (sed σχῆμα hic de figura solida usurpatur).

sumatur enim circulus M, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo $E\Theta \times \frac{1}{2} EZ$; itaque M circulus aequalis est superficiei coni, cuius basis est circulus circum EZ descriptus, uertex autem punctum Θ [prop. 14]. sumatur autem etiam alius circulus N, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$E\Gamma \times \tfrac{1}{2}(EZ + \Gamma\varDelta);$$

hic igitur aequalis erit superficiei coni, quae est inter plana parallela in EZ, $\Gamma\varDelta$ posita [prop. 16]. et eodem modo sumatur alius circulus Ξ, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times \tfrac{1}{2}(\Gamma\varDelta + AH);$$

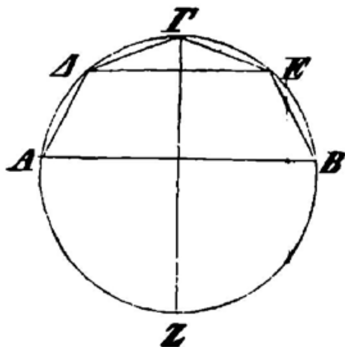
itaque ipse quoque aequalis est superficiei conicae, quae est inter plana parallela in AH, $\Gamma\varDelta$ posita [prop. 16]. omnes igitur circuli aequales erunt toti superficiei figurae, et radii eorum quadrati aequales erunt rectangulo

$$A\Gamma \times (EZ + \Gamma\varDelta + AK).^{1)}$$

sed etiam radius circuli $\varLambda$ quadratus eidem spatio aequalis erat [ex hypothesi]; itaque circulus $\varLambda$ aequalis erit circulis M, N, Ξ;[2]) quare etiam superficiei figurae inscriptae aequalis erit.

XXXVI.

Secetur sphaera plano non per centrum posito, et in ea sit circulus maximus AEZ planum secans perpendiculariter secans, et inscribatur in segmento $AB\Gamma$ polygonum aequilaterum, cuius latera paria sint numero praeter basim AB. si igitur, ut antea [prop. 23], manente recta ΓZ figura circumuoluitur, anguli $\varDelta$, E, A, B per circulos ferentur, quorum diametri erunt $\varDelta E$, AB, latera autem per superficies



1) Quia aequalia sunt latera polygoni $E\Theta$, $E\Gamma$, $A\Gamma$.
2) Ex Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

βάσιν μὲν ἔχον κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, κορυφὴν δὲ τὸ Γ. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἕξει τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ περιλαμβάνοντος· τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος καὶ τοῦ σχήματος ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραί εἰσιν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας.

λζ′.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΕΖ, καὶ ἔστω τμῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ [καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρημένον σχῆμα, καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγωνον], καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτὰ διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας οὔσης τῆς ΘΛ, ἐπεζευγμένων δὲ τῶν ΛΕ, ΘΑ, καὶ ἔστω κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστω τῇ ΑΘ· δεικτέον, ὅτι ὁ Μ κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ σχήματος ἐπιφανείας.

ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΘ καὶ τῶν ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ· τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΕΘ καὶ τῶν ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ δέδεικται

---

1 *ἔχον*] e corr. E, *εχων* A. *κορυφήν*] *Barrowius*, *κορυφη* AB. 9 *λζ′*] *λε′* AB. 15 *ΑΒΖΕ Torellius*. 21 *ἔστω* (alt.)] BG, *ωστε* A.

conicas, et figura solida hoc modo orta, per superficies conicas comprehensa, basim habebit circulum, cuius diametrus est AB, uerticem autem punctum Γ. itaque eodem modo, quo antea, superficiem babebit minorem superficie segmenti comprehendentis; nam idem terminus eorum, et segmenti et figurae, in plano est ambitus circuli, cuius diametrus est AB, et utraque superficies in eandem partem caua est, et altera ab altera comprehenditur [post. 4 p. 8].[1])

XXXVII.

Superficies figurae in segmento sphaerae inscriptae minor est circulo, cuius radius aequalis est rectae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

sit sphaera et in ea circulus maximus $ABEZ$, et in sphaera segmentum sit, cuius basis sit circulus circum diametrum AB descriptus,[2]) et cetera eodem modo comparentur, ita ut recta $\Theta\varLambda$ diametrus sphaerae sit, et ducantur $\varLambda E$, ΘA, et sit circulus M, cuius radius aequalis sit rectae $A\Theta$; demonstrandum est, circulum M maiorem esse superficie sphaerae.

nam demonstratum est, superficiem figurae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo $E\Theta \times (EZ + \Gamma\varDelta + K\varLambda)$ [prop. 35]; et demonstratum est, esse

1) In hac propositione plurima deprehenduntur uestigia manus transscriptoris, uelut omissum uerbum *ἔστω* p. 134, 19, *ἀρτιόγωνον* p. 134, 21, quod alibi recte dicitur pro *ἀρτιόπλευρον* (Quaest. Arch. p. 76), sed hoc loco ferri non potest propter sequentia uerba *χωρὶς τῆς βάσεως, κωνικῆς ἐπιφανείας* p. 134, 26 pro *κωνικῶν ἐπιφανειῶν, γενηθέν* p. 134, 26 (Quaest. Arch. p. 70), finis superuacuus lin. 4—8 initioque molestus (*αὐτῶν* lin. 4); huc refero etiam *τμήματος* pro *πολυγώνου* p. 134, 25. praeterea ab interpolatore transposita est; suum enim locum habet ante prop. 35 (tum illud *τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας* et *τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος* p. 132, 5 recte se haberent). sed fortasse tota delenda est.

2) *καί* lin. 17 — 18 *πολύγωνον* interpolatoris sunt; u. p. 138 not. 2. constructionem pessumdant; nam *ἔστω* lin. 16 etiam ad *τὰ λοιπά* lin. 19 pertinet.

ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν *ΕΛ*, *ΚΘ* περιεχομένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν *ΕΛ*, *ΚΘ* ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς *ΛΘ* [καὶ γὰρ τοῦ *ΛΘ*, *ΚΘ*]· φανερὸν οὖν, ὅτι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστιν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *Μ*· δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ *Μ* κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

λη'.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω γὰρ σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ *ΑΒΓ* καὶ κέντρον τὸ *Ε*, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον χωρὶς τῆς *ΑΓ* ὁμοίως τοῖς πρότερον, καὶ μενούσης τῆς *ΒΔ* περιενεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν *ΑΓ* κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον, καὶ εἰλήφθω κῶνος ὁ *Κ* βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ *Ε* κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ· δεικτέον, ὅτι

---

3 τοῦ] AB, quod sub add. B². 5 *Μ*] B, e corr. G, *ΛΜ* A. 8 λη'] λς' AB. 13 τῇ (alt.)] B, την A. 16 μέγιστος] rursus inc. C. 20 *ΒΔ*] e corr. B, *ΒΑ* AB(C). 25 τῇ] BG, την AC.

$E\Theta \times (EZ + \Gamma\Delta + K\Lambda)$
$= E\Lambda \times K\Theta$
[prop. 22; Eucl. VI, 16];[1])

sed

$E\Lambda \times K\Theta < A\Theta^2$
[u. Eutocius];

adparet igitur, radium circuli, qui aequalis sit superficiei figurae, minorem esse radio circuli M; ergo constat, circulum M maiorem esse superficie figurae [Eucl. XII, 2].

XXXVIII.

Figura in segmento[2]) inscripta per superficies conicas comprehensa una cum cono basim eandem habenti, quam figura, uerticem autem centrum sphaerae, aequalis est cono basim habenti superficiei figurae aequalem, altitudinem autem rectae a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae aequalem.

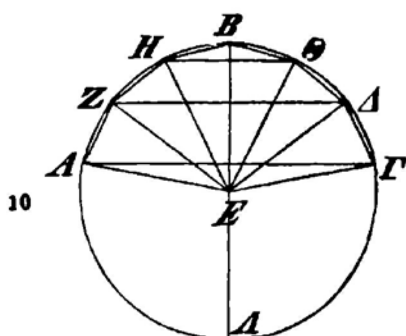
sit enim sphaera et in ea circulus maximus et segmentum $AB\Gamma$ minus dimidia parte circuli et centrum E, in segmento autem $AB\Gamma$ inscribatur polygonum ⟨aequilaterum⟩,[3]) cuius latera paria sint numero praeter $A\Gamma$, eodem modo, quo

1) U. Eutocius, ex cuius adnotatione comperimus, Archimedem p. 136, 26—27 scripsisse: ἀλλὰ τὸ ὑπὸ $E\Theta$ et lin. 1 uerbum περιεχομένῳ omisisse. in uerbis interpolatis lin. 2—3 error tollendus non est (τοῦ ὑπὸ $\Lambda\Theta$ ΘK Basil.).

2) Sc. ἐλάσσονι ἡμισφαιρίου (u. lin. 17), quae uerba addi uoluit Nizzius (sphaerae minore hemisphaerio mg. B[2]), nec ea omiserat Archimedes (cfr. p. 142, 27; 150, 18; 156, 2). sed eadem sine dubio etiam in propp. 35, 36, 37 omisit transscriptor; nam eas quoque de segmento minore solo demonstratas fuisse, propter prop. 43 ueri simile est, nec alioquin κωνικῶν ἐπιφανειῶν p. 134, 27 uerum esset, quoniam etiam cylindrus oriri potest.

3) Desideratur ante ἀρτιόπλευρον lin. 19: ἰσόπλευρόν τε καί, quod coniectura addit Nizzius; sed u. p. 133 not. 3.

ὁ Κ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ ΑΕΓ.



ἀναγεγράφθωσαν δὴ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύκλων τῶν περὶ διαμέτρους τὰς ΘΗ, ΔΖ κορυφὴν ἔχοντες τὸ Ε σημεῖον· οὐκοῦν ὁ μὲν ΗΒΘΕ ῥόμβος στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΗΒΘ κώνου, τὸ ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΗΒ ἀγομένῃ καθέτῳ, τὸ δὲ περίλειμμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΔ καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΖΕΔ, ΗΕΘ ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ βάσις μέν ἐστιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΔ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΗ καθέτῳ ἠγμένῃ. πάλιν τὸ περίλειμμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΔ, ΑΓ καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΑΕΓ, ΖΕΔ ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΔ, ΑΓ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΑ καθέτῳ ἠγμένῃ· οἱ οὖν εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι μετὰ τοῦ ΑΕΓ

---

1 σχήματι] B², τμηματι ABC. 3 δή] scripsi, δε AB(C). 4 τάς] BG, της AC. ΘΗ, ΔΖ] B; ΘΖ, ΚΙ AC. In fig. Λ om. AB, pro Δ habet Λ A. 11 περίλειμμα] περίλειμα C, περιληψμα AB, περίλιμμα G. 14 ΖΔ] B, ΖΛ AC. 15 ΖΕΔ] ABC. ἴσον] B, ιση AC. 17 τῇ] B, την AC. ΖΔ] B, ΖΛ A(C). 18 περίλειμμα] C, περιλημμα AB, περίλιμμα G. 20 ΖΔ] B, ΖΛ AC. 21 ΖΕΔ] ABC. 23 ΖΔ] B, ΖΛ A(C). 25 μετά] scripsi, και μετα AC; et cum B, cum del.

supra, et manente recta $B\Delta$ circumuoluatur sphaera[1]) et efficiat figuram per superficies conicas comprehensam, in circulo autem circum diametrum $A\Gamma$ descripto conus construatur uerticem habens centrum, et sumatur conus K basim habens superficiei figurae aequalem, altitudinem autem rectae a centro E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae; demonstrandum, conum K aequalem esse figurae comprehensae[2]) una cum cono $AE\Gamma$.

construantur igitur etiam in circulis circum diametros ΘH, ΔZ descriptis coni uerticem habentes punctum E;

itaque rhombus solidus $HB\Theta E$ aequalis est cono, cuius basis aequalis est superficiei coni $HB\Theta$, altitudo autem rectae ab E ad HB perpendiculari ductae [prop. 18], spatium autem relictum[3]) comprehensum per superficiem inter plana parallela in rectis $H\Theta$, $Z\Delta$ posita et per superficies conicas $ZE\Delta$, $HE\Theta$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in $H\Theta$, $Z\Delta$ posita, altitudo autem rectae ab E ad ZH perpendiculari ductae [prop. 20]. rursus spatium relictum[4]) comprehensum per superficiem inter plana parallela in $Z\Delta$, $A\Gamma$ posita et per superficies conicas $AE\Gamma$, $ZE\Delta$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in $Z\Delta$, $A\Gamma$ posita, altitudo autem rectae ab E ad ZA perpendiculari ductae [prop. 20]; coni igitur, quos commemorauimus,

1) Debebat esse: περιενεχθεὶς ὁ κύκλος siue περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ὅ τε κύκλος καὶ τὸ πολύγωνον (p. 138, 20).

2) περιεχομένῳ lin. 1 sc. ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν, quod transscriptoris neglegentia omissum est, ut ἐπιφανειῶν post κωνικῶν p. 158, 12, 19.

3) Productis rectis ZH, $\Theta\Delta$, donec concurrant, et subtracto rhombo his rectis productis rectisque HE, $E\Theta$ comprehenso.

4) Productis rectis ZA, $\Delta\Gamma$, donec concurrant, et subtracto rhombo his rectis productis rectisque ZE, $E\Delta$ comprehenso.

κώνου. καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσιν τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τὰς δὲ βάσεις ἴσας τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΖΗΒΘΔΓ σχήματος· ἔχει δὲ καὶ ὁ Κ κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ βάσιν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείχθησαν ἴσοι τῷ σχήματι καὶ τῷ ΑΕΓ κώνῳ· καὶ ὁ Κ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε σχήματι καὶ τῷ ΑΕΓ κώνῳ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐστὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κώνῳ· ὁ γὰρ προειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ ἴσου τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ, τουτέστι τοῦ τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ· ἥ τε γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ [δέδεικται γὰρ τοῦτο] καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

λθ'.

Ἔστω σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἔλασσον ἡμικυκλίου, ὃ ἀποτέμνει ἡ ΑΒ, καὶ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὰ Α, Β ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ, καὶ περὶ τὸν

---

3 ΑΖΗΒΘΔΓ] B, ΑΖΗΒΔΓ AC. 8 ΑΕΓ] BC, ΕΑΓ A.

aequales erunt figurae una cum cono $AE\Gamma$. et altitudinem habent aequalem rectae ab E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae, bases autem superficiei figurae $AZHB\Theta\Delta\Gamma$ aequales; uerum etiam K conus eandem altitudinem et basim superficiei figurae aequalem habet; itaque aequalis est conis, quos commemorauimus. hos autem figurae cum cono $AE\Gamma$ aequales esse, demonstratum est; ergo etiam conus K figurae et cono $AE\Gamma$ aequalis est.

COROLLARIUM.

Hinc iam adparet, conum basim habentem circulum, cuius radius aequalis sit rectae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti, altitudo autem radio sphaerae aequalis, maiorem esse figura inscripta cum cono; ille enim conus maior est cono aequali figurae una cum cono basim habenti basim segmenti, uerticem autem ad centrum positum, h. e. cono basim habenti superficiei figurae aequalem, altitudinem autem aequalem rectae a centro ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae [prop. 38]; basis enim basi maior est[1]) [prop. 37] et altitudo altitudine.

XXXIX.

Sit sphaera et in ea circulus maximus $AB\Gamma$ et segmentum minus semicirculo recta AB abscisum et centrum Δ, et a centro Δ ad A, B puncta ducantur $A\Delta$, ΔB, et circum sectorem inde ortum circumscribatur polygonum ⟨aequilaterum, cuius latera paria sint numero,⟩[2]) et circum id cir-

1) δέδεικται γὰρ τοῦτο lin. 23, quae uerba inter se coniuncta disiungunt, delenda censeo; sed fortasse omnia inde ab ὁ γάρ lin. 16 delenda sunt; cfr. p. 115 not.

2) Archimedes uix omiserat ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον p. 144, 1.

10 om. ABC, ⟦⟧ mg. D. 18 τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι] e corr. BG, του βασιν μεν εχοντος AC. 20 τοῦ] addidi, om. ABC. 21 ὕψος δέ] A, τὸ δὲ ὕψος C. 24 καὶ τό] A, τό τε C. 25 λϑ΄] λζ΄ ABC. 27 τετμήσϑω] ABC; fort. τμῆμα (ita certe Archimedes ipse).

γεννηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος· ἕξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ΑΒΓ κύκλῳ. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΕΚ περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας, καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιζευγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὖσαι παράλληλοι τῇ ΑΒ, τὰ δὲ σημεῖα, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευραί, κύκλους γράφουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἁφὰς παράλληλοι οὖσαι τῇ ΑΒ, αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καὶ ἔσται τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΖΗ κύκλος· ἡ δὴ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΒ κύκλος.

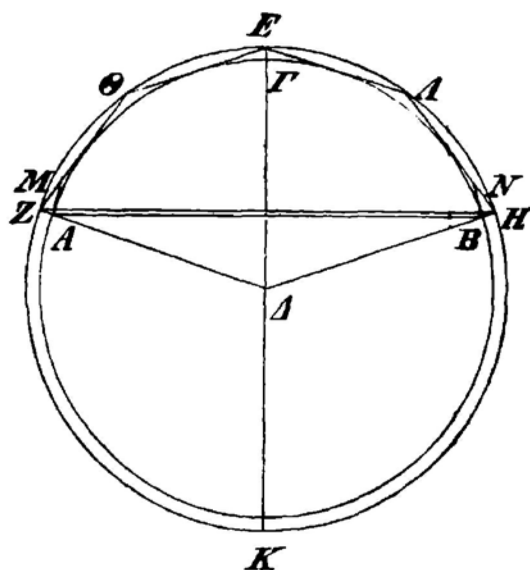
ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ ΑΜ, ΒΝ· κατὰ κωνικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ γενηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ΑΜΘΕΛΝΒ μείζονα ἕξει τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος [πέρας γὰρ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ τὸ αὐτὸ ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμῆμα ὑπὸ τοῦ σχήματος]. ἀλλ' ἡ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ΖΜ, ΗΝ ἐπιφάνεια κώνου μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης ὑπὸ τῶν ΜΑ, ΝΒ· ἡ μὲν γὰρ ΖΜ τῆς ΜΑ μείζων ἐστί [ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει], ἡ δὲ ΝΗ τῆς ΝΒ, ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων γίνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπι-

---

1 *γεννηθέντα*] ABC, *γενηθέντα* *Torellius.* **11** *ἐπιζευγνύου-*

culus; is igitur idem centrum habebit, quod circulus $AB\Gamma$ [u. Eutocius]. iam si manente recta EK polygonum circumuolutum in eundem locum restituetur, circulus circumscriptus per superficiem sphaerae feretur, et anguli polygoni circulos describent, quorum diametri angulos polygoni iungunt parallelae rectae AB, puncta autem, in quibus latera polygoni circulum minorem contingunt, circulos describunt in sphaera minore, quorum diametri erunt rectae puncta contactus iungentes parallelae rectae AB, latera autem per superficies conicas ferentur, et orietur figura circumscripta per superficies conicas comprehensa, cuius basis erit circulus circum ZH descriptus; huius igitur figurae superficies maior est superficie segmenti minoris, cuius basis est circulus circum AB descriptus.

ducantur enim rectae contingentes AM, BN; itaque per superficiem conicam ferentur, et figura ex polygono $AM\Theta E\Lambda NB$ orta superficiem maiorem habebit segmento sphaerae, cuius basis est circulus circum AB descriptus [post. 4 p. 8]. sed superficies conica rectis ZM, HN effecta maior est superficie coni rectis MA, NB effecta; nam



$$ZM > MA$$

et

$$NH > NB$$

[Eucl. III, 18; I, 19],

σαι] CGH, επιγνυουσαι A. 13 τό] AC; fort. τι. 15 δή] scripsi, δε AB(C). 20 γενηθέν] AB, γεννηθέν CH. $AM\Theta E\Lambda NB$]-Λ- supra add. B, $AM\Theta ENB$ A(C). 23 τὸ αὐτό] C, τω αυτω AB. 29 γίνεται] BCG, γαρ εστι compp. A. ἡ] G, om. AC.

φανείας [ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασιν]. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου [τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ πολυγώνου γεγραμμένον σχῆμα ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας] [τοῦτο δὲ δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον].

μ'.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομεῖ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

ἔστω γὰρ σφαῖρα καὶ μέγιστος κύκλος ἐπ' αὐτῆς ὁ $ΑΒΓΔ$ καὶ κέντρον τὸ $Ε$, καὶ περὶ τὸν τομέα περιγεγράφθω τὸ $ΛΚΖ$ πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος περιγεγράφθω, καὶ γεγενήσθω σχῆμα, καθάπερ πρότερον, καὶ ἔστω κύκλος ὁ $Ν$, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς $ΚΛ$. ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον

1 λήμμασιν] (C)GH, λημμασι DE. 2 καί] AC, om. B.

quod cum ita sit, superficies superficie maior erit [u. Eutocius]. adparet igitur, etiam superficiem figurae circumscriptae maiorem esse superficie segmenti sphaerae minoris.

COROLLARIUM.

Et adparet, superficiem figurae circum sectorem circumscriptae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus rectis angulos polygoni iungentibus et praeterea dimidia basi polygoni, quod significauimus[1]) [prop. 35].

XL.

Superficies figurae circum sectorem circumscriptae maior est circulo, cuius radius aequalis est rectae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui segmenti basis est.

sit enim sphaera et in ea circulus maximus *ΑΒΓΔ* et centrum *E*, circum sectorem autem circumscribatur polygonum *ΔKZ*, et circum id circulus circumscribatur, et efficiatur figura, sicut antea, ponaturque circulus *N*, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus rectis ⟨angulos⟩ iungentibus cum dimidio rectae *KΔ*. hoc autem spatium aequale est rectangulo, quod continetur rectis *MΘ*, *ZH* [prop. 22; Eucl. VI, 16]; itaque radius circuli *N* quadratus aequalis

1) *τοῦτο* lin. 13 non ad proxime praecedentia refertur sed ad lin. 6. inde sequitur, uerba *τὸ γὰρ* lin. 11—*σφαίρας* lin. 13 interpolata esse. sed ipsa quoque uerba *τοῦτο κτλ.* suspecta sunt.

5 om. ABC. 6 *περιγεγραμμένον*] AB, *ἐγγεγραμμένον* C, mg. B. 10 *πολυγώνου*] AB, *πολυγωνίου* C. *ἔτι*] B², *επι* AC. 11 *τό*—12 *πολυγώνου*] addidi, om. AB(C). 12 *γεγραμμένον*] scripsi, *εγγεγραμμενον* AB(C), *περιγεγραμμένον* *Barrowius.* *σχῆμα*] AB, (*σχ*)*ῆμ*(...) C. *τὸ γὰρ περιγεγραμμέναν σχῆμα τῷ τομεῖ ἐγγεγραμμένον σχῆμά ἐστιν εἰς κτλ.* *Torellius*, cfr. p. 150, 1 sqq. 13 *δέ*] *δή* *Nizzius.* 15 *μ'*] *λη'* ABC. 21 *ἐπ' αὐτῆς*] AC; fort. *ἐν αὐτῇ*; in ipsa B. 23 *ΔKZ*] AB, *ΔKZ* C.

ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΜΘ καὶ ΖΗ [ὅ δή ἐστιν ὕψος τοῦ τμήματος τῆς μείζονος σφαίρας· τοῦτο γὰρ προδέδεικται]. τοῦ ἄρα Ν κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΜΘ, ΗΖ περιεχομένῳ. ἀλλ' ἡ μὲν ΗΖ μείζων ἐστὶ τῆς ΔΞ [ὅ ἐστιν ὕψος τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΚΖ, ἔσται παράλληλος τῇ ΔΑ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ παράλληλος, καὶ κοινὴ ἡ ΖΕ· ὅμοιον ἄρα τὸ ΖΚΗ τρίγωνον τῷ ΔΑΞ τριγώνῳ. καί ἐστιν μείζων ἡ ΖΚ τῆς ΑΔ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΔΞ], ἴση δὲ ἡ ΜΘ τῇ διαμέτρῳ τῇ ΓΔ [ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΕΟ, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΜΟ τῇ ΟΖ, ἡ δὲ ΘΕ τῇ ΕΖ, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΟ τῇ ΜΘ· διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΘ τῆς ΕΟ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ διπλασία ἐστὶν τῆς ΕΟ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΘ τῇ ΓΔ], τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΞ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ· ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ· ὁ γὰρ Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν τομέα σχήματος.

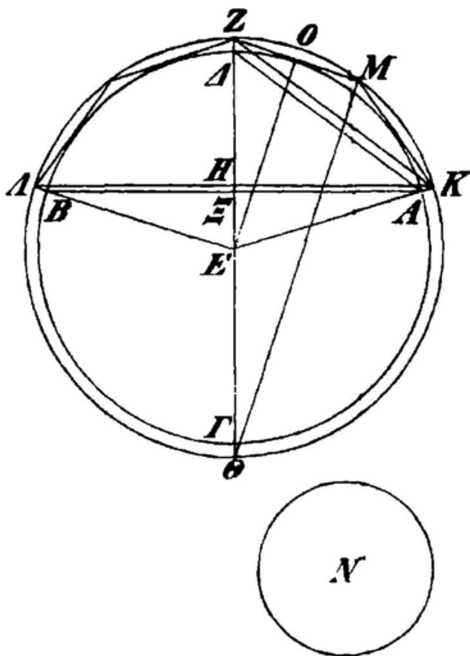
ΠΟΡΙΣΜΑ α'.

Γίνεται δὴ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ

---

11 *ΕΟ*] C, e corr. BH, *ΕΗ* A. **23** *πόρισμα α'*] om. B(C), *λϑ'* A. **24** *δή*] AB(C). **26** *ἴσον*] e corr. E, *ισος* AC.

est rectangulo $M\Theta \times HZ$. sed $HZ > \Delta\Xi$[1]) [nam si ducimus KZ, parallela erit rectae ΔA. sed etiam AB parallela est rectae $K\Lambda$, et communis est ZE; quare triangulus ZKH similis est triangulo $\Delta A \Xi$ (Eucl. I, 29; VI, 4; V, 16; V, 14). sed $ZK > A\Delta$; quare etiam $ZH > \Delta\Xi$], et $M\Theta = \Gamma\Delta$ [nam si ducitur EO, parallela erit EO rectae $M\Theta$ (Eucl. VI, 2), quia $MO = OZ$ (Eucl. III, 3) et $\Theta E = EZ$; erit igitur $M\Theta = 2\,EO$.[2]) sed etiam $\Gamma\Delta = 2\,EO$; itaque $M\Theta = \Gamma\Delta$], et $\Gamma\Delta \times \Delta\Xi = A\Delta^2$;[3]) superficies igitur figurae $KZ\Lambda$ maior est circulo, cuius radius aequalis est rectae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, h. e. circuli circum diametrum AB descripti; nam circulus N aequalis est superficiei figurae circum sectorem circumscriptae [prop. 39 coroll. p. 146].[4])



COROLLARIUM I.

Erit igitur etiam figura circum sectorem circumscripta una cum cono, cuius basis est circulus circum $K\Lambda$ descrip-

1) Sequentia uerba lin. 5 ὃ — 6 τμήματος iam Nizzius deleuit, nec dubitari potest, quin transscriptori debeantur (debebat esse: τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας). iis damnatis etiam locus similis lin. 1—2 in suspicionem uocatur. praeterea lin. 6—10, quae ἡ μέν lin. 4 ab ἴση δέ lin. 10 incommode dirimunt, interpolata esse crediderim una cum loco simili lin. 11 sqq.

2) Cfr. ZMP. XXIV p. 178.

3) Ducta enim $A\Gamma$ recta angulus $\Delta A \Gamma$ rectus erit (Eucl. III, 31); tum u. Eucl. VI, 8 coroll.

4) Tum cfr. Eucl. XII, 2.

[ἡ δὴ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον ἐστὶ τὸ αὐτό· δῆλον οὖν τὸ λεγόμενόν ἐστιν ἐκ τοῦ προγεγραμμένου].

ΠΟΡΙΣΜΑ β'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ μεῖζόν ἐστι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ὁ γὰρ ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τὴν μὲν βάσιν μείζονα ἕξει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

μα'.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ $ΑΒΓ$ καὶ κέντρον τὸ $Δ$, καὶ εἰς τὸν $ΑΒΓ$ τομέα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς, καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον μενούσης τῆς $ΗΒ$ περιενεχθέντες οἱ κύκλοι ποιείτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα· δεικτέον, ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου

---

6 πόρισμα β'] om. ABC, mg. ⨅ D. 12 δέ] ABC, δὲ ἴσον *Torellius*; fort. potius τήν pro τῇ scribendum. 16 μα']

tus, uertex autem centrum, aequalis cono, cuius basis aequalis est superficiei figurae, altitudo autem rectae a centro ad latus perpendiculari ductae[1]) [prop. 38].

COROLLARIUM II.

Hinc autem adparet, figuram circumscriptam una cum cono maiorem esse cono basim habenti circulum, cuius radius aequalis sit rectae a uertice segmenti sphaerae minoris ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, altitudinem autem radio ⟨sphaerae minoris aequalem⟩;[2]) nam conus aequalis figurae una cum cono basim maiorem habebit circulo, quem commemorauimus [prop. 40], altitudinem autem aequalem radio sphaerae minoris [prop. 40 coroll. 1] [tum u. lemm. 1 p. 72].

XLI.

Sit rursus sphaera et in ea circulus maximus et segmentum semicirculo minus $AB\Gamma$ et centrum Δ, in sectore $AB\Gamma$ autem inscribatur polygonum ⟨aequilaterum⟩,[3]) cuius latera paria sunt numero, et ei simile polygonum circumscribatur, lateraque eorum parallela sint, circum polygonum autem circumscriptum circulus circumscribatur, et eodem modo, quo antea, manente recta HB circumuoluantur circuli ⟨cum polygonis⟩[4]) et efficiant figuras per superficies conicas comprehensas; demonstrandum, superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habere quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti, figuram

---

1) Sequentia uerba (lin. 1), quae prorsus abundant, Archimedis ipsius non sunt. sed non dubito, quin etiam sequens locus lin. 1 *τό*—4 spurius sit (cfr. p. 147 not.).

2) Haec uix omiserat Archimedes.

3) Archimedes scripserat lin. 20 *ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον* pro *ἀρτιόγωνον*. cfr. p. 133 not. 3.

4) Tale aliquid Archimedes addiderat.

---

om. AC, *λϑ'* B. 20 *ἀρτιογώνιον Nizzius*. *τούτῳ*] B, *τουτου* A(C).

σχήματος ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ ἡ πλευρὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

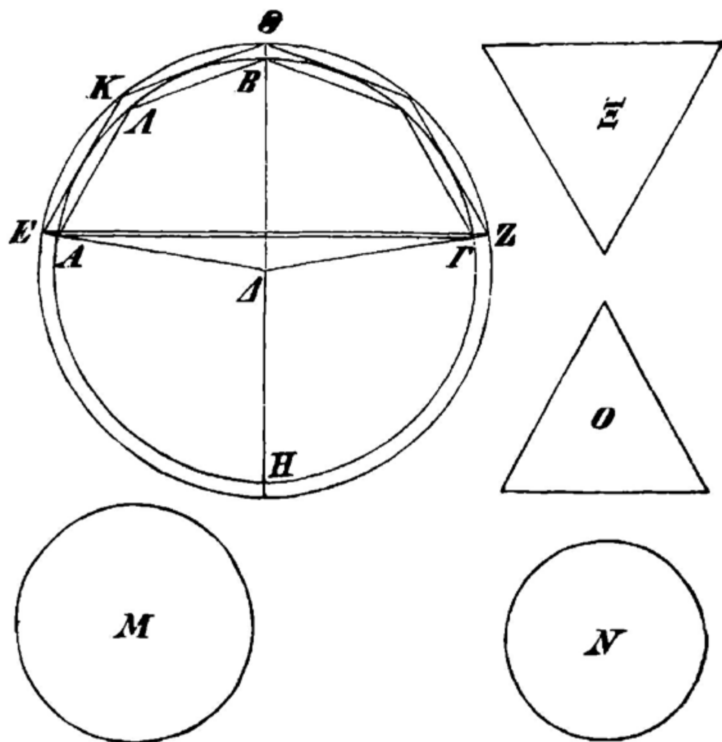
ἔστω γὰρ ὁ Μ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ· ἔσται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. εἰλήφθω δὴ καὶ ὁ Ν κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΑΓ· ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ πλευρᾶς [καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν Ν κύκλον]· φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ [τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον].

---

1 *ἢ*] addidi, om. AC. 5 *ὁ Μ κύκλος*] ABC; fort. *κύκλος ὁ Μ.* 10 *Ν*] B, *Μ* A(C). 20 *πρός — σχήματος*] AB, om. C.

uero ⟨circumscriptam⟩ una cum cono ⟨ad figuram inscriptam una cum cono⟩[1]) triplicem rationem.

sit enim circulus M, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni circumscripti omnibusque rectis angulos iungentibus et praeterea dimidio rectae EZ;[2]) circulus M igitur aequalis erit super-



ficiei figurae circumscriptae [prop. 39 coroll.]. iam sumatur etiam circulus N, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni inscripti et omnibus rectis angulos iungentibus[3]) cum dimidio rectae

1) Lin. 3—4 putauerim Archimedem scripsisse: *τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ.*

2) Debebat esse lin. 7—8: *καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας καὶ ἔτι τῇ ἡμισείᾳ τῆς* EZ.

3) Debebat esse lin. 12—13: *καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας σύν κτλ.* cfr. not. 2.

ἔστω πάλιν κῶνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ Μ ἴσην, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας· ἴσος δὴ οὗτός ἐστιν ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ. καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ Ο βάσιν μὲν ἴσην ἔχων τῷ Ν, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην· ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ κέντρον· ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται. καὶ [ἐπεί] ἐστιν, ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, οὕτως ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου [τοῦ Δ] ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην, ἐδείχθη δέ, ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΑΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου [καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον]· ἔσται ἄρα, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ξ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ο, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου [ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι]. ὁ Ξ ἄρα κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον· φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ.

---

4 *κύκλος*] BEG(C), *κυκλον* A. 6 *τῷ*] BCG, *το* A. 15 *πρός—κύκλου*] AB, om. C.

$A\Gamma$; quare etiam hic superficiei figurae inscriptae aequalis erit [prop. 35]. sed spatia, quae commemorauimus, eam inter se habent rationem, quam $EK^2 : A\Lambda^2$ [u. Eutocius]; ergo adparet,[1]) etiam superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habere rationem, quam $EK^2 : A\Lambda^2$.

sit rursus conus Ξ basim habens circulo M aequalem, altitudinem autem radium sphaerae minoris; hic igitur conus aequalis est figurae circumscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circum EZ descriptus, uertex autem Δ [prop. 40 coroll. 1]. et sit alius conus O basim habens aequalem circulo N, altitudinem autem rectam a Δ puncto ad $A\Lambda$ perpendicularem ductam; erit igitur etiam hic aequalis figurae inscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circum $A\Gamma$ descriptus, uertex autem Δ centrum [prop. 38]; haec enim omnia antea proposita sunt. et[2]) est, ut EK ad radium sphaerae minoris, ita $A\Lambda$ ad rectam a centro ad $A\Lambda$ perpendicularem ductam [u. Eutocius], demonstratumque est, rectam EK ad $A\Lambda$ eandem rationem habere quam radium circuli M ad radium circuli N [u. Eutocius];[3]) erit igitur, ut diametrus circuli, qui basis est coni Ξ, ad diametrum circuli, qui basis est coni O, ita altitudo coni Ξ ad altitudinem coni O. itaque Ξ conus ad conum O triplicem rationem habet quam diametrus ad diametrum [lemm. 5 p. 74; Eucl. XII, 12]; ergo adparet, etiam figuram circumscriptam una cum cono ad inscriptam una cum cono eam habere rationem, quam $EK^3 : A\Lambda^3$.

---

1) Nam radii circulorum sint R, r et rectangula iis quadratis aequalia S, s; erit $S : s = EK^2 : A\Lambda^2 = R^2 : r^2 = M : N$ (Eucl. XII, 2); sed circulis M, N aequales sunt superficies figurarum. uerba antecedentia p. 152, 17—18 et p. 152, 22 delenda sunt; u. praef.

2) Ex Eutocio adparet, Archimedem ipsum omisisse ἐπεί lin. 10 et τοῦ Δ lin. 13.

3) Uerba sequentia lin. 16 ad ἐδείχθη lin. 13 parum apta (neque enim hoc usquam demonstratum est, nec omnino de diametris quidquam dictum) Archimedis non sunt, qui ex Eucl. V, 15 tacite concluserat, diametros eandem rationem habere quam radios.

μβ'.

Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ *ΑΒΓ* καὶ τμῆμα ἐν αὐτῇ ἔλασσον ἡμισφαιρίου, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν *ΑΓ* κύκλος πρὸς ὀρθὰς ὢν τῷ *ΑΒΓ* κύκλῳ, καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ *Ζ*, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ *ΑΒ*· δεῖ δὴ δεῖξαι, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ *ΑΒΓ* τμήματος ἴση ἐστὶ τῷ *Ζ* κύκλῳ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ *Ζ* κύκλου, καὶ εἰλήφθω τὸ *Δ* κέντρον, καὶ ἀπὸ τοῦ *Δ* ἐπὶ τὰ *Α*, *Γ* ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν· καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος καὶ τοῦ *Ζ* κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸν *ΑΒΓ* τομέα πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸν *Ζ* κύκλον, περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσται δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα, ὧν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον, καὶ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσται, ὡς τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμ-

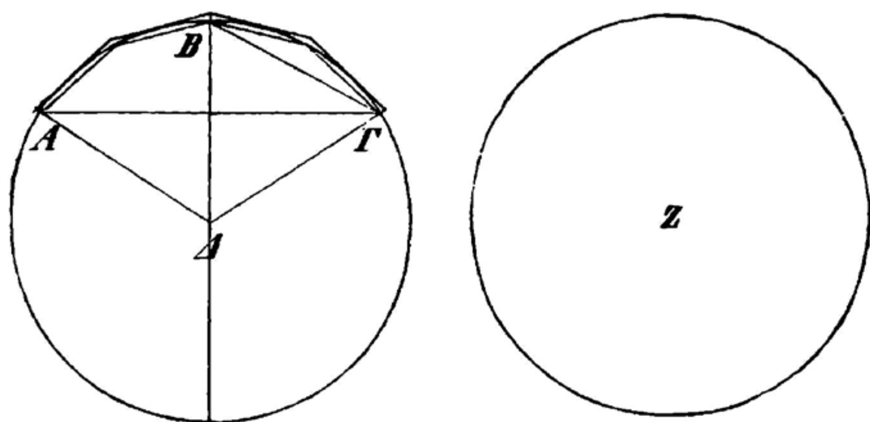
1 μβ'] μ' ABC. 9 τῷ] CG, το A. 11 δεῖ δή] (δ)ει δή C, δει AB. 14 τά] BC, το A. 18 τούτῳ] BCGH, e corr. E, τουτο A. 28 ἡ] CG, om. A.

XLII.

Cuiusuis sphaerae segmenti minoris hemisphaerio superficies aequalis est circulo, cuius radius aequalis est rectae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti sphaerae.

sit sphaera et in ea circulus maximus $AB\Gamma$ et segmentum in ea hemisphaerio minus, cuius basis sit circulus circum $A\Gamma$ descriptus ad circulum $AB\Gamma$ perpendicularis, et sumatur circulus Z, cuius radius aequalis sit rectae AB; demonstrari igitur oportet, superficiem segmenti $AB\Gamma$ aequalem esse circulo Z.

si enim aequalis non est, sit superficies circulo Z maior, et sumatur centrum $\varDelta$, et a $\varDelta$ puncto ad A, Γ rectae ductae producantur; et datis duabus magnitudinibus inaequalibus, superficie segmenti et circulo Z, inscribatur in sectore $AB\Gamma$ polygonum aequilaterum, cuius latera[1]) paria sunt



numero, et aliud huic simile circumscribatur, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat quam superficies segmenti sphaerae ad Z circulum [prop. 6 p. 20], circumuoluto autem, sicut antea, circulo[2]) orientur duae figurae per superficies conicas comprehensae,

1) Archimedes scripserat ἀρτιόπλευρον lin. 18; cfr. p. 137 not. 1.

2) Cfr. p. 151 not. 4.

μένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν. ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ τοῦ εἰρημένου τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὸν Ζ κύκλον, μείζων δέ ἐστιν ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος· καὶ ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ Ζ κύκλου· ὅπερ ἀδύνατον· δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὖσα τοῦ τηλικούτου κύκλου.

ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφανείας, καὶ περιγεγράφθω καὶ ἐγγεγράφθω ὅμοια πολύγωνα, καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ὁ κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος. οὐκ ἄρα μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὡς οὐδὲ ἐλάσσων· ἴση ἄρα.

μγ'.

Καὶ ἐὰν μεῖζον ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔσται τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

ἔστω γὰρ σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ τῷ κατὰ τὴν ΑΔ, καὶ τὸ ΑΒΔ ἔλασσον ἔστω ἡμισφαιρίου, καὶ διάμετρος ἡ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΔ, καὶ ἀπὸ τῶν Β, Γ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ, καὶ ἔστω ὁ μὲν

---

11 *καί*] C, *και ομοιως* AB. 15 *τμήματος*] *Nizzius*, *σχηματος* ABC. *μείζων*] ABC, *ἐλάσσων Nizzius*. 16 *ἐλάσσων*] ABC, *μείζων Nizzius*. 17 *μγ'*] *μα'* AB, om. C. 20 *ἔσται*] ABC, *ἐστί Torellius*. 25 *B*] BC, om. A.

quarum altera circumscripta erit, altera inscripta, et superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habebit rationem, quam polygonum circumscriptum ad inscriptum; utraque enim ratio duplex est quam ea, quam habet latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [u. Eutocius]. sed polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam superficies segmenti, quod commemorauimus, ad circulum Z [ex hypothesi]. superficies autem figurae circumscriptae maior est superficie segmenti [prop. 39]; itaque etiam superficies figurae inscriptae maior est circulo Z; quod fieri non potest; nam demonstratum est, superficiem figurae, quam commemorauimus, minorem esse eius modi circulo [prop. 37].

sit rursus circulus maior superficie, polygonaque similia circumscribantur et inscribantur, et circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat quam circulus ad superficiem segmenti [prop. 6 p. 20]. itaque[1]) superficies maior non est circulo Z. demonstratum est autem, ne minorem quidem eam esse; ergo aequalis est.

XLIII.[2])

Etiamsi segmentum hemisphaerio maius est, eodem modo superficies eius aequalis est circulo, cuius radius aequalis est rectae a uertice ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

sit enim sphaera et in ea circulus maximus, et fingatur secta plano perpendiculari in recta $A\Delta$ posito, $AB\Delta$ autem

---

1) Parum credibile est, hanc demonstrationem totam ab Archimede omissam esse. conficitur hoc modo. sit S superficies segmenti, O et o superficies polygonorum, P et p polygona. itaque ex hypothesi $P:p < Z:S$. sed $P:p = O:o$ (u. Eutocius); itaque $O:o < Z:S$ siue $O:Z < o:S$; quod fieri non potest; nam $o < S$ (prop. 36), sed $O > Z$ (prop. 40). errorem lin. 15—16, ubi Nizzius ad sensum recte μείζων et ἐλάσσων permutari uoluit, interpolatori tribuo; nocuit forma orationis lin. 11 minus ad p. 156, 13 adcommodata (ut p. 164, 13 ad p. 160, 22).

2) Prop. 42—43 citat Hero, Metr. p. 88, 25 sqq.

Ε κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, ὁ δὲ *Ζ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΓ,* ὁ δὲ *Η κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΓ· καὶ* ὁ *Η κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυσὶ κύκλοις τοῖς Ε, Ζ.* ὁ *δὲ Η κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας [ἐπειδήπερ ἑκατέρα τετραπλασία ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλου],* ὁ *δὲ Ε κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΔ τμήματος [δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου]· λοιπὸς ἄρα* ὁ *Ζ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ ΑΓΔ τμήματος ἐπιφανείᾳ,* ὅ *δή ἐστι μεῖζον ἡμισφαιρίου.*

μδ′.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ *βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.*

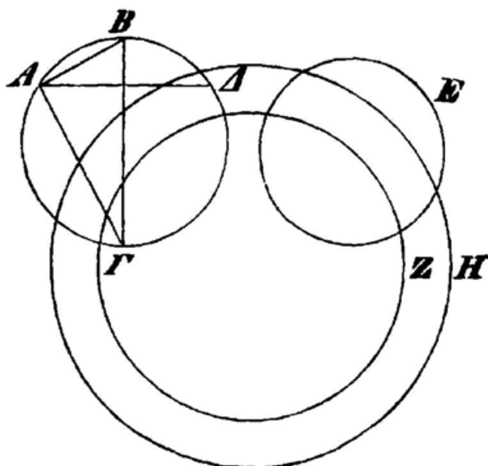
ἔστω σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ *ΑΒΔ καὶ κέντρον τὸ Γ καὶ κῶνος* ὁ *βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν ΑΒΔ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΒΓ· δεικτέον, ὅτι* ὁ *τομεὺς* ὁ *ΑΒΓΔ ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.*

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ὁ *τομεὺς τοῦ κώνου, καὶ κείσθω* ὁ *Θ κῶνος, οἷος εἴρηται· δύο δὴ μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κώνου, εὑρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Δ, Ε, μείζων δὲ ἡ Δ τῆς Ε, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἡ Δ πρὸς Ε ἤπερ* ὁ *τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον, καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Ζ,*

---

3 *ΒΓ*] C, e corr. G, *γb* BD², *ΑΒ* A. 5 *ἐστίν*] AC, om. B. 8 *τῇ*] des. C. 11 *μεῖζον*] GH, *μειζων* A. 12 *μδ′*] *μβ′* AB. 16 *τῆς σφαίρας*] A, om. B. 19 hic alicubi inc. (C).

segmentum minus sit hemisphaerio, et diametrus $B\Gamma$ perpendicularis sit ad $A\Delta$, a punctis autem B, Γ ad A ducantur rectae BA, $A\Gamma$, et sit E circulus, cuius radius aequalis sit rectae AB, Z autem circulus, cuius radius aequalis sit rectae $A\Gamma$, H autem circulus, cuius radius aequalis sit rectae $B\Gamma$; itaque circulus H aequalis est duobus circulis E, Z.[1]) sed circulus H aequalis est toti superficiei sphaerae [Eucl. XII, 2; prop. 33], et E circulus aequalis est superficiei segmenti $AB\Delta$ [prop. 42]; ergo, qui relinquitur circulus Z, aequalis est superficiei segmenti $A\Gamma\Delta$, quod hemisphaerio maius est.



XLIV.

Cuiuis sectori sphaerae aequalis est conus basim habens superficiei segmenti sphaerae aequalem, quod in sectore est, altitudinem autem radio sphaerae aequalem.

sit sphaera et in ea circulus maximus $AB\Delta$ et centrum Γ et conus basim habens circulum aequalem superficiei in ambitu $AB\Delta$ positae, altitudinem autem rectae $B\Gamma$ aequalem; demonstrandum, sectorem $AB\Gamma\Delta$ aequalem esse cono, quem significauimus.

si enim aequalis non est, maior sit sector cono, et ponatur conus Θ talis, qualem commemorauimus; datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, sectore et cono Θ, in-

1) Nam $H : Z : E = B\Gamma^2 : A\Gamma^2 : AB^2$ (Eucl. XII, 2), et, cum angulus $BA\Gamma$ rectus sit (Eucl. III, 31), erit

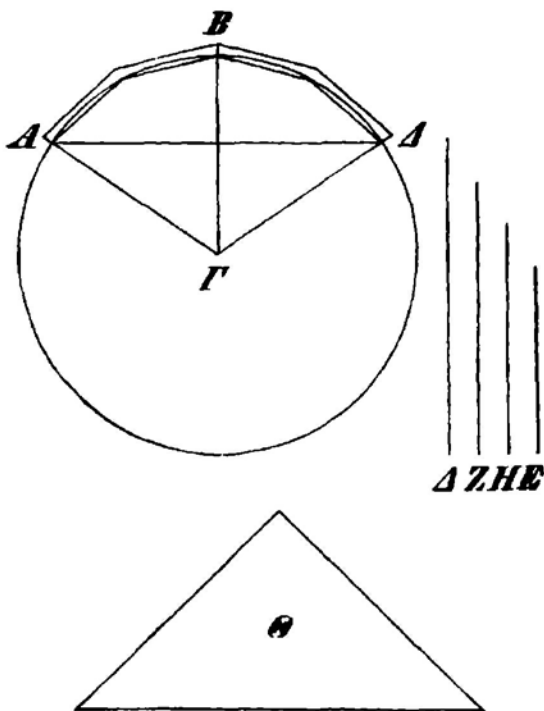
$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \text{ (Eucl. I, 47);}$$

tum u. Quaest. Arch. p. 48.

Η, ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχῃ ἡ *Δ* τῆς *Ζ* καὶ ἡ *Ζ* τῆς *Η* καὶ ἡ *Η* τῆς *Ε*, καὶ περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐγγεγράφθω, ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου τοῦ, ὃν ἔχει ἡ *Δ* πρὸς *Ζ*, καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιενεχθέντος τοῦ κύκλου γεγενήσθω δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα· τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τῷ κορυφὴν ἔχοντι τὸ *Γ* σημεῖον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἀλλὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ *Δ* πρὸς *Ζ*· ἐλάσσονα λόγον ἄρα ἕξει ἢ τριπλάσιον τὸ εἰρημένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τῆς *Δ* πρὸς *Ζ*. ἡ δὲ *Δ* πρὸς *Ε* μείζονα λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ τῆς *Δ* πρὸς *Ζ*· τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σχῆμα στερεὸν τῷ τομεῖ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ *Δ* πρὸς *Ε*. ἡ δὲ *Δ* πρὸς *Ε* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν *Θ* κῶνον· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν *Θ* κῶνον ἢ τὸ περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον. καὶ ἐναλλάξ· μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τμήματος· καὶ τὸ ἐγγεγραμ-

1 ὑπερέχῃ] A, ὑπερέχει C. 4 τούτῳ] BCG, τουτο A. 5 ἔχῃ] CG, e corr. H, εχει A. 6 ἐγγεγραμμένου] in ἐγ- des. C. 13 Hic alicubi rursus inc. (C). 21 μείζονα—22 κῶνον] addidi, om. AB(C); circumscripta ergo solida ad inscriptam habet proportionem minorem quam solidus sector ad conum *t*; solidus ergo sector habet proportionem maiorem ad conum *t* mg. B². 23 τομεῖ] inc. C.

ueniantur duae lineae Δ,[1]) E, maior autem Δ linea E, et minorem rationem habeat Δ ad E quam sector ad conum [prop. 2], sumanturque duae lineae Z, H ita, ut[2]) aequali spatio excedat linea Δ lineam Z, Z lineam H, H lineam E, et circum sectorem planum circuli circumscribatur polygonum aequilaterum, cuius latera[3]) paria sint numero, eique simile inscribatur polygonum ita, ut[2]) latus circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat quam $\Delta : Z$ [prop. 4], et eodem modo, quo antea, circumuoluto circulo oriantur duae figurae per superficies conicas comprehensae; figura igitur circumscripta cum cono uerticem habenti punctum Γ ad figuram inscriptam cum cono triplicem rationem habet quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [prop. 41]. sed latus polygoni circumscripti ⟨ad latus inscripti⟩[4]) minorem rationem habet quam $\Delta : Z$;



1) Δ et in sectore et in recta hab. ABC; uix Archimedis est.

2) ὅπως pro ὥστε (ut lin. 4 et supra p. 6, 27; prop. 3 p. 12, 26; 4 p. 16, 18; cfr. p. 185 not. 1) transscriptori debetur; u. Quaest. Arch. p. 70. cfr. ἵνα p. 18, 15; 20, 8.

3) ἀρτιόπλευρον, non ἀρτιογώνιον, Archimedes scripserat; u. p. 137 not. 1.

4) πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, quod addidit Torellius (lin. 14),

μένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ μεῖζόν ἐστι τοῦ Θ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον· δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω ἔλασσον ὂν τοῦ τηλικούτου κώνου [τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν μὲν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· οὗτος δέ ἐστιν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ εἰρημένῳ κύκλῳ, καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας]· οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ Θ κώνου.

ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κῶνος τοῦ στερεοῦ τομέως μείζων. πάλιν δὴ ὁμοίως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε μείζων αὐτῆς οὖσα ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ὁ κῶνος πρὸς τὸν τομέα, καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ Ζ, Η, ὥστε εἶναι τὰς διαφορὰς τὰς αὐτάς, καὶ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου ἀρτιογωνίου ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Ζ [καὶ γεγενήσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχήματα]· ὁμοίως οὖν δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Ε, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Θ κῶνος πρὸς τὸν τομέα [ὥστε καὶ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον

---

7 *ὕψος δέ*] des. C. **13** *τομέως*] G, *τομευς* A (solido sectore B). **17** *διαφοράς*] scripsi; *δυο πλευρας* A, excessus B, *ὑπεροχάς* *Hauber*. *περιγεγραμμένου*] in *-γεγραμμένου* inc. C. **20** Ζ] C, *την* Ζ A. **24** *ἔχει* (sec.)] BC, om. A.

itaque figura solida ⟨circumscripta cum cono ad figuram inscriptam cum cono⟩[1]) minorem rationem habebit quam $\Delta^3 : Z^3$. sed $\Delta : E > \Delta^3 : Z^3$;[2]) itaque figura solida circum sectorem circumscripta[3]) ad figuram inscriptam minorem rationem habet quam $\Delta : E$. sed Δ ad E minorem rationem habet quam sector solidus ad conum Θ [ex hypothesi]; maiorem igitur rationem habet sector solidus ad conum Θ quam figura circum sectorem circumscripta ad inscriptam.[4]) et permutando [Eucl. V, 16]; maior autem est figura solida circumscripta sectore;[5]) itaque etiam figura in sectore inscripta maior est cono Θ; quod fieri non potest; nam supra demonstratum est, minorem eam esse eius modi cono [prop. 38 coroll.];[6]) itaque sector solidus maior non est cono Θ.

sit igitur rursus conus Θ maior sectore solido. rursus igitur eodem modo Δ linea maior linea E ad eam minorem rationem habeat quam conus ad sectorem [prop. 2], et eodem modo sumantur Z, H ita, ut differentiae eaedem sint, latus autem polygoni ⟨aequilateri⟩, cuius latera paria sunt numero,[7]) circum sectorem planum circumscripti ad latus

transscriptor potius quam aut Archimedes aut librarius omisit. cfr. p. 121 not. 4.

1) Ne haec quidem ab Archimede omissa esse puto (p. 162, 16).

2) U. Eutocius ad prop. 34; Quaest. Arch. p. 51.

3) Sc. σὺν τῷ κώνῳ, quod etiam lin. 1, 23, p. 162, 24, 25, p. 166, 3, 4, ut ex Eutocio adparet, ab ipso Archimede, omittitur.

4) Ex Eutocio comperimus, Archimedem scripsisse p. 162, 21—23: τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον, et ita locum correxit Basil. sed tum non intellegitur, quo modo uerba illa in codicibus exciderint; quare satius duxi aliud supplementum recipere et discrepantiam transscriptori tribuere.

5) τμήματος p. 162, 25 male pro τομέως (sic Nizzius) transscriptoris est.

6) Ex prop. 42—43 sequitur, basim eius aequalem esse circulo prop. 38 coroll. commemorato.

7) Archimedes scripserat lin. 18: ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου; u. p. 143 not. 2.

στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμμένον]. μείζων δέ ἐστιν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς αὐτὸν σχήματος· μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον [δέδεικται γὰρ τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικοῦτος κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα]· ἴσος ἄρα ὁ τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

---

1 πρός] A, τῆς πρός C. 3 κῶνος] in κῶ- des. C. In fine: Ἀρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου ᾱ AB.

inscripti minorem rationem habeat quam $\Delta : Z$ [prop. 4];[1]) eodem igitur modo demonstrabimus, figuram solidam circum sectorem circumscriptam ad inscriptam minorem rationem habere quam $\Delta : E$ et quam conus Θ ad sectorem.[2]) maior autem est sector figura in eo inscripta; itaque Θ conus maior est figura circumscripta; quod fieri non potest [prop. 40 coroll. 2; cfr. prop. 42—43; u. p. 165 not. 6];[3]) ergo sector aequalis est cono Θ.

---

1) Lin. 20 *καί* — 21 *σχήματα* interpolatori tribuo; debuit esse *στερεὰ σχήματα τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον.*

2) Sint F, f figurae solidae, L, l latera polygonorum. erit $F : f = L^3 : l^3$ (prop. 41) $< \Delta^3 : Z^3$ (ex hypothesi) $< \Delta : E$ (p. 165 not. 2) $< \Theta$: sectorem (ex hypothesi). sequentia uerba p. 164, 25—166, 1 subditiua sunt; Archimedes scripsisset *καὶ ἐναλλάξ*. pro prauo *τμήματι* lin. 1 Nizzius coniecit *τομεῖ*; sed u. p. 165 not. 5.

3) Sequentia transscriptori tribuerim, maxime ob *τοῦτο* lin. 4; cfr. NJS. XI p. 388. praeterea deest conclusio, qualis est u. c. p. 158, 15 sqq.

β′.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἐπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κόνωνι· συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις, ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καὶ διότι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ, καὶ διότι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς σφαίρας καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἀπέσταλκά σοι, ὅσα δὲ δι᾽ ἄλλης εὑρί-

---

1 rursus inc. C. β′] C, Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου β′ A, incipit secundus tractatus B. 2 Δοσιθέῳ] C, Δωσιθεῳ A. 4 ὧν] AB, ὅν C. 5 Κόνωνι] Κόν(ο)νι

II.

Archimedes Dositheo s.

Antea me admonuisti, ut demonstrationes eorum problematum perscriberem, quorum propositiones ipse Cononi miseram;[1]) accidit autem, ut pleraque eorum conficiantur per ea theoremata, quorum demonstrationes antea tibi misi[2]): cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae [I, 33], et superficiei cuiusuis segmenti sphaerae, aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit rectae a uertice segmenti ad ambitum basis ductae [I, 42—43], et cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera et superficiem eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem [I, 34 coroll.], et quemuis sectorem solidum aequalem esse cono basim habenti circulum aequalem superficiei segmenti sphaerae in sectore positi, altitudinem autem radio sphaerae aequalem [I, 44]. quaecunque igitur theoremata et problemata[3]) per haec theoremata conficiuntur, hoc libro per-

1) Erant praeter problemata huius libri propositiones quaedam de helicibus (p. 170, 1) et de conoidibus rectangulis (Quaest. Arch. p. 11).

2) In libro I de sphaera et cylindro.

3) Septem problemata, tria theoremata, quorum primum (II, 2) Cononi missum non erat (NJS. XI p. 392 not.); pro ceteris duobus experiendi causa falsa miserat Archimedes. u. praef. ad librum *Περὶ ἑλίκων*.

C, *Κωνωνι* A. 6 *θεωρημάτων*] CGH, *θεορηματων* A. 9 *διότι*] scripsi, *δη οτι* AB(C). *τμήματος*] BC, om. A. 12 *διότι*] AC, etiam quod B. 22 *διὰ τούτων*] BCG, *διαυτουτων* A.

σκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἑλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι.

Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε· σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. ἔστιν δὲ τοῦτο φανερὸν δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων· τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

α'.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

ἔστω διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ A καὶ τῷ A ἴση ἡ B σφαῖρα, καὶ κείσθω τοῦ A κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ $ΓΖΔ$, τῆς δὲ B σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΗΘ$ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ $ΚΛ$ ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς B σφαίρας· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ E κύλινδρος τῷ K κυλίνδρῳ [τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]· ὡς ἄρα ὁ E κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΗΘ$, οὕτως ἡ $ΚΛ$ πρὸς $ΕΖ$. ἴση δὲ ἡ $ΚΛ$ τῇ $ΗΘ$ [ὁ γὰρ ἡμιόλιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσον ἔχει τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ K κύκλος μέγιστός ἐστι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ]· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $ΓΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΗΘ$, οὕτως ἡ $ΗΘ$ πρὸς τὴν $ΕΖ$. ἔστω τῷ ἀπὸ $ΗΘ$ ἴσον τὸ ὑπὸ $ΓΔ$, $ΜΝ$· ὡς ἄρα ἡ $ΓΔ$ πρὸς $ΜΝ$, οὕτως τὸ ἀπὸ $ΓΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΗΘ$, τουτ-

5 ἔστιν] A, ἔστι C. 10 α'] ABC, cfr. Quaest. Arch. p. 156. 13 ἔστω] C, εστω ο A. 15 ἡμιόλιος] EG(C), ομιολιος A. 18 E] C, e corr. BG, B A. 28 τουτέστιν] comp. C, τουτεστι A.

scripta tibi misi, quae uero alia disputandi ratione reperiuntur, de helicibus et de conoidibus, mox mittere conabor.

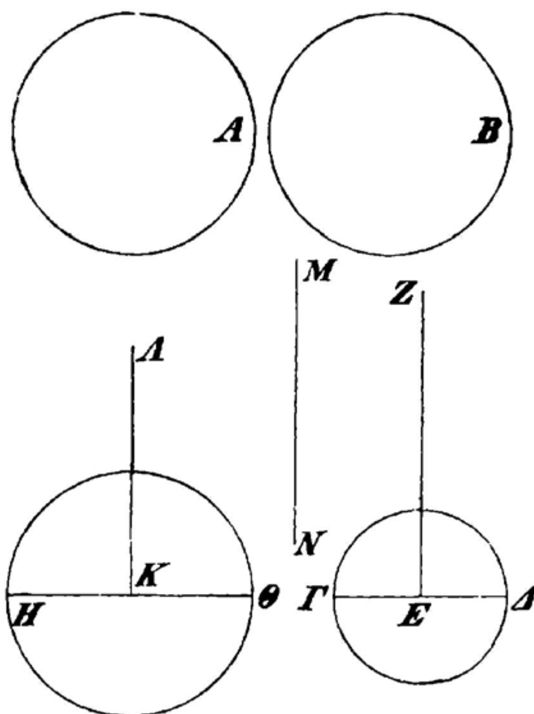
Primum autem problema hoc erat:

data sphaera planum spatium inuenire superficiei sphaerae aequale. hoc autem manifestum est ex theorematis antea propositis demonstratum; nam quadruplum circuli maximi sphaerae spatium et planum et superficiei sphaerae aequale est [I, 33].

I.

Alterum erat: dato cono uel cylindro sphaeram inuenire cono uel cylindro aequalem.[1])

sit datus conus uel cylindrus A et figurae A aequalis sphaera B, ponatur autem cono uel cylindro A dimidia parte maior cylindrus $\Gamma Z \Delta$[2]) [u. Eutocius], et sphaera B dimidia parte maior cylindrus, cuius basis sit circulus circum diametrum $H\Theta$ descriptus, axis autem $K\Lambda$ diametro sphaerae B aequalis [I, 34 coroll.]; cylindrus E igitur cylindro K aequalis est; itaque $E:K$, hoc est



$\Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$ [Eucl. XII, 2] $= K\Lambda : EZ$.[3])

1) Lin. 12 ἴσην τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ habet Archimedes in praef. Περὶ ἑλίκων.

2) Archimedes scripserat lin. 14—15: εἰλήφθω τοῦ δοθέντος κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος (Eutocius).

3) Eucl. XII, 15; cfr. I lemm. 3—4 p. 74.

ἐστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΕΖ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ καὶ ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΕΖ. καί ἐστιν δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν ΓΔ, ΕΖ· δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΗΘ, ΜΝ· δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΜΝ.

συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α· δεῖ δὴ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν.

ἔστω τοῦ Α κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΕΖ, καὶ εἰλήφθω τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀνάλογον αἱ ΗΘ, ΜΝ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, τὴν ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ καὶ τὴν ΜΝ πρὸς τὴν ΕΖ, καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ ΗΘ διαμέτρῳ· λέγω δή, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ.

καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΗΘ, ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ, καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἴση ἡ ΗΘ τῇ ΚΛ [ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, οὕτως ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον], ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΕΖ [τῶν ἄρα Ε, Κ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]· ἴσος ἄρα ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. ὁ δὲ Κ κύλινδρος τῆς σφαίρας, ἧς διάμετρος ἡ ΗΘ, ἡμιόλιός ἐστιν· καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα,

---

3 *τήν*] C, om. A. 6 *τῶν*] *Basil.*, *των της* A, *τῆς* C. 8 *τῷ*] CGH, e corr. E, *το* A. 24 *ΕΖ*] AB, *ΒΖ* C.

sed $K\Lambda = H\Theta$;[1]) itaque $\Gamma\Delta^2 : H\Theta^2 = H\Theta : EZ$. sit $H\Theta^2 = \Gamma\Delta \times MN$; itaque $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$,[2]) hoc est $= H\Theta : EZ$, et permutando [Eucl. V, 16]

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.^{3)}$$

et utraque recta $\Gamma\Delta$, EZ data est; itaque duarum rectarum datarum $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionales sunt $H\Theta$, MN; ergo utraque recta $H\Theta$, MN data est.

iam componetur problema hoc modo. sit conus uel cylindrus datus A; oportet igitur sphaeram cono uel cylindro A aequalem inuenire.

sit cono uel cylindro A dimidia parte maior cylindrus, cuius basis sit circulus circum diametrum $\Gamma\Delta$ descriptus, axis autem EZ, et sumantur[4]) inter $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionales $H\Theta$, MN [u. Eutocius], ita ut sit

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ,$$

et fingatur cylindrus, cuius basis sit circulus circum diametrum $H\Theta$ descriptus, axis autem $K\Lambda$ diametro $H\Theta$ aequalis; dico, cylindrum E aequalem esse cylindro K.

nam quoniam $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EB$, et permutando $\langle \Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ \rangle$ [Eucl. V, 16], et $H\Theta = K\Lambda$, erit[5]) $E : K = K\Lambda : EZ$;[6]) itaque cylindrus E aequalis est cylindro K [Eucl. XII, 15; cfr. p. 171 not. 3]. sed cylindrus K

---

1) Quia ex I, 34 coroll. basis cylindri circulo maximo aequalis est, diametrus eius diametro sphaerae aequalis est.

2) Quia $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$; tum u. Eucl. V def. 9.

3) Debebat sic concludi:
$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ$, h. e. $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ (Eucl. V, 16); sed ex hypothesi est $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$. fortasse ἐναλλάξ lin. 1 delendum est.

4) Archimedes posuerat εὑρήσθωσαν lin. 12, ut habet Eutocius.

5) Uerba ὡς ἄρα lin. 20—K κύκλον lin. 22 deleo. neque enim inde, quod $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ et $H\Theta = K\Lambda$, concluditur $\Gamma\Delta : MN = E : K$; nam hoc ex Eucl. V def. 9 et XII, 2 sequitur (u. not. 6).

6) Nam
$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ = K\Lambda : EZ$; sed $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$ (Eucl. V def. 9) $= E : K$ (Eucl. XII, 2), h. e. $E : K = K\Lambda : EZ$. uerba sequentia lin. 24—25 deleo; cfr. p. 170, 19.

ἧς ἡ διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ $H\Theta$, τουτέστιν ἡ B, ἴση ἐστὶ τῷ A κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

β΄.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερος ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ $A\Gamma$, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ σφαῖρα τῷ διὰ τῆς BZ πρὸς ὀρθὰς τῇ $A\Gamma$, καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ, καὶ πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ ΘA, AE πρὸς τὴν AE, οὕτως ἡ ΔE πρὸς ΓE, καὶ πάλιν πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ $\Theta\Gamma$, ΓE πρὸς ΓE, οὕτως ἡ KE πρὸς EA, καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ κορυφὰς ἔχοντες τὰ K, Δ σημεῖα· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν $B\Delta Z$ κῶνος τῷ κατὰ τὸ Γ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ BKZ τῷ κατὰ τὸ A σημεῖον.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ $B\Theta$, ΘZ, καὶ νοείσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Θ σημεῖον, καὶ ἔστω κῶνος ὁ M βάσιν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $B\Gamma Z$ τμήματος τῆς σφαίρας, τουτέστιν οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $B\Gamma$, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ἔσται δὴ ὁ M κῶνος ἴσος τῷ $B\Gamma\Theta Z$ στερεῷ τομεῖ·

1 ἡ (pr.)] A, om. (C). *B*] BC, e corr. G, *HB* A. **11** τῷ] CG, των A. τῆς] *Nizzius*, των ABC. **12** τό] A, τῷ C. **17** ἔχοντες] CG, εχοντα A. **20** σημεῖον] AB, σημείῳ C. **23** βάσιν] ABC, βάσιν μέν B², *Basil.*

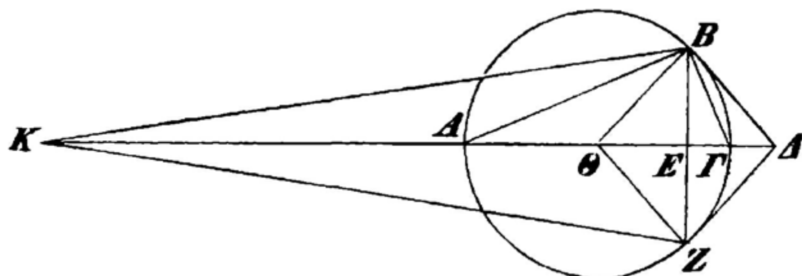
dimidia parte maior est sphaera, cuius diametrus est $H\Theta$; ergo etiam sphaera, cuius diametrus aequalis est rectae $H\Theta$, hoc est B, aequalis est cono uel cylindro A.[1])

II.

Cuiuis segmento sphaerae aequalis est conus basim habens eandem, quam segmentum, altitudinem autem rectam, quae ad altitudinem segmenti eam rationem habet, quam radius sphaerae una cum altitudine reliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti.

sit sphaera et in ea circulus maximus, cuius diametrus sit $A\Gamma$, et sphaera secetur plano per BZ ducto ad $A\Gamma$ perpendiculari, centrum autem sit Θ, fiatque[2]) $\Theta A + AE : AE = \Delta E : \Gamma E$, et rursus fiat $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, construantur autem in circulo circum diametrum BZ descripto coni uertices habentes puncta K, Δ; dico, conum $B\Delta Z$ aequalem esse segmento sphaerae ad Γ punctum posito, conum autem BKZ segmento ad A punctum posito.

ducantur enim $B\Theta$, ΘZ, et fingatur conus basim habens circulum circum BZ diametrum descriptum, uerticem autem



punctum Θ, sit autem conus M basim habens circulum superficiei segmenti sphaerae $B\Gamma Z$ aequalem, h. e. circulum,

1) $K = \frac{3}{2} B$. sed $E = \frac{3}{2} A$ (ex hypothesi); quare, cum $K = E$, erit $\frac{3}{2} B = \frac{3}{2} A$ siue $B = A$.

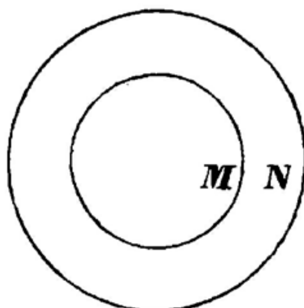
2) Archimedes lin. 13, 14 scripserat γεγονέτω, ut p. 186, 25; 196, 4; 198, 17, 22; 200, 9; 204, 15; 208, 23; 210, 1, 24; u. p. 193 not. 2. cfr. tamen p. 191 not. 3.

τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. ἐπεὶ δέ ἐστιν, ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ, διελόντι ἔσται, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστιν ἡ ΓΘ πρὸς ΑΕ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ ἐστιν, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ· ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. ἴση δέ ἐστιν ἡ ΓΒ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, ἡ δὲ ΒΕ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλου· ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. καί ἐστιν ἴση ἡ ΘΓ τῷ ἄξονι τοῦ Μ κώνου· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ Μ κώνου, οὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον· ἴσος ἄρα ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν Μ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τοῦ πρώτου βιβλίου δέδεικται. ἢ οὕτως· ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Μ κώνου, οὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Μ κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΘ· ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΔΘ, ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ]. ἀλλ' ὁ Μ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΓΖΘ στερεῷ τομεῖ· καὶ ὁ ΒΓΖΘ στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ.

---

2 οὕτως] comp. C, ουτω A. 3 ΑΕ (pr.)] AB, ΘΕ C. 18 λήμμασι] AB, λείμμασι C. 23 κύκλος] BH, κυκλον AC.

cuius radius aequalis est rectae $B\Gamma$,[1]) altitudinem autem radio sphaerae aequalem; conus M igitur sectori solido $B\Gamma\Theta Z$ aequalis erit; hoc enim in primo libro demonstratum est



[I, 44]. sed quoniam $\varDelta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$ [ex hypothesi], dirimendo erit [Eucl. V, 17]

$$\Gamma\varDelta : \Gamma E = \Theta A : AE = \Gamma\Theta : AE,$$

et permutando [Eucl. V, 16] $\varDelta\Gamma : \Gamma\Theta = \Gamma E : EA$, et componendo [Eucl. V, 18]

$$\Theta\varDelta : \Theta\Gamma = \Gamma A : AE = \Gamma B^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius]};$$

itaque $\varDelta\Theta : \Gamma\Theta = \Gamma B^2 : BE^2$. sed ΓB aequalis est radio circuli M [I, 42], et BE radius est circuli circum diametrum BZ descripti; itaque, ut $\varDelta\Theta$ ad $\Theta\Gamma$, ita circulus M ad circulum circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII, 2]. et $\Theta\Gamma$ aequalis est axi coni M; quare, ut $\varDelta\Theta$ ad axem coni M, ita circulus M ad circulum circum diametrum BZ descriptum; conus igitur basim habens circulum M, altitudinem autem radium sphaerae, aequalis est rhombo solido $B\varDelta Z\Theta$.[2]) sed conus M aequalis est sectori solido

1) Ex I, 42. sed fortasse uerba p. 174, 25: τουτέστιν οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $B\Gamma$ delenda sunt; cfr. lin. 9.

2) Nam conus M aequalis est cono, cuius basis est circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $\varDelta\Theta$ (I lemm. 4 p. 74), et hic conus (k) rhombo illi solido aequalis est. nam sint coni, ex quibus constat rhombus, k_1 et k_2; erit

$$k : k_1 : k_2 = \varDelta\Theta : E\varDelta : E\Theta \text{ (I lemm. 1 p. 72)}.$$

sed $\varDelta\Theta = E\varDelta + E\Theta$; tum u. Quaest. Arch. p. 48.

κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ $E\Theta$, λοιπὸς ἄρα ὁ $B\Delta Z$ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $BZ\Gamma$ τμήματι τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ BKZ κῶνος ἴσος τῷ BAZ τμήματι τῆς σφαίρας. ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ $\Theta\Gamma E$ πρὸς ΓE, οὕτως ἡ KE πρὸς EA, διελόντι ἄρα, ὡς ἡ KA πρὸς AE, οὕτως ἡ $\Theta\Gamma$ πρὸς ΓE. ἴση δὲ ἡ $\Theta\Gamma$ τῇ ΘA· καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ KA πρὸς $A\Theta$, οὕτως ἡ AE πρὸς $E\Gamma$· ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἡ $K\Theta$ πρὸς ΘA, ἡ $A\Gamma$ πρὸς ΓE, τουτέστι τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ BE. κείσθω δὴ πάλιν κύκλος ὁ N ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ AB· ἴσος ἄρα ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ BAZ τμήματος. καὶ νοείσθω [ὁ] κῶνος ὁ N ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ $B\Theta ZA$ στερεῷ τομεῖ· τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὡς ἡ $K\Theta$ πρὸς ΘA, οὕτως τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ BE, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλου, τουτέστιν ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ἴση δὲ ἡ $A\Theta$ τῷ ὕψει τοῦ N κώνου, ὡς ἄρα ἡ $K\Theta$ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ N κώνου, οὕτως ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ N κῶνος, τουτέστιν ὁ $B\Theta ZA$ τομεύς, τῷ $B\Theta ZK$ σχήματι. κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ $E\Theta$· ὅλον ἄρα τὸ ABZ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶν τῷ BZK κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4 BKZ] AB, $B(\Gamma)Z$ C. 6 ὡς] BC, ο A. $\Theta\Gamma E$] A,

$B\Gamma Z\Theta$; itaque etiam sector solidus $B\Gamma Z\Theta$ aequalis est rhombo solido $B\Delta Z\Theta$. subtracto, qui communis est, cono, cuius basis est circulus circum diametrum BZ descriptus, altitudo autem $E\Theta$, qui relinquitur, conus $B\Delta Z$ aequalis est segmento sphaerae $BZ\Gamma$. similiter autem demonstrabitur, etiam conum BKZ aequalem esse segmento sphaerae BAZ. nam quoniam est $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, erit dirimendo [Eucl. V, 17] $KA : AE = \Theta\Gamma : \Gamma E$. sed $\Theta\Gamma = \Theta A$; itaque etiam permutando [Eucl. V, 16]

$$KA : A\Theta = AE : E\Gamma;$$

quare etiam componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Theta : \Theta A = A\Gamma : \Gamma E = BA^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

ponatur igitur rursus circulus N radium aequalem habens rectae AB; itaque aequalis est superficiei segmenti BAZ. et fingatur conus N altitudinem habens aequalem radio sphaerae; itaque aequalis est sectori solido $B\Theta ZA$; hoc enim in libro primo demonstratum est [u. Eutocius]. et quoniam demonstratum est, esse $K\Theta : \Theta A = AB^2 : BE^2$, hoc est radius circuli N quadratus ad radium quadratum circuli circum BZ diametrum descripti, hoc est circulus N ad circulum circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII, 2], aequalis autem $A\Theta$ altitudini coni N, erit, ut $K\Theta$ ad altitudinem coni N, ita circulus N ad circulum circum diametrum BZ descriptum; conus igitur N, hoc est sector $B\Theta ZA$, aequalis est figurae $B\Theta ZK$ [u. Eutocius]. communis addatur conus, cuius basis est circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $E\Theta$; ergo totum segmentum sphaerae ABZ aequale est cono BZK; quod erat demonstrandum.

---

tg ge B, $\Theta\Gamma$ C. **13** AB—$\tau\tilde{\eta}$] *ab*, est ergo equalis B², om. ABC. **14** δ] deleo. **17** $\dot{\epsilon}\pi\epsilon\acute{\iota}$] AB, $\dot{\epsilon}\pi(\acute{\iota})$ C. **25** $B\Theta ZA$] e corr. B, $B\Theta(ZA)$ C, $B\Theta Z\Delta$ A. **29** BZK] *Basil.*, *bkz* B, BZ AC.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι γίγνεται καθόλου τμῆμα σφαίρας πρὸς κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον, ὡς συναμφότερος ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ ἡ κάθετος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὴν κάθετον τοῦ λοιποῦ τμήματος· ὡς γὰρ ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως ὁ ΔΖΒ κῶνος, τουτέστι τὸ ΒΓΖ τμῆμα, πρὸς τὸν ΒΓΖ κῶνον.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ὅτι καὶ ὁ ΚΒΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω γὰρ ὁ Ν κῶνος βάσιν μὲν ἔχων [τὴν] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ [ἡ γὰρ σφαῖρα δέδεικται τετραπλασία τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ν κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστι τετραπλάσιος, ἐπεὶ καὶ ἡ βάσις τῆς βάσεως καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ]. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ, ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, διελόντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. πάλιν, ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ, συναμφότερος ἡ ΘΓΕ πρὸς ΓΕ, διελόντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΓΘ, τουτέστι πρὸς ΘΑ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ, τουτέστιν ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. καὶ συνθέντι· ἴση δὲ ἡ ΑΘ τῇ ΘΓ· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ, καὶ ὅλη ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ ἐστιν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς

---

1 om. ABC, [sign] mg. D. **4** *ὡς*] BCEG, *ω* A. **6** *πρός —τμήματος*] AB, om. C. **8** *ἑξῆς* add. A. **11** *ὁ Ν κῶνος*] C, *κωνος ο Ν* A. *τήν*] deleo. **13** *τῇ σφαίρᾳ*] A, *τῆς σφαίρας* C. **22** *ΘΓΕ*] AC, *tg ge* B.

COROLLARIUM.[1]

Et adparet, omnino segmentum sphaerae ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem, eam habere rationem, quam radius sphaerae una cum altitudine[2]) reliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti; nam ut ΔE ad $E\Gamma$, ita conus ΔZB, hoc est segmentum $B\Gamma Z$ [prop. 2], ad conum $B\Gamma Z$ [I lemm. 1 p. 72].[3])

Iisdem positis demonstrabimus,[4]) etiam conum KBZ aequalem esse segmento sphaerae BAZ. sit enim conus N basim habens superficiei sphaerae aequalem, altitudinem autem radium sphaerae; conus igitur sphaerae aequalis est.[5]) et quoniam est

$$\Theta A + AE : AE = \Delta E : E\Gamma,$$

erit dirimendo et permutando [Eucl. V, 17 et 16]

$$\Theta\Gamma : \Gamma\Delta = AE : E\Gamma.^{6)}$$

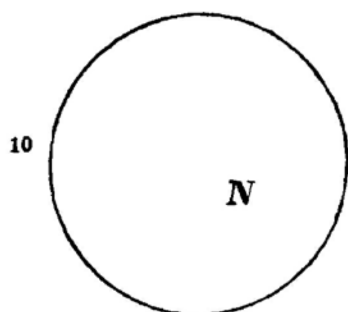
rursus, quoniam $KE : EA = \Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E$, erit dirimendo et permutando $KA : \Gamma\Theta$, hoc est

$$KA : \Theta A = AE : E\Gamma = \Theta\Gamma : \Gamma\Delta.$$

et componendo [Eucl. V, 18]; aequalis autem $A\Theta$ rectae $\Theta\Gamma$; itaque $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Delta\Gamma$, et $K\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta\Gamma = K\Theta : \Theta A$ [u. Eutocius]; itaque $\Delta K \times \Theta A = \Delta\Theta \times \Theta K$. rursus, quoniam $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Gamma\Delta$, etiam permutando; et

1) Citat Hero, Metr. p. 122, 16 sqq.
2) Archimedes lin. 5, 6 pro κάθετος scripserat τὸ ὕψος; Quaest. Archimed. p. 71. Eutocius ad prop. 8, ubi citat τὸ πόρισμα τοῦ δευτέρου θεωρήματος, utroque loco ὕψος habet.
3) Et $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$; u. p. 174, 13.
4) Archimedes sine dubio alio modo hanc alteram demonstrationem partis posterioris (p. 178, 4 sqq.; cfr. Eutocius) adiunxerat (Quaest. Arch. p. 73). de ὅτι cfr. NJS. XI p. 396.
5) Sphaera enim quadruplo maior est cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radium (I, 34); sed etiam N eodem cono quadruplo maior est (I, 33; I lemm. 1 p. 72).
6) Quia $\Theta A = \Theta\Gamma$. quae quoniam hic omittuntur, fortasse delenda sunt ἴση δὲ ἡ $A\Theta$ τῇ $\Theta\Gamma$ lin. 25; cfr. tamen lin. 23.

ΘΑ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΚ, ΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘΚ. πάλιν, ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΓΔ, ἐναλλάξ· ὡς δὲ ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἐδείχθη ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΚΘΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΚΔ, ΑΘ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΚΔ, ΑΘ, τουτέστιν ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΒ. καί ἐστιν ἴση ἡ ΑΓ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τουτέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ, τουτέστιν ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, τῷ ΒΔΖΚ στερεῷ ῥόμβῳ [ἢ οὕτως· ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΔΚ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΚ· ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' οὗτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ· καὶ ὁ Ν ἄρα κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, ἴση ἐστὶ τῷ ΒΖΚΔ στερεῷ ῥόμβῳ]. ὧν ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐδείχθη τῷ ΒΓΖ τμήματι τῆς σφαίρας· λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΚΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας.



---

3 ΑΕ] e corr. B, ΔΕ AC. 4 ΑΕ] corr. ex *te* B, ΘΕ AC. 13 ἄρα] AB, om. (C). 27 ΒΖΚΔ] A(C), *bkzd* supra scr. B.

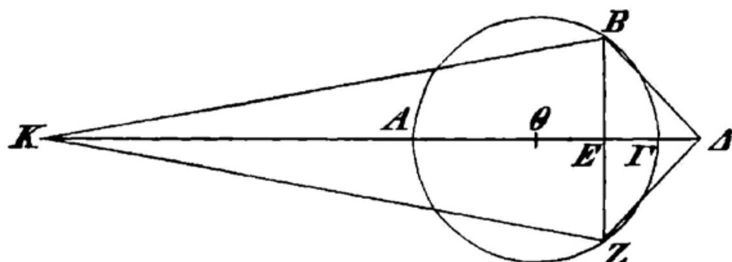
demonstratum est, esse $\Theta\Gamma : \Gamma\varDelta = AE : E\Gamma$; itaque $K\Theta : \Theta\varDelta = AE : E\Gamma$; quare etiam

$$K\varDelta^2 : K\Theta \times \Theta\varDelta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma$$ [u. Eutocius].[1])

sed demonstratum est, esse $K\Theta \times \Theta\varDelta = K\varDelta \times A\Theta$; itaque $K\varDelta^2 : K\varDelta \times A\Theta$, hoc est

$$K\varDelta : A\Theta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma,$$

hoc est $= A\Gamma^2 : EB^2$.[2]) et $A\Gamma$ aequalis est radio circuli



N;[3]) quare, ut radius circuli N quadratus ad BE^2, hoc est ut circulus N ad circulum circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII, 2], ita $K\varDelta$ ad $A\Theta$, hoc est $K\varDelta$ ad altitudinem coni N; conus igitur N, hoc est sphaera, aequalis est rhombo solido $B\varDelta ZK$.[4]) quorum[5]) conus $B\varDelta Z$ aequalis est segmento sphaerae $B\Gamma Z$ [u. p. 178, 3 sqq.]; ergo, qui relinquitur conus BKZ, aequalis est segmento sphaerae BAZ.

---

1) Ex Eutocio comperimus, Archimedem scripsisse lin. 4 οὕτως ἡ AE, lin. 5 ὑπὸ τῶν $K\Theta\varDelta$, οὕτως.

2) Nam $AE : EB = EB : E\Gamma$ (ZMP. XXIV p. 181 nr. 16); tum u. Eucl. VI, 17.

3) Sit enim d diametrus circuli N. erit ex Eucl. XII, 2 $N : AB\Gamma Z = d^2 : A\Gamma^2$. sed $N = 4\,AB\varDelta Z$ (I, 33); itaque

$$d^2 = 4\,A\Gamma^2,\ d = 2\,A\Gamma.$$

4) Nam coni, ex quibus constat rhombus, sint k_1, k_2. ex proportione supra lin. 13 sqq. demonstrata adparet, conum N aequalem esse cono (k), cuius basis sit circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $K\varDelta$ (I lemma 4 p. 74). iam

$$k : k_1 : k_2 = K\varDelta : KE : E\varDelta$$ (I lemm. 1 p. 72),

et $K\varDelta = KE + E\varDelta$; tum u. Quaest. Arch. p. 48; cfr. p. 177 not. 2.

5) ὧν lin. 27 h. e. conorum, ex quibus constat rhombus.

γ'.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσιν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

γεγονέτω, καὶ ἔστω τῆς σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΒΕ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθόν, καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ ΑΔΒΕ κύκλῳ τομὴν τὴν ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΒΔ.

ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΔΑΕ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος, ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ, τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ, ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστιν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, λόγος ἄρα τῆς ΑΓ πρὸς ΓΒ δοθείς· ὥστε δοθέν ἐστι τὸ Γ σημεῖον. καί ἐστι τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΕ· θέσει ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς ΔΕ ἐπίπεδον.

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΔΕ καὶ διάμετρος ἡ ΑΒ, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Ζ πρὸς Η, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Γ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΑΓ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὴν Ζ πρὸς Η, καὶ διὰ τοῦ Γ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ ἡ ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ, καὶ ἐκκείσθωσαν

---

3 *τεμεῖν*] BCG, *τιμ*⁊ A. *τμημάτων*] des. C. 11 *ἀλλά*] AB; *δοθείς, ἀλλά Torellius*. 13 *ΑΔ*—15 *τῇ*] B², om. AB. 18 hic alicubi inc. (C). 19 *καί*] inc. C. 21 *δή*] scripsi, *δε* ABC. 27 *αἱ*—*ἐκκείσθωσαν*] AB, om. C.

III.

Tertium problema hoc erat: datam sphaeram plano secare ita, ut superficies segmentorum inter se rationem datam habeant.[1])

factum sit, et sit $A\Delta BE$ circulus maximus sphaerae et diametrus eius AB, ponatur autem planum ad AB perpendiculare,[2]) faciatque planum illud in circulo $A\Delta BE$ sectionem ΔE, et ducantur $A\Delta$, $B\Delta$.

iam quoniam ⟨data⟩ est ratio, quam habet superficies segmenti ΔAE ad superficiem segmenti ΔBE, et superficiei segmenti ΔAE aequalis est circulus, cuius radius aequalis est rectae $A\Delta$ [I, 43], superficiei autem segmenti ΔBE aequalis est circulus, cuius radius aequalis est rectae ΔB [I, 42], et quam rationem circuli, quos commemorauimus, inter se habent, eam habet $A\Delta^2$ ad ΔB^2 [Eucl. XII, 2], hoc est $A\Gamma$ ad ΓB [u. Eutocius], data est ratio $A\Gamma : \Gamma B$;[3]) quare datum est Γ punctum [u. Eutocius]. et ΔE ad AB perpendicularis est; ergo etiam planum per ΔE positum positione datum est.

componetur igitur hoc modo. sit sphaera, cuius circulus maximus sit $AB\Delta E$ et diametrus AB, data autem ratio sit $Z : H$, et secetur AB in Γ puncto ita, ut sit $A\Gamma : B\Gamma = Z : H$ [Eucl. VI, 10], et per Γ punctum sphaera secetur plano ad AB perpendiculari, communisque[4]) sectio sit ΔE, ducantur autem $A\Delta$, ΔB, et ponantur duo circuli Θ, K

---

1) Citat Hero, Metr. p. 172, 10 sqq. genuina forma exstat Περὶ ἑλίκων praef.: τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. de ὅπως lin. 3 cfr. p. 163 not. 2.

2) Solitum uerborum ordinem, quem restitui uoluit Nizzius, ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν AB (lin. 7) recipere non audeo propter similem locum II, 5 p. 200, 4—5. cfr. p. 216, 4.

3) Lin. 17—18 scripserat Archimedes: δοθεὶς δὴ λόγος τῆς $A\Gamma$ πρὸς ΓB. hoc enim praebet Eutocius. quod ibi pro δή legitur δέ, error librarii est, nisi grauius demonstrationis forma a transscriptore mutata est.

4) Communis sc. plani ad AB perpendicularis et circuli maximi $A\Delta BE$.

δύο κύκλοι οἱ Θ, Κ, ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ ΑΔ, ὁ δὲ Κ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἔχων τῇ ΔΒ· ἔστιν ἄρα ὁ μὲν Θ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος, ὁ δὲ Κ τοῦ ΔΒΕ τμήματος· τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΔΒ καὶ κάθετος ἡ ΓΔ, ἔστιν, ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, τουτέστιν ἡ Ζ πρὸς Η, τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Κ κύκλου, τουτέστιν ὁ Θ κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔΑΕ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος τῆς σφαίρας.

δ'.

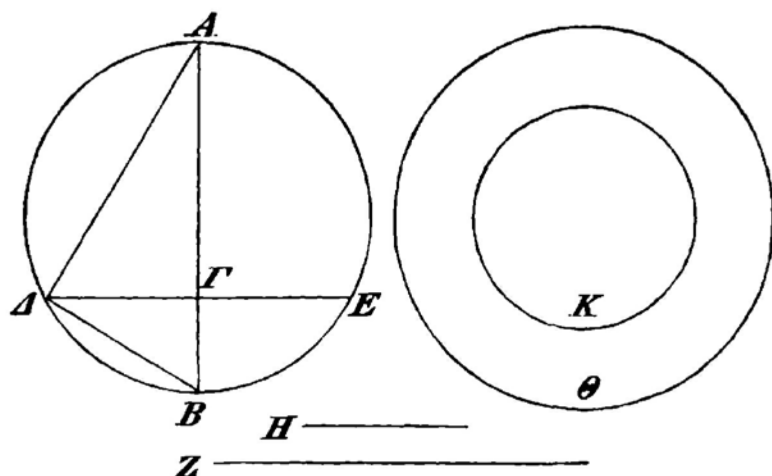
Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

τετμήσθω διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδῳ· λόγος ἄρα τοῦ ΑΔΓ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας δοθείς. τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ καὶ διάμετρος ἡ ΔΒ, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΚΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΑΛΓ κῶνος τῷ ΑΔΓ

4 Κ] fort. Κ τῇ. 6 ὀρθή] B², δοθεισα ABC. 9 πρός] des. C. 14 inc. C.

ita, ut Θ radium rectae $A\Delta$ aequalem habeat, K autem rectae ΔB; itaque Θ circulus aequalis est superficiei segmenti $\Delta A E$ [I, 43], K autem superficiei segmenti $\Delta B E$



[I, 42]; hoc enim in primo libro demonstratum est. et quoniam angulus $A\Delta B$ rectus est [Eucl. III, 31] et $\Gamma\Delta$ perpendicularis, erit $A\Gamma : \Gamma B$, hoc est $Z : H = A\Delta^2 : \Delta B^2$ [u. p. 184, 16—17], hoc est radius circuli Θ quadratus ad radium circuli K quadratum, hoc est $\Theta : K$ [Eucl. XII, 2], hoc est superficies segmenti $\Delta A E$ ad superficiem segmenti sphaerae $\Delta B E$.

IV.[1])

Datam sphaeram ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.[2])

data sphaera sit $AB\Gamma\Delta$; oportet igitur eam plano ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.

secetur plano per $A\Gamma$ posito; ratio igitur segmenti $A\Delta\Gamma$ ad segmentum sphaerae $AB\Gamma$ data est. secetur autem

1) Citat Hero, Metr. p. 184, 26 sq. transscriptor nescio qua de causa propositiones III et IV permutauit; u. NJS. XI p. 392; cfr. Eutocius ad prop. IV et Περὶ ἑλίκ. praef.

2) Genuinam huius propositionis formam habemus Περὶ ἑλίκ. praef.: τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν.

τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΡΓ τῷ ΑΒΓ· λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΛΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον δοθείς.

ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ [ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον]· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ δοθείς. καὶ διὰ ταὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς κατασκευῆς, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΚΔ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΡΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΔ πρὸς ΛΔ, συνθέντι, ὡς ἡ ΡΚ πρὸς ΚΒ, τουτέστι πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην τὴν ΚΛ ἐστιν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΡΛΔ τῷ ἀπὸ ΛΚ. ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, οὕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἔσται ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ [καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. πάλιν, ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ, συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, διελόντι, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΧ]. καὶ κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ· ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον [καὶ ἔσται, ὡς ἡ

3 κῶνον] in κῶ- des. C. 4 ἐπείπερ — 6 ΧΡ] BGH, bis A. 12 ἴσον ἄρα — ἀπὸ ΛΚ] AB, delet *Hauber*. 14 ΔΧ] e corr. B, ΒΧ A. 15 ἡ] addidi, om. A. 16 καί] inc. C.

sphaera per centrum ⟨plano ad planum per $A\Gamma$ positum perpendiculari⟩,[1]) et sectio sit circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, centrum autem K et diametrus ΔB, et fiat $K\Delta + \Delta X : \Delta X = PX : XB$,

$$KB + BX : BX = \Lambda X : X\Delta,$$

et ducantur $A\Lambda$, $\Lambda\Gamma$, AP, $P\Gamma$; itaque conus $A\Lambda\Gamma$ aequalis est segmento sphaerae $A\Delta\Gamma$ et $AP\Gamma$ conus segmento $AB\Gamma$ [prop. 2]; quare data est ratio $A\Lambda\Gamma : AP\Gamma$. sed $A\Lambda\Gamma : AP\Gamma = \Lambda X : XP$;[2]) quare etiam ratio $\Lambda X : XP$ data est. et eodem modo, quo supra [u. Eutocius], per constructionem erit

$$\Lambda\Delta : K\Delta = KB : BP = \Delta X : XB.$$

et quoniam est $PB : BK = K\Delta : \Lambda\Delta$ [Eucl. V, 7 coroll.], erit componendo [Eucl. V, 18] $PK : KB$, hoc est $PK : K\Delta = K\Lambda : \Lambda\Delta$; quare etiam

$$P\Lambda : K\Lambda = K\Lambda : \Lambda\Delta \text{ [Eucl. V, 12; Eutocius];}$$

itaque $P\Lambda \times \Lambda\Delta = K\Lambda^2$ [Eucl. VI, 17].[3]) erit igitur etiam $P\Lambda : \Lambda\Delta = K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2$ [u. Eutocius]. et quoniam $\Lambda\Delta : \Delta K = \Delta X : XB$, erit e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] et componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X.$$ [4])

et ponatur $BZ = KB$; nam extra P punctum eam egressu-

---

1) Haec Archimedes ipse uix omiserat (p. 186, 24).

2) Sequitur ex I lemm. 1 p. 72, cum basis eadem sit.

3) Hoc addit propter synthesin (p. 192, 24). nec hinc pendet sequens ἄρα lin. 13, sed refertur ad proportionem

$$P\Lambda : K\Lambda = K\Lambda : \Lambda\Delta,$$

ut ex Eutocio quoque adparet. cfr. p. 190, 15.

4) Sequentia uerba καὶ ὡς lin. 16 — ἀπὸ ΔX lin. 17 subditiua sunt, ut docet Eutocii adnotatio: ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $K\Lambda$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Lambda\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX· ἐδείχθη γάρ, ὡς ἡ $K\Lambda$ πρὸς $\Lambda\Delta$, ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔX. sed etiam proxima uerba πάλιν lin. 18—πρὸς BX lin. 20 et καὶ ἔσται lin. 21—πρὸς ZX p. 190, 2 delenda sunt; nam ut adpareat, rationem $\Delta\Lambda : \Lambda X$ datam esse, Eutocius prius demonstrat, esse $BZ : ZX = \Lambda\Delta : \Lambda X$, quod non fecisset, si iam apud Archimedem ipsum demonstrationem inuenisset.

ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΒΧ· ὥστε καί, ὡς ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ]. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ ἄρα τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. πεποιήσθω δέ, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ· λόγος δὲ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ δοθείς· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΖΒ πρὸς ΖΘ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ ΒΖ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΘ. καὶ ὁ τῆς ΒΖ ἄρα λόγος πρὸς ΖΘ συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. ἀλλ' ὁ ΒΖ πρὸς ΖΘ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ [κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ]· λοιπὸν ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ, τουτέστι δοθέν, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, τουτέστι πρὸς δοθέν. καί ἐστιν δοθεῖσα ἡ ΖΔ εὐθεῖα· εὐθεῖαν ἄρα δοθεῖσαν τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν ΧΖ πρὸς δοθεῖσαν [τὴν ΖΘ], οὕτως τὸ δοθὲν [τὸ ἀπὸ ΒΔ] πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. τοῦτο οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν, προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων [τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔΒ τῆς ΒΖ καὶ τοῦ μείζονα τῆς ΖΘ τὴν ΖΒ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν] οὐκ ἔχει διορισμόν· καὶ ἔσται τὸ πρό-

---

2 *ΔΛ*] *ΡΧ Hauber.* 8 *ΖΧ*] C, e corr. B, *ΒΧ* A. 9 *ἀπό*

ram esse, adparet [u. Eutocius]. et quoniam ratio $\varDelta\varLambda : \varLambda X$ data est [u. Eutocius], etiam ratio $P\varLambda : \varLambda X$ data erit.[1]) iam quoniam ratio $P\varLambda : \varLambda X$ composita est ex rationibus $P\varLambda : \varLambda\varDelta$ et $\varDelta\varLambda : \varLambda X$, sed $P\varLambda : \varLambda\varDelta = \varDelta B^2 : \varDelta X^2$ [u. Eutocius][2]) et

$$\varDelta\varLambda : \varLambda X = BZ : ZX \text{ [u. p. 189 not. 4]},$$

ratio $P\varLambda : \varLambda X$ composita est ex rationibus $B\varDelta^2 : \varDelta X^2$ et $BZ : ZX$. fiat[3]) autem

$$P\varLambda : \varLambda X = BZ : Z\Theta;$$

ratio autem $P\varLambda : \varLambda X$ data est; itaque etiam ratio $ZB : Z\Theta$ data. sed etiam BZ data est; radio enim aequalis est; quare etiam $Z\Theta$ data [Eucl. Dat. 2]. itaque[4]) etiam ratio $BZ : Z\Theta$ composita est ex rationibus $B\varDelta^2 : \varDelta X^2$ et $BZ : ZX$. sed ratio $BZ : Z\Theta$ ⟨eadem⟩ ex rationibus $BZ : ZX$ et $ZX : Z\Theta$ composita est;[5]) itaque, quod relinquitur $B\varDelta^2$, hoc est spatium datum, ad $\varDelta X^2$ eam rationem habet, quam XZ ad $Z\Theta$, hoc est ad datam rectam [u. Eutocius]. et data est recta $Z\varDelta$; datam igitur rectam $\varDelta Z$ secare oportet in puncto X ita, ut sit, sicut XZ ad rectam datam, ita datum spatium ad $\varDelta X^2$. hoc si ita indefinite proponitur, deter-

1) Genuinam huius loci (lin. 2—3) formam praebet Eutocius: ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς $\varDelta\varLambda$ πρὸς $\varLambda X$ δοθεὶς καὶ τῆς $P\varLambda$ πρὸς $\varLambda X$, καὶ τῆς $P\varLambda$ ἄρα πρὸς $\varLambda\varDelta$ λόγος ἐστὶ δοθείς. et ipsius lr ad lq mg. add. B².

2) Archimedes scripserat lin. 6: ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $P\varLambda$ πρὸς $\varLambda\varDelta$, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ $B\varDelta$ (Eutocius). demonstratum est mg. add. B²

3) Hoc uno loco (lin. 10) πεποιήσθω tuetur Eutocius.

4) ἄρα lin. 15 ad lin. 10—11 refertur, ita ut λόγος lin. 11—$Z\Theta$ lin. 14 διὰ μέσου sint. cfr. p. 189 not. 3.

5) Ex Eutocio concludi posse uidetur, uerba κοινός lin. 18 —πρὸς ZX lin. 19 subditiua esse.

(alt.)] AB, om. C. **11** $Z\Theta$] AB, ΘZ C. **13** δέ] des. C. **16** ἀλλ'— **18** $Z\Theta$] mg. B². **17** ὁ] fort. ὁ τῆς. ἔκ] fort. καὶ ἔκ. **22** $Z\varDelta$] A, dz B. εὐθεῖαν ἄρα] scripsi, παρα AB, ἄρα comp. H, καὶ δή Eutocius. **28** τῆς $Z\Theta$ τὴν ZB] scripsi, την $Z\Theta$ της ΘB AB, τὴν BZ τῆς $Z\Theta$ *Torellius.*

βλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν *ΒΔ*, *ΒΖ* καὶ διπλασίας οὔσης τῆς *ΒΔ* τῆς *ΒΖ* καὶ σημείου ἐπὶ τῆς *ΒΖ* τοῦ *Θ* τεμεῖν τὴν *ΔΒ* κατὰ τὸ *Χ* καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*, τὴν *ΧΖ* πρὸς *ΖΘ*· ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε καὶ συντεθήσεται.

συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς *Π* πρὸς *Σ* μείζονος πρὸς ἐλάσσονα, καὶ δεδόσθω τις σφαῖρα καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω τομὴ ὁ *ΑΒΓΔ* κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ *ΒΔ*, κέντρον δὲ τὸ *Κ*, καὶ τῇ *ΚΒ* ἴση κείσθω ἡ *ΒΖ*, καὶ τετμήσθω ἡ *ΒΖ* κατὰ τὸ *Θ*, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν *ΘΖ* πρὸς *ΘΒ*, τὴν *Π* πρὸς *Σ*, καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ *ΒΔ* κατὰ τὸ *Χ*, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν *ΧΖ* πρὸς *ΘΖ*, τὸ ἀπὸ *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*, καὶ διὰ τοῦ *Χ* ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὴν *ΒΔ*· λέγω, ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τεμεῖ τὴν σφαῖραν, ὥστε εἶναι, ὡς τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, τὴν *Π* πρὸς *Σ*.

πεποιήσθω γάρ, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ *ΚΒΧ* πρὸς *ΒΧ*, οὕτως ἡ *ΛΧ* πρὸς *ΔΧ*, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ *ΚΔΧ* πρὸς *ΧΔ*, ἡ *ΡΧ* πρὸς *ΧΒ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΛ*, *ΛΓ*, *ΑΡ*, *ΡΓ*· ἔσται δὴ διὰ τὴν κατασκευήν, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ *ΡΛΔ* τῷ ἀπὸ *ΛΚ*, καὶ ὡς ἡ *ΚΛ* πρὸς *ΛΔ*, ἡ *ΒΔ* πρὸς *ΔΧ*· ὥστε καί, ὡς τὸ ἀπὸ *ΚΛ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΛΔ*, τὸ ἀπὸ *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν *ΡΛΔ* τῷ ἀπὸ *ΛΚ* ἐστιν ἴσον [ἔστιν, ὡς ἡ

1 *ΒΔ*] A, *db* B. 2 *ΒΔ*] A, *db* B. 3 *ΔΒ*] B, *ΑΒ* A. 8 *μείζονος*] e corr. BG, *μειζον* A. 16 *τήν*] scripsi, *το* A. 24 *τό*] BG, *τῳ* A. 25 *πρός*—26 *ΚΛ*] ter A, bis BG, corr. BG.

minationem habet, sed adiunctis conditionibus, quae hoc loco exstant, determinationem non habet; et erit problema huiusmodi: datis duabus rectis $B\Delta$ et BZ, quarum $B\Delta$ duplo maior est recta BZ, et puncto Θ in recta BZ rectam ΔB in puncto X ita secare, ut fiat

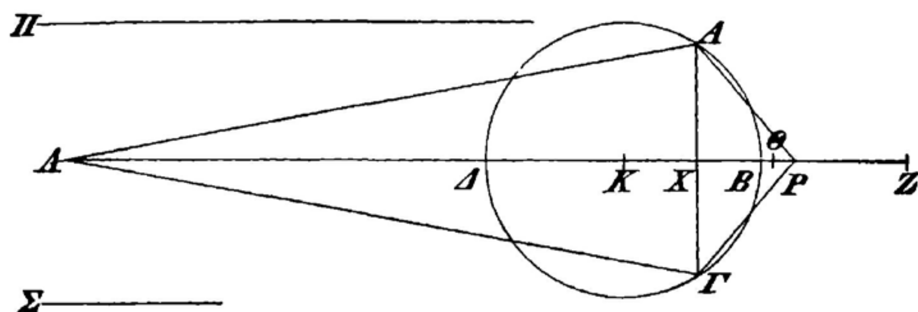
$$B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : Z\Theta;$$

quorum utrumque in fine et resoluetur et componetur.[1])

componetur igitur problema hoc modo: data ratio sit rectae Π ad Σ, maioris ad minorem, et sphaera data sit planoque secetur per centrum posito, et sectio sit circulus $AB\Gamma\Delta$, cuius diametrus sit $B\Delta$, centrum autem K, et ponatur BZ rectae KB aequalis, secetur autem BZ in puncto Θ ita, ut sit $\Theta Z : \Theta B = \Pi : \Sigma$, porro $B\Delta$ in puncto X ita secetur, ut sit

$$XZ : \Theta Z = B\Delta^2 : \Delta X^2,$$

et per X ducatur planum ad $B\Delta$ perpendiculare; dico, hoc planum sphaeram ita secaturum esse, ut maius segmentum



ad minus eam rationem habeat, quam $\Pi : \Sigma$.

fiat[2]) enim $KB + BX : BX = \Lambda X : \Delta X$ et

$$K\Delta + \Delta X : X\Delta = PX : XB,$$

1) Quod hic pollicetur Archimedes supplementum, iam Dioclis et Dionysodori temporibus interciderat, sed Eutocius putat, se ipsam Archimedis resolutionem repperisse, neque iniuria (Quaest. Arch. p. 21). aliam totius problematis resolutionem dedit Hugenius, Opera mechanica cet. (Lugd. Batau. 1751. 4) II p. 388—91.
2) Lin. 20 γεγονέτω habet Eutocins.

ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΛΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ], ἔσται ἄρα καί, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τουτέστιν ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἴση δέ ἐστιν ἡ ΚΒ τῇ ΒΖ, ἔσται ἄρα καί, ὡς ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ. ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ· ὥστε καί, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, τουτέστιν ὁ ΑΓΛ κῶνος πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον, τουτέστι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ.

ε'.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, τοῦ δὲ ΕΖΗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον· δεῖ δὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ ΕΖΗ ὅμοιον.

εὑρήσθω καὶ ἔστω τὸ ΘΚΛ, καὶ ἔστω αὐτοῦ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλος, κορυφὴ δὲ

---

6 *ΛΧ*] e corr. B, *ΔΧ* A. 15 *ΑΔΓ*] e corr. B, *ΑΛΓ* A. 19 *ἄλλῳ*] B, *αλλο* A.

et ducantur ΛA, $\Lambda\Gamma$, AP, $P\Gamma$; erit igitur propter constructionem, ut in analysi demonstrauimus [p. 188, 12], $P\Lambda \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2$, et

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X \text{ [p. 188, 15—16]};$$

quare etiam $K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2 = B\Delta^2 : \Delta X^2$. et quoniam

$$P\Lambda \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2,$$

erit etiam

$$P\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : \Theta Z \text{ [ex hypothesi]}.$$

et quoniam est $KB + BX : BX = \Lambda X : X\Delta$, et $KB = BZ$, erit etiam $ZX : XB = \Lambda X : X\Delta$. et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.] $ZX : ZB = \Lambda X : \Lambda\Delta$; quare etiam $\Lambda\Delta : \Lambda X = BZ : ZX$ [Eucl. V, 7 coroll.]. et quoniam est

$$P\Lambda : \Lambda\Delta = XZ : Z\Theta \quad \text{et} \quad \Lambda\Delta : \Lambda X = BZ : ZX,$$

erit ex aequo in perturbata ratione [Eucl. V, 21; cfr. Eutocius] $P\Lambda : \Lambda X = BZ : Z\Theta$; quare etiam $\Lambda X : XP = Z\Theta : \Theta B$.[1]) sed $Z\Theta : \Theta B = \Pi : \Sigma$ [ex hypothesi]; ergo etiam $\Lambda X : XP$, hoc est conus $A\Gamma\Lambda$ ad conum $AP\Gamma$ [p. 189 not. 2], hoc est segmentum sphaerae $A\Delta\Gamma$ ad segmentum sphaerae $AB\Gamma$ [prop. 2] $= \Pi : \Sigma$.

V.

Segmentum sphaerae construere dato segmento sphaerae simile et alii dato idem aequale.[2])

duo segmenta sphaerae data sint $AB\Gamma$, EZH, et segmenti $AB\Gamma$ basis sit circulus circum diametrum AB descriptus, uertex autem Γ punctum, segmenti uero EZH basis circulus circum diametrum EZ descriptus, uertex autem punctum H; oportet igitur segmentum sphaerae reperiri segmento $AB\Gamma$ aequale et idem segmento EZH simile.

repertum sit sitque $\Theta K\Lambda$, et basis eius sit circulus circum diametrum ΘK descriptus, uertex autem punctum Λ;

---

1) Nam conuertendo $P\Lambda : XP = BZ : B\Theta$, et permutando $P\Lambda : BZ = XP : B\Theta = \Lambda X : Z\Theta$; unde permutando.

$$\Lambda X : XP = Z\Theta : B\Theta.$$

2) Hoc problema antea latius proposuerat: τὸ δοθὲν τμῆμα

τὸ Λ σημεῖον ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφαίραις οἱ ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ, διάμετροι δὲ αὐτῶν πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσιν τῶν τμημάτων αἱ ΓΝ, ΛΞ, ΗΟ, καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς τὴν ΝΤ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς ΤΓ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, οὕτως ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ, καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μέν εἰσιν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ τὰ Χ, Ψ, Ω σημεῖα· ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΒΧ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΨΘΚ τῷ ΘΚΛ, ὁ δὲ ΕΩΖ τῷ ΕΗΖ· τοῦτο γὰρ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστι τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ ΘΚΛ τμήματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΑΧΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ [τῶν δὲ ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]· ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ. ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΖΗ τμῆμα τῷ ΘΚΛ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΕΖΩ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ [τοῦτο γὰρ δειχθήσεται]· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. λόγος δὲ τῆς ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΨΥ πρὸς τὴν ΘΚ δοθείς. ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς ΧΤ πρὸς Δ·

---

1 δή] fort. δέ. **4** ΗΟ] B, ΗΘ A. **8** ΩΦ] e corr. BD, ΟΦ A. **9** βάσεις] BG, βασις A. **10** διαμέτρους τάς] BG, διαμετρον την A. **11** δή] B², δε AB. **22** τῷ] G, τα A. **23** ὅμοιος] e corr. B, ομοιως A. **27** ΘΚ] e corr. B, ΘΚω A.

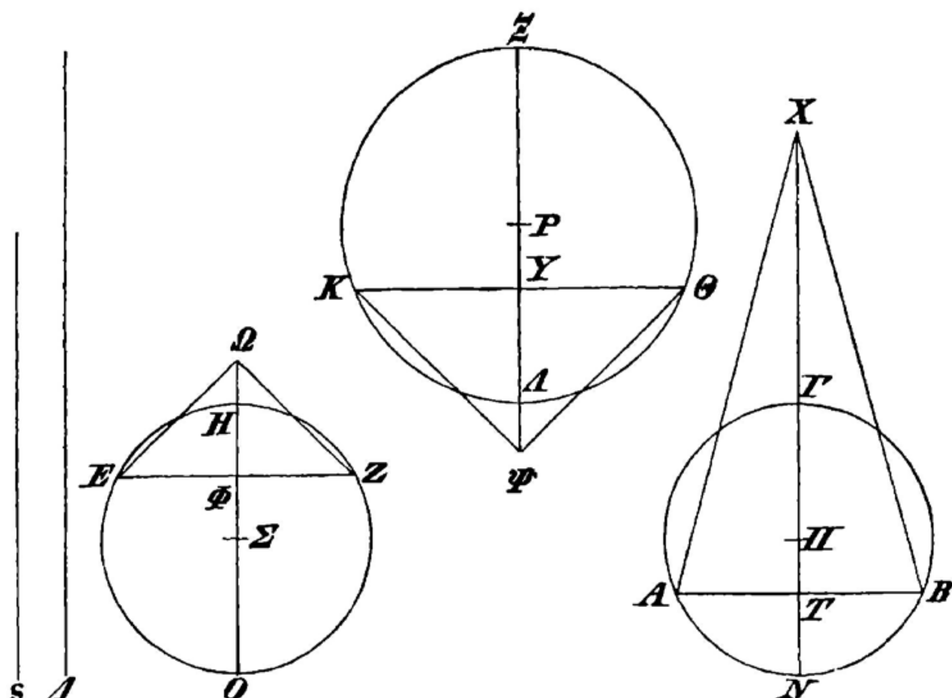
praeterea sint circuli ⟨maximi⟩[1]) sphaerarum $AN B\Gamma$, $\Theta\Xi K\Lambda$, $EOZH$ et diametri eorum ad bases segmentorum perpendiculares ΓN, $\Lambda\Xi$, HO, centra autem Π, P, Σ, et fiat

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma,$$

$$P\Xi + \Xi\Upsilon : \Xi\Upsilon = \Psi\Upsilon : \Upsilon\Lambda,$$

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

fingantur autem coni, quorum bases sint circuli circum AB, ΘK, EZ diametros descripti, uertices autem puncta X, Ψ, Ω;



itaque conus ABX segmento sphaerae $AB\Gamma$ aequalis erit, conus $\Psi\Theta K$ segmento $\Theta K\Lambda$, conus $E\Omega Z$ segmento EHZ;

σφαίρας τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι, u. Περὶ ἑλίκων praef.

1) Archimedes sine dubio scripserat μέγιστοι κύκλοι lin. 1, sed omissionem transscriptori imputare malim, quam cum Nizzio μέγιστοι addere; cfr. p. 117 not. 1, Quaest. Arch. p. 76.

καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΧΤ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Δ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ, κείσθω τῷ ἀπὸ ΘΚ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΒ, ϛ· ἔσται ἄρα καί, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ϛ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ϛ πρὸς Δ. ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ϛ [διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ ΘΚ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ϛ]· ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ϛ καὶ ἡ ϛ πρὸς Δ. δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν ΑΒ, Δ δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΘΚ, ϛ.

συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω, ᾧ μὲν δεῖ ἴσον τμῆμα συστήσασθαι, τὸ ΑΒΓ, ᾧ δὲ ὅμοιον, τὸ ΕΖΗ, καὶ ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν οἱ ΑΒΓΝ, ΕΗΖΟ, διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ ΓΝ, ΗΟ καὶ κέντρα τὰ Π, Σ, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς ΝΤ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς ΤΓ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΣΟΦ πρὸς ΟΦ, ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΧΑΒ κῶνος τῷ ΑΓΒ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΖΩΕ τῷ ΕΗΖ. πεποιήσθω, ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς Δ, καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, Δ δύο μέσαι ἀνάλογον εἰλήφθωσαν αἱ ΘΚ, ϛ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως τὴν ΚΘ πρὸς ϛ καὶ τὴν ϛ πρὸς Δ, καὶ ἐπὶ τῆς ΘΚ κύκλου τμῆμα ἐπεστάσθω τὸ ΘΚΛ

---

13 rursus inc. C. **16** *ΑΒΓΝ*] AC, *agbn* e corr. B. *ΕΗΖΟ*] (C), e corr. B, *ΕΗΖΩ* A. *ΗΟ*] BG, *ΗΘ* A. **19** *ΤΓ*] BCEG, *ΤΤ* A. *ΩΦ*] BC, *ΟΦ* A. **21** *ΑΓΒ*] C, *ΑΒΓ* AB. *ΖΩΕ*] AC, *eωz* B. **25** *ΚΘ*] AC, *tk* B. **26** *ἐπεστάσθω*] A(C), h. e. *ἐφεστάσθω*.

hoc enim demonstratum est [prop. 2]. et quoniam segmentum sphaerae $AB\Gamma$ segmento $\Theta K\Lambda$ aequale est, etiam conus AXB cono $\Psi\Theta K$ aequalis est; itaque circulus circum diametrum AB descriptus ad circulum circum diametrum ΘK descriptum eam rationem habet, quam $\Psi\Upsilon : XT$ [I lemm. 4 p. 74]. sed ut circulus ad circulum, ita $AB^2 : \Theta K^2$ [Eucl. XII, 2]; itaque $AB^2 : \Theta K^2 = \Psi\Upsilon : XT$. et quoniam segmentum EZH segmento $\Theta K\Lambda$ simile est, etiam conus $EZ\Omega$ cono $\Psi\Theta K$ similis erit [u. Eutocius]; itaque $\Omega\Phi : EZ = \Psi\Upsilon : \Theta K$ [u. Eutocius; cfr. I lemm. 5 p. 74]. sed ratio $\Omega\Phi : EZ$ data est [u. Eutocius]; itaque etiam ratio $\Psi\Upsilon : \Theta K$ data est. eadem sit ratio $XT : \Delta$; et data est recta XT [u. Eutocius]; quare etiam Δ recta data est [Eucl. Dat. 2]. et quoniam est $\Psi\Upsilon : XT$, hoc est $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$,[1]) ponatur

$$AB \times \varsigma = \Theta K^2;$$

erit igitur etiam $AB^2 : \Theta K^2 = AB : \varsigma$.[2]) sed demonstratum est, esse etiam $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$, et permutando [Eucl. V, 16] $AB : \Theta K = \varsigma : \Delta$ [u. Eutocius].[3]) sed $AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma$ [Eucl. VI, 17]; itaque

$$AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta.$$

ergo inter datas rectas AB, Δ duae mediae proportionales in proportione continua sunt ΘK, ς [tum u. prop. 1 p. 172, 5].

componetur igitur problema hoc modo. sit $AB\Gamma$ segmentum, cui aequale segmentum construendum est, EZH autem, cui simile construendum, et circuli maximi sphaerarum sint $AB\Gamma N$, $EHZO$, diametri autem eorum ΓN, HO et centra Π, Σ, et fiat

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

---

1) Est enim $\Psi\Upsilon : \Theta K = XT : \Delta$; tum u. Eucl. V, 16. cfr. Eutocius.

2) Nam $AB^2 : \Theta K^2 = AB^2 : AB \times \varsigma = AB : \varsigma$.

3) Ex adnotatione eius adparet, Archimedem pr. οὕτως lin. 8 omisisse.

ὅμοιον τῷ ΕΖΗ κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἡ ΛΞ, καὶ νοείσθω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ ΛΘΞΚ, κέντρον δὲ τὸ Ρ, καὶ διὰ τῆς ΘΚ ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΛΞ· ἔσται δὴ τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Λ ὅμοιον τῷ ΕΗΖ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα ἦν ὅμοια. λέγω δέ, ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας. πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς τὴν ΞΥ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ· ἴσος ἄρα ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ ἐπειδὴ ὅμοιός ἐστιν ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΖΩΕ κώνῳ, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τουτέστιν ἡ ΧΤ πρὸς Δ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ· καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀνάπαλιν· ὡς ἄρα ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. καὶ ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ϛ, Δ, ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. ὡς δὲ ἡ ΘΚ πρὸς Δ, ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΘ, τουτέστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλον, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς τὴν ΧΤ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΧΑΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ ΑΓΒ ἴσον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ ΕΖΗ τὸ αὐτὸ συνέσταται τὸ ΘΚΛ.

---

6 ΕΗΖ] Ε(Η)Ζ C, ΕΖΗ B, ΕΖΗΘ A. 8 *δέ*] ABC; fort. *δή*. 12 ΖΩΕ] AC, *ωez* B. 16 *ΑΒ*] B, *ΑΘ* A(C). *ΚΘ*] A(C), *tk* B. 19 *ΚΘ*] A(C), *tk* B. 20 *τὴν ΑΒ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον*] B², om. ABC. 21 *κύκλον*] B², *κυκλος* ABC. 22 *ΑΒΓ*] AB(C). 24 *ΑΓΒ*] C, *ΑΒΓ* AB. 25 *ἄλλῳ*] BC, *αλλο* A. 26 *ἑξῆς ἡ καταγραφή* add. C.

et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H;$$

conus igitur XAB segmento sphaerae $A\Gamma B$, conus $Z\Omega E$ segmento EHZ aequalis est [prop. 2]. fiat[1]) $\Omega\Phi : EZ = XT : \Delta$, et datis duabus rectis AB, Δ duae mediae proportionales sumantur ΘK, ϛ [prop. 1 p. 172, 12], ut sit $AB : \Theta K = K\Theta :$ ϛ $=$ ϛ $: \Delta$, et in ΘK construatur segmentum circuli $\Theta K \Lambda$ segmento EZH simile [cfr. Eucl. III, 33 et III def. 11], expleaturque circulus [Eucl. III, 25], et diametrus eius sit $\Lambda\Xi$. fingatur autem sphaera, cuius circulus maximus sit $\Lambda\Theta\Xi K$, centrum autem P, et per ΘK ducatur planum ad $\Lambda\Xi$ perpendiculare;[1]) segmentum sphaerae igitur in eadem parte positum, in qua Λ punctum, segmento sphaerae EHZ simile erit, cum etiam circulorum segmenta similia sint. iam dico, idem aequale esse segmento sphaerae $AB\Gamma$. fiat $P\Xi + \Xi\Upsilon : \Xi\Upsilon = \Psi\Upsilon : \Upsilon\Lambda$; itaque conus $\Psi\Theta K$ aequalis est segmento sphaerae $\Theta K \Lambda$ [prop. 2]. et quoniam conus $\Psi\Theta K$ similis est cono $Z\Omega E$, erit $\Omega\Phi : EZ$, hoc est $XT : \Delta$ [ex hypothesi] $= \Psi\Upsilon : \Theta K$ [p. 196, 27]; et permutando [Eucl. V, 16] et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] $\Psi\Upsilon : XT = \Theta K : \Delta$. et quoniam proportionales sunt rectae AB, $K\Theta$, ϛ, Δ, erit $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta K : \Delta = \Psi\Upsilon : XT;$$

quare etiam $AB^2 : K\Theta^2$, hoc est circulus circum diametrum AB descriptus ad circulum circum ΘK descriptum [Eucl. XII, 2] $= \Psi\Upsilon : XT$; quare aequales sunt coni XAB, $\Psi\Theta K$ [I lemm 4 p. 74]; itaque etiam segmentum sphaerae $AB\Gamma$ aequale est segmento $\Theta K \Lambda$. ergo inuentum est segmentum $\Theta K \Lambda$ dato segmento $A\Gamma B$ aequale et idem alii segmento dato EZH simile.

---

1) De uerborum ordine lin. 4—5 cfr. p. 185 not. 2.

ς'.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων εἴτε τῆς αὐτῆς εἴτε μὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται ἑνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἕξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς *ΑΒΓ*, *ΔΕΖ* περιφερείας, καὶ ἔστω, ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὑρεῖν, τὸ κατὰ τὴν *ΑΒΓ* περιφέρειαν, οὗ δὲ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ κατὰ τὴν *ΔΕΖ*.

καὶ γεγενήσθω, καὶ ἔστω τὸ *ΚΛΜ* τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ μὲν *ΑΒΓ* τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην ἐχέτω τῇ τοῦ *ΔΕΖ* τμήματος ἐπιφανείᾳ, καὶ νοείσθω τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις, καὶ ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν οἱ *ΚΛΜΝ*, *ΒΑΓΘ*, *ΕΖΗΔ* μέγιστοι κύκλοι, ἐν δὲ ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων αἱ *ΚΜ*, *ΑΓ*, *ΔΖ* εὐθεῖαι, διάμετροι δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς οὖσαι ταῖς *ΚΜ*, *ΑΓ*, *ΔΖ* ἔστωσαν αἱ *ΛΝ*, *ΒΘ*, *ΕΗ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΛΜ*, *ΒΓ*, *ΕΖ*. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ *ΚΛΜ* τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ *ΔΕΖ* τμήματος ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ *ΛΜ*, τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ *ΕΖ* [αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τῶν τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιζευγνυούσαις]· ὥστε καὶ ἡ *ΜΛ* τῇ *ΕΖ* ἴση ἐστίν. ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ *ΚΛΜ*

---

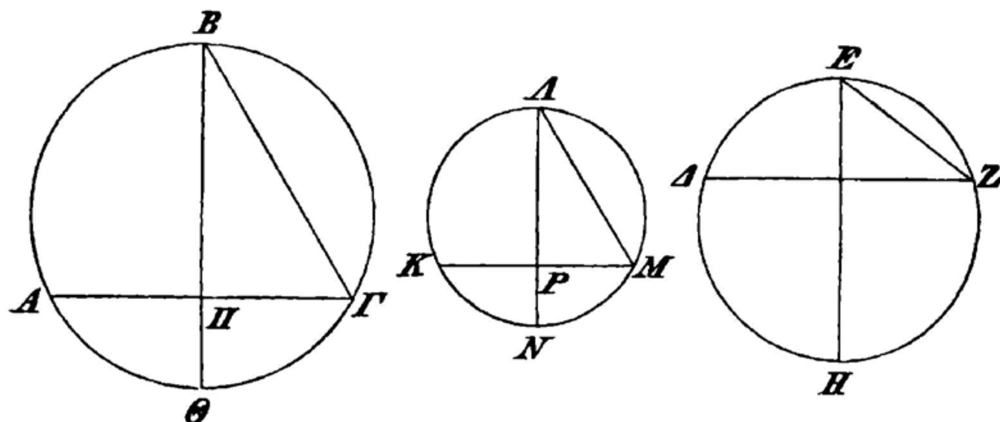
3 ἑνί] B(C)G, εν A. **10** τμῆμα] B, om. A(C); fortasse potius delenda sunt τῆς σφαίρας.

VI.

Datis duobus segmentis sphaerae siue eiusdem siue non eiusdem segmentum sphaerae inuenire, quod alteri datorum simile sit et superficiem superficiei alterius segmenti aequalem habeat.[1])

segmenta sphaerarum[2]) data in arcubus $AB\Gamma$, ΔEZ posita sint, et segmentum in arcu $AB\Gamma$ positum id sit, cui simile segmentum inueniendum est, segmentum autem in arcu ΔEZ positum id, cuius superficiei superficiem aequalem segmentum quaesitum habere oportet.

factum sit, et segmentum sphaerae $K\Lambda M$ segmento $AB\Gamma$ simile sit, superficiem autem superficiei segmenti ΔEZ aequalem habeat, et fingantur centra sphaerarum, per eaque ducantur plana ad bases segmentorum perpendicularia, et in sphaeris sectiones sint circuli maximi $K\Lambda MN$,



$BA\Gamma\Theta$, $EZH\Delta$, in basibus autem segmentorum KM, $A\Gamma$, ΔZ rectae, et diametri sphaerarum ad KM, $A\Gamma$, ΔZ perpendiculares sint ΛN, $B\Theta$, EH, ducantur autem ΛM, $B\Gamma$, EZ. et quoniam superficies $K\Lambda M$ segmenti sphaerae aequalis est superficiei segmenti ΔEZ, etiam circulus, cuius

1) *Δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε ἄλλας εὑρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάματος, Περὶ ἑλίκ.* praef.

2) *σφαιρικά* lin. 6 Archimedeum non est; cfr. p. 222, 5.

τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔστιν, ὡς ἡ ΛΡ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ· καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ. ἀλλὰ καί, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ, οὕτως ἡ ΒΠ πρὸς ΓΒ [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα]· ὡς ἄρα ἡ ΝΛ πρὸς ΛΜ, τουτέστι πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ. καὶ ἐναλλάξ· λόγος δὲ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΝ πρὸς ΒΘ δοθείς. καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΒΘ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΛΝ· ὥστε καὶ ἡ σφαῖρα δοθεῖσά ἐστιν.

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω τὰ δοθέντα δύο τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, τὸ μὲν ΑΒΓ, ᾧ δεῖ ὅμοιον, τὸ δὲ ΔΕΖ, οὗ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ, καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω τοῖς ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς [μὲν] ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΛΝ, καὶ περὶ διάμετρον τὴν ΛΝ κύκλος γεγράφθω, καὶ νοείσθω σφαῖρα, ἧς μέγιστος ἔστω κύκλος ὁ ΛΚΝΜ, καὶ τετμήσθω ἡ ΝΛ κατὰ τὸ Ρ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΘΠ πρὸς ΠΒ, τὴν ΝΡ πρὸς ΡΛ, καὶ διὰ τοῦ Ρ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφάνεια ὀρθῷ πρὸς τὴν ΛΝ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΜ· ὅμοια ἄρα ἐστὶν τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ εὐθειῶν τῶν κύκλων τμήματα· ὥστε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ἐστιν ὅμοια. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ, οὕτως ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ· καὶ γὰρ τὰ κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καί,

---

3 *ΘΒ*] AB, *ΒΘ* C. *ΒΠ*] e corr. B, *ΘΠ* AC. **7** *δοθείς*] postea add. B, om. AC. **8** *ΒΘ* (pr.)] AB(C), *ΘΒ* D. *δοθείς*] B², om. AB(C); fortasse omitti potest, cfr. p. 184, 10—12. **13** *ἔχειν*] B, *εχει* AC; auditur *δεῖ* ex lin. 12; cfr. p. 202, 9. **15** *μέν*] deleo. **21** *ΛΝ*] e corr. BG, *ΑΝ* A(C). *ΛΜ*] B, e corr. G, *ΑΜ* AC. **22** des. C. **25** *τά*] AB; fort. delendum, cfr. Quaest. Arch. p. 157.

radius aequalis est rectae ΛM, aequalis est circulo, cuius radius aequalis est rectae EZ [I, 42—43]; quare etiam $M\Lambda = EZ$ [Eucl. XII, 2]. porro, quoniam segmentum $K\Lambda M$ segmento $AB\Gamma$ simile est, erit

$$\Lambda P : PN = B\Pi : \Pi\Theta \text{ [u. Eutocius];}^{1)}$$

e contrario autem [Eucl. V, 7 coroll.] et componendo [Eucl. V, 18] $N\Lambda : \Lambda P = B\Theta : B\Pi$. sed etiam $P\Lambda : \Lambda M = B\Pi : \Gamma B$;[2]) quare $N\Lambda : \Lambda M$, hoc est $N\Lambda : EZ = \Theta B : B\Gamma$ [Eucl. V, 22]. et permutando [Eucl. V, 16]; ratio autem $EZ : B\Gamma$ data est [Eucl. Dat. 1]; utraque enim recta data est [u. Eutocius]; quare etiam ratio $\Lambda N : \Theta B$ data. et $B\Theta$ data est; itaque etiam ΛN [Eucl. Dat. 2]; ergo etiam sphaera data est [Eucl. Dat. def. 5].

componetur igitur hoc modo. sint data duo segmenta sphaerae $AB\Gamma$, ΔEZ, quorum $AB\Gamma$ id sit, cui simile segmentum inuenire oportet, ΔEZ autem id, cuius superficiei aequalem superficiem habere oportet segmentum quaesitum, et construantur eadem, quae in analysi, et fiat $B\Gamma : EZ = B\Theta : \Lambda N$, circum diametrum autem ΛN circulus describatur, et fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit ΛKNM, et secetur $N\Lambda$ in puncto P ita, ut sit

$$\Theta\Pi : \Pi B = NP : P\Lambda \text{ [Eucl. VI, 10],}$$

superficies autem secetur plano per P ducto ad ΛN perpendiculari, et ducatur ΛM; similia igitur sunt segmenta circulorum in rectis KM, $A\Gamma$ posita [u. Eutocius];[3]) quare etiam segmenta sphaerarum similia sunt. et quoniam $\Theta B : B\Pi = N\Lambda : \Lambda P$ (nam etiam dirimendo [Eucl. V, 18]), et etiam $\Pi B : B\Gamma = P\Lambda : \Lambda M$,[2]) erit etiam $\Theta B : N\Lambda = B\Gamma : \Lambda M$.[4]) erat autem $\Theta B : \Lambda N = B\Gamma : EZ$

---

1) Archimedes scripserat lin. 1: ἔστιν ἄρα (Eutocius), quod recepit Torellius.

2) Nam $B\Gamma\Pi \sim \Lambda MP$ (u. Eutocius); tum u. Eucl. VI, 4.

3) Ex eo comperimus, horum uerborum formam genuinam hanc esse: τὰ ἐπὶ τῶν KM, $A\Gamma$ τμήματα κύκλων lin. 22.

4) Nam δι' ἴσου (Eucl. V, 22) $\Theta B : B\Gamma = N\Lambda : \Lambda M$; tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

ὡς ἡ ΠΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΝΛ, ἡ ΒΓ πρὸς ΛΜ. ἦν δὲ καί, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΛΝ, ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΛΜ· ὥστε καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΕΖ, ἴσος ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ. καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων τὴν ΕΖ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος, ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΚΛΜ τμήματος· τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται· ἴση ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΚΛΜ τμήματος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος τῆς σφαίρας. καί ἐστιν ὅμοιον τὸ ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ.

ζʹ.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΒΔ· δεῖ δὴ τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν τῷ διὰ τῆς ΑΓ, ὅπως τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον λόγον ἔχῃ τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ε, καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΓΗ κῶνος τῷ ΑΒΓ

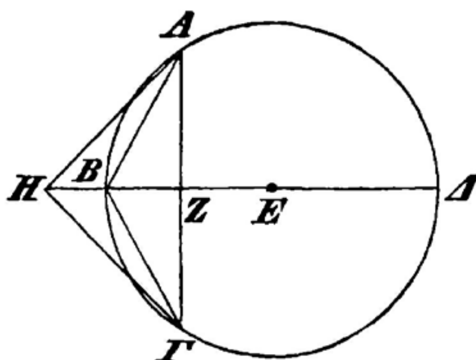
5 *τῷ*—6 *ἐστί*] B², om. AB. 11 *τῇ*—12 *τμήματος*] om. AB, post *ΚΛΜ* ins. portionis sphere superficiei ipsius *dez* B², post *σφαίρας* lin. 12 add. *Basil.* 16 *τὸν βάσιν*] scripsi, *την βασιν* A. 22 *ἔχῃ*] scripsi, *εχει* A, *ἔχειν* G, *Basil.*; et *ὥστε . . . ἔχειν* scripserat Archimedes.

[ex hypothesi]; itaque $EZ = \Lambda M$ [Eucl. V, 9]; quare etiam circulus, cuius radius est EZ, aequalis est circulo, cuius radius aequalis est rectae ΛM. et circulus radium habens EZ aequalis est superficiei segmenti ΔEZ, circulus autem, cuius radius aequalis est rectae ΛM, aequalis est superficiei segmenti $K\Lambda M$; hoc enim in primo libro demonstrastratum est [I, 42—43]; ergo etiam superficies segmenti $K\Lambda M$ aequalis est superficiei ΔEZ segmenti sphaerae. et simile est segmentum $K\Lambda M$ segmento $AB\Gamma$.

VII.

A sphaera data plano segmentum abscindere ita, ut segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem datam rationem habeat.[1])

data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $B\Delta$; oportet igitur sphaeram plano per $A\Gamma$ ducto ita secare, ut segmentum sphaerae $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$ datam rationem habeat.



factum sit, et centrum sphaerae sit E, et sit

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB;$$

itaque conus $A\Gamma H$ aequalis est segmento $AB\Gamma$ [prop. 2].

1) Ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο, Περὶ ἑλίκ. praef.

τμήματι. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΗΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον δοθείς· λόγος ἄρα τῆς ΗΖ πρὸς ΖΒ δοθείς. ὡς δὲ ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ, συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ· λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς ΕΔΖ πρὸς ΔΖ δοθείς [ὥστε καὶ τῆς ΕΔ πρὸς ΔΖ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΖ]· ὥστε καὶ ἡ ΑΓ. καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ συναμφότερος ἡ ΕΔΒ πρὸς ΔΒ, καί ἐστιν συναμφότερος μὲν ἡ ΕΔΒ τρὶς ἡ ΕΔ, ἡ δὲ ΒΔ δὶς ἡ ΕΔ, συναμφότερος ἄρα ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. καί ἐστιν ὁ συναμφοτέρου τῆς ΕΔΖ πρὸς ΖΔ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι· δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.

συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ΘΚ πρὸς ΚΛ μείζων τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. ἔστι δέ, ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφότερος ἡ ΕΔΒ πρὸς ΔΒ· καὶ ἡ ΘΚ ἄρα πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει συναμφότερος ἡ ΕΔΒ πρὸς ΔΒ· διελόντι ἄρα ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΒ. καὶ πεποιήσθω, ὡς ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΖΓ, καὶ διὰ τῆς ΓΑ ἤχθω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν ΒΔ· λέγω, ὅτι τὸ [ἀπὸ] ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον λόγον ἔχει τὸν αὐτὸν τῷ ΘΚ πρὸς ΚΛ.

---

9 *δίς*] *Basil.*, *δυο* AC. 24 ΒΔ] A, *db* post ras. 2 litt. B. 25 ΑΖΓ] B, ΑΓΖ A. 26 *ἀπό*] AB², del. G, om. B, *Basil.*

quare ratio conorum $AH\Gamma : AB\Gamma$ data; quare etiam $HZ : ZB$ [I lemm. 1 p. 72]. sed

$$HZ : ZB = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z;$$

quare etiam ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ data est;[1]) itaque etiam recta $A\Gamma$ data [u. Eutocius]. et quoniam

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > E\Delta + \Delta B : \Delta B,$$

et $E\Delta + \Delta B = 3E\Delta$, et $B\Delta = 2E\Delta$, erit $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > 3 : 2$. et ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ aequalis est rationi datae; oportet igitur, rationem ad synthesim datam maiorem esse quam $3 : 2$.

componetur igitur problema hoc modo. data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $B\Delta$ et centrum E, ratio uero data $\Theta K : K\Lambda > 3 : 2$. est autem

$$E\Delta + \Delta B : \Delta B = 3 : 2;$$

quare

$$\Theta K : K\Lambda > E\Delta + \Delta B : \Delta B;$$

dirimendo igitur $\Theta\Lambda : K\Lambda > E\Delta : \Delta B$.[2]) fiat $\Theta\Lambda : \Lambda K = E\Delta : \Delta Z$, et per Z ad $B\Delta$ perpendicularis ducatur $AZ\Gamma$, et per ΓA ducatur planum ad $B\Delta$ perpendiculare; dico, segmentum sphaerae $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$ eandem rationem habere, quam $\Theta K : K\Lambda$.

1) Archimedes scripserat: λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς $E\Delta Z$ πρὸς ΔZ lin. 4—5 (Eutocius).

2) Ex Pappi libr. VII, 45 conuersa (II p. 684).

πεποιήσθω γάρ, ὡς συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΑΗ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΚ πρὸς ΚΛ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, τουτέστιν ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ, τουτέστιν ὁ ΑΗΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον, ἴσος δὲ ὁ ΑΗΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ΚΛ.

η'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἔστω σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ διάμετρος ἡ ΒΔ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τῆς ΑΓ ὀρθῷ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΔΓ ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑΔ, καὶ ἔστω κέντρον τὸ Ε, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, καὶ νοείσθωσαν κῶνοι βάσιν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύ-

---

6 *ΑΗΓ*] BG, *ΛΗΓ* A. **7** *τῷ ΑΒΓ*] *Basil.*, om. AB. **11** *ἔλασσον*] BG, om. A. **19** *τό*] *Basil.*, *τον* A. **23** *ΒΑΔ*] A, *ΒΑ ΑΔ* B. **27** *βάσιν*] AB, *βάσιν μέν Torellius.*

fiat enim

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB;$$

itaque conus ΓAH aequalis est segmento sphaerae $AB\Gamma$ [prop. 2]. et quoniam

$$\Theta K : K\Lambda = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z\text{[1]}) = HZ : ZB = \text{conus}$$

$AH\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$ [I lemm. 1 p. 72], et conus $AH\Gamma$ aequalis est segmento sphaerae $AB\Gamma$, erit, ut segmentum $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$, ita $\Theta K : K\Lambda$.

VIII.

Si sphaera plano non per centrum ducto secatur, maius segmentum ad minus minorem rationem habet quam duplicem, quam habet superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.[2])

sit sphaera et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$ et diametrus $B\Delta$, seceturque plano per $A\Gamma$ ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari, et maius sphaerae segmentum sit $AB\Gamma$; dico, segmentum $AB\Gamma$ ad $A\Delta\Gamma$ minorem quam duplicem rationem habere quam superficiem segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

ducantur enim BA, $A\Delta$, et centrum sit E, fiat autem

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$$

et

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

et fingantur coni basim habentes circulum circum $A\Gamma$ diametrum descriptum, uertices autem Θ, H puncta; conus igitur $A\Theta\Gamma$ aequalis erit segmento sphaerae $AB\Gamma$ et conus $A\Gamma H$ segmento $A\Delta\Gamma$ [prop. 2], et superficies segmenti

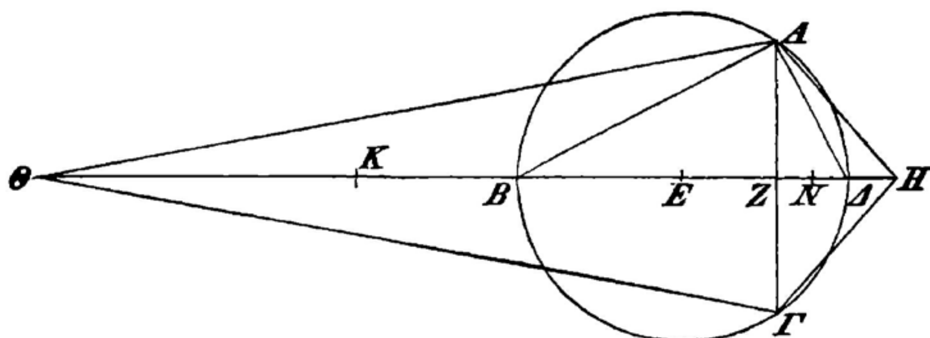
1) Nam $\Theta\Lambda : \Lambda K = E\Delta : \Delta Z$; tum *συνθέντι* (Eucl. V, 18).

2) *Εἴ κα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ . . ., τὸ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον*, *Περὶ ἑλίκ.* praef.; u. NJS. XI 396 sq.

κλον, κορυφὰς δὲ τὰ Θ, Η σημεῖα· ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΘΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΓΗ τῷ ΑΔΓ, καί ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος· τοῦτο γὰρ προγέγραπται [δεικτέον, ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. λέγω, ὅτι καὶ ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς [μὲν] συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ [ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΖΔ], ἔσται καί, ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ· ἴση γὰρ ἡ ΒΕ τῇ ΔΕ [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται]. πάλιν, ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς ΒΖ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἔστω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΒΚ· δῆλον γάρ, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΘΒ τῆς ΒΕ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΔ· καὶ ἔσται, ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ. ὡς δὲ ἡ ΖΒ πρὸς ΖΔ, ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΚΒ· ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ὡς δὲ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἐδείχθη ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ· ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ [τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς

4 *ἀπό*] B, om. A. 11 *διπλάσιον*] *διπλασίονα* Eutocius. 25 *ἡ ΘΒ* (pr.)—27 *πρός*] A, mg. B².

$AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $A\Delta\Gamma$ eam rationem habet, quam $BA^2 : A\Delta^2$; hoc enim antea demonstratum est.[1]) dico, etiam[2]) conum $A\Theta\Gamma$ ad $AH\Gamma$, hoc est $\Theta Z : ZH$



[I lemm. 1 p. 72], minorem quam duplicem rationem habere quam $BA^2 : A\Delta^2$, hoc est $BZ : Z\Delta$ [u. Eutocius]. et quoniam $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$, erit etiam

$$BZ : Z\Delta = \Theta B : BE;$$

nam $BE = \Delta E$.[3]) rursus, quoniam

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

sit $BK = BE$; adparet enim, esse $\Theta B > BE$, quia $BZ > Z\Delta$; et erit $KZ : ZB = HZ : Z\Delta$.[4]) sed

$$ZB : Z\Delta = \Theta B : BE,$$

ut demonstratum est, et $BE = KB$; quare

$$\Theta B : BK = KZ : ZH.\text{[5])}$$

et quoniam $\Theta Z : ZK < \Theta B : BK$ [u. Eutocius], et demonstratum est, esse $\Theta B : BK = KZ : ZH$, erit

1) Demonstratum est (I, 42—43), superficies segmentorum aequales esse circulis, quorum radii sint BA, $A\Delta$; sed circuli illi inter se rationem habent, quam $BA^2 : A\Delta^2$ (Eucl. XII, 2).

2) Hoc est: sicut segmenta $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$, p. 210 lin. 18 sq.

3) Nam διελόντι (Eucl. V, 17)

$$E\Delta : \Delta Z = \Theta B : ZB = BE : \Delta Z;$$

tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

4) Quia $EB + BZ = BK + BZ = KZ$.

5) Nam ἐναλλάξ est (Eucl. V, 16) $KZ : ZH = ZB : Z\Delta$.

ΖΗ] ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ [τὸ δὲ ἀπὸ ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ]· ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ [ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ]· τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΖΔ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΕΔ· ἡ ΖΒ ἄρα πρὸς ΒΕ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΖ· ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΖΒ τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΒΕ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΒΚ. ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ ΒΝ τῷ ὑπὸ ΘΒΚ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. τὸ δὲ ἀπὸ ΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ [καὶ τὸ ἀπὸ ΘΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, τουτέστιν ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ]· ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ΚΖ πρὸς ΖΗ [τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει]. καί ἐστιν, ὡς μὲν ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ, ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ κῶνον, τουτέστι τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΔΓ τμῆμα, ὡς δὲ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος· ὥστε τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

---

5 *ἡ ΚΖ* (alt.) — 7 *ΖΔ*] del. *Basil.* (*ἡ ΚΖ* in qve ergo

$$\Theta Z : ZK < KZ : ZH;$$

quare $\Theta Z \times ZH < ZK^2$ [u. Eutocius]. itaque

$$\Theta Z \times ZH : ZH^2 < KZ^2 : ZH^2 \text{ [u. Eutocius]};^{1)}$$

quare $\Theta Z : ZH$ minorem quam duplicem rationem habet quam $KZ : ZH$; et hoc quaerebamus.[2] et quoniam $BE = E\Delta$, erit $BZ \times Z\Delta < BE \times E\Delta$ [u. Eutocius]; itaque $ZB : BE < E\Delta : \Delta Z$ [u. Eutocius], h. e. $< \Theta B : BZ$;[3] quare $ZB^2 < \Theta B \times BE$,[4] hoc est $< \Theta B \times BK$. sit

$$BN^2 = \Theta B \times BK;$$

erit igitur $\Theta B : BK = \Theta N^2 : NK^2$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta Z^2 : ZK^2 > \Theta N^2 : NK^2 \text{ [u. Eutocius]};$$

itaque $\Theta Z : ZH$ ratio maior quam sesquialtera est quam ratio $KZ : ZH$ [u. Eutocius]. et ut $\Theta Z : ZH$, ita conus $A\Theta\Gamma$ ad conum $AH\Gamma$ [p. 212, 10], hoc est segmentum $AB\Gamma$ ad segmentum $A\Delta\Gamma$ [p. 212, 1 sq.]. est autem $KZ : ZH = BZ : Z\Delta$ [p. 213 not. 5] $= BA^2 : A\Delta^2$ [p. 212, 12], hoc est superficies segmenti $AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $A\Delta\Gamma$ [p. 213 not. 1]; ergo segmentum maius ad minus minorem quam duplicem rationem habet quam superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

---

1) Ex eius adnotatione adparet, Archimedem scripsisse lin. 1: ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ KZ πρὸς κτλ.

2) Quaerebatur proprie

$$Z\Theta : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2$$

(p. 212, 9—12); sed est (p. 213 not. 5)

$$KZ : ZH = BZ : Z\Delta, \text{ h. e. } KZ^2 : ZH^2 = BZ^2 : Z\Delta^2$$
$$\text{siue } \Theta Z : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2.$$

3) Nam $E\Delta : \Delta Z = \Theta B : BZ$ (p. 213 not. 3).

4) Cfr. Quaest. Arch. p. 45; Eutocius ad p. 212, 27.

---

tz mut. B²). 13 ΘBK] B², $B\Theta K$ AB. 15 ἀπό (alt.)] B, om. A. 25 ὥστε] B², *Hauber*, αλλ' οτε AB.

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΑΓ· λέγω, ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΔΑΒ πρὸς τὸ ἔλασσον τὸ ΒΓΔ ἐλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΔ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΒΓΔ τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΒΓ· ὁ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγος ὁ τοῦ κύκλου ἐστίν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΒΓ, τουτέστιν ὁ τῆς ΑΘ πρὸς τὴν ΘΓ. κείσθω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκατέρα τῶν ΑΖ, ΓΗ. ὁ δὴ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ [ἡ] βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτήν, κορυφὴν δὲ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ΒΑΔ τμήματος λόγος πρὸς τὸν ΒΑΔ κῶνον ὁ τῆς ΗΘ ἐστι πρὸς ΘΓ, ὁ δὲ τοῦ κώνου πρὸς τὸν κῶνον ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, ὁ δὲ τοῦ ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ τμῆμα τὸ ΒΓΔ ὁ τῆς ΑΘ ἐστι πρὸς ΘΖ· ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ καὶ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ ἐστι πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΗΘ, ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς

9 *δέ*] fort. *δή*. 10 *ἐστίν*] A, supra scr. B[2]. 12 *ἡ ΒΓ*] B, *προς ΗΒΓ* A. *ΘΓ*] B, *ΑΓ* A. 14 *δή*] scripsi, *δε* AB. 16 *ἡ*] A, om. Eutocius. 18 *κῶνον τόν*] Eutocius, *κωνον* A. 26 *ΗΘΑ*] e corr. B, *ΗΑΘ* A. *ἐστιν* G. *τὸ ἀπό*] Eutocius, e corr. B, *την* A. 27 *ΘΓ*] e corr. B, *ΗΘ ΘΓ* A.

ALITER.[1]

Sit sphaera, in qua circulus maximus *ΑΒΓΔ*, diametrus autem *ΑΓ*, centrum autem *Ε*, et secetur plano per *ΒΔ* ad *ΑΓ* perpendiculari; dico, segmentum maius *ΔΑΒ* ad minus *ΒΓΔ* minorem quam duplicem rationem habere, quam habeat superficies segmenti *ΑΒΔ* ad superficiem segmenti *ΒΓΔ*, maiorem autem quam sesquialteram.

ducantur enim *ΑΒ*, *ΒΓ*; ratio igitur superficiei ad superficiem ea est, quam habet circulus, cuius radius est *ΑΒ*, ad circulum, cuius radius est *ΒΓ* [I, 42—43], hoc est *ΑΘ* : *ΘΓ*.[2]) ponatur radio circuli aequalis utraque recta *ΑΖ*, *ΓΗ*. ratio igitur segmenti *ΒΑΔ* ad segmentum *ΒΓΔ*[3]) composita est ex ratione, quam habet segmentum *ΒΑΔ* ad conum, cuius basis est circulus circum diametrum *ΒΔ* descriptus, uertex autem punctum *Α*, et ratione, quam habet idem conus ad conum basim habentem eandem, uerticem autem punctum *Γ*, et ratione, quam hic conus, quem ⟨ultimo loco⟩ commemorauimus, ad segmentum *ΒΓΔ* habet [u. Eutocius]. sed segmentum *ΒΑΔ* ad conum *ΒΑΔ* eam habet rationem, quam *ΗΘ* : *ΘΓ* [prop. 2 coroll.], conus uero ad conum eam, quam *ΑΘ* : *ΘΓ* [I lemm. 1 p. 72], conus autem *ΒΓΔ* ad segmentum *ΒΓΔ* eam, quam *ΑΘ* : *ΘΖ* [prop. 2 coroll.; Eucl. V, 7 coroll.; u. Eutocius]. sed ratio ex

---

1) Haec demonstratio, quam etiam Eutocius habuit, priore neque clarior neque breuior est. sed cum uerba ipsa pessime deprauata esse constet, ueri simile est, tenorem quoque demonstrationis a transscriptore dilatatum et amplificatum esse (NJS. XI p. 395—96, Quaest. Arch. p. 75—76).

2) Nam circuli inter se rationem habent, quam $AB^2 : B\Gamma^2$ (Eucl. XII, 2); tum u. p. 212, 12.

3) Eutocius multis locis aliam scripturam et sine dubio plerumque genuinam praebet, quamquam propter genus commentandi non semper constat, utrum ipsa uerba Archimedis adferat necne: lin. 15 *ΒΓΔ τμῆμα, σύγκειται ἔκ τε τοῦ*, 21 *λόγος* om., 22 *ΒΑΔ κώνου* et *ΒΓΔ κῶνον*, 23 *ΑΘ ἐστι, τὸ ΒΓΔ τμῆμα*, 24 *συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ*, 25 *ΘΓ μετὰ τοῦ τῆς*, 26 *τῶν* om., 27 *ΗΘΑ*, *ΓΘ*, p. 218, 1 *ὑπὸ ΗΘΑ*, 2 *ΓΘ*, *τῶν* om., 3 *τὴν ΘΑ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπί*, 4 *ΑΘ*, 5—6 *ἐλάσσονα ἢ δι-*

ΘΖ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐστιν ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστι ἐπὶ τὴν ΘΗ· ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ διπλασίου [τοῦ δὲ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ διπλασίων ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ]. τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. ὅτι ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. ὅτι ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΘΗ.

φημὶ δή, ὅτι καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας λόγου. ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ, τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον· φημὶ δή, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ [ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον, τουτέστιν] ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον, τουτέστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ καὶ ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ

---

1 *ἐπί*] Eutocius, B^2, *προς* A. 2 *ἐπί* (alt.)] Eutocius, B^2, *προς* A. 3 *ἐπί*] Eutocius, B^2, *προς* A. 5 *ΘΖ*] Eutocius, e corr. B, *ΑΖ* A. 6 *διπλασίου—ΘΓ*] B^2, om. AB. 8 *ἐλάσσονα*—10 *ΘΗ*] Eutocius, B^2, om. AB. 10 *μεῖζόν*] H, *μειζων* A. 13 *δή, ὅτι*] B^2, mg. G, *διοτι* AB. 18 *κύβου*] Eutocius, e corr. BG, *κυκλου* A. 19 *κύβον*] Eutocius, e corr. BG, *κυκλον* A. *τό*] Eutocius, B, *του* A. 20 *ὁ*] *Torellius*, *η ο* A. 22 *ἀπό* (pr.)] Eutocius, om. AB. 23 *ἀπό* (pr.)] Eutocius, B^2, om. AB. 24 *ΘΒ*] A, *bt* B.

$H\Theta : \Theta\Gamma$ et $A\Theta : \Theta\Gamma$ composita $= H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ [u. Eutocius], et $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ una cum $A\Theta : \Theta Z$

$$= (H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z \text{ [u. lemma Eutocii]},$$

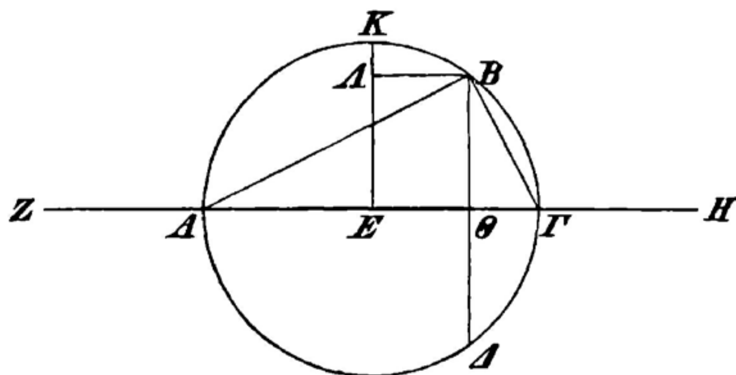
et

$$(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A \langle : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z \rangle$$
$$= \Theta A^2 \times \Theta H \langle : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z \rangle$$

[ibid.]; itaque ⟨demonstrandum est⟩, esse

$$\Theta A^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z < A\Theta^2 : \Theta\Gamma^2,$$

hoc est $< A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta H$ [u. Eutocius].[1]) quare ⟨demonstrandum est,⟩ esse $\Gamma\Theta^2 \times Z\Theta > \Gamma\Theta^2 \times \Theta H$ [u.



Eutocius]. ⟨demonstrandum⟩ igitur, esse $Z\Theta > \Theta H$ [quod constat; u. Eutocius].

dico igitur, etiam maius segmentum ad minus maiorem

πλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, 8 ΓΘ, 10—11 ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ μεῖζόν ἐστι τοῦ, 12 ΖΘ, 13 καί om., 14 ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου, 17 ΓΘ, ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου, 18 ἀπὸ τῆς ΒΓ, 19 φημὶ οὖν, 22 ἀπὸ τῆς ΘΒ, 23 ΘΒ, p. 220, 2 τῶν om., 3 τῶν om., ΒΘΓ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπί, 4 τῶν om., 5 ἄρα om., 8 ΓΘΒ, οὖν om., 9 ΓΘ, 10 τῶν om., ΘΗ, 11 ΓΘΒ, 12 ἥπερ ἡ ΘΗ, 17 ΘΑ, 18 δεῖ ἄρα δεῖξαι, 20 ΗΘ, 25 ὅτι ἡ ΓΗ τουτέστιν ἡ ΚΕ, p. 222, 1 καί om., 2 ἥπερ αὐτὴ ἡ. ante ὅτι p. 218, 3 Nizzius addi uoluit φημὶ δέ; similia in hoc ὅτι saepe de suo addit Eutocius.

1) τοῦ δέ lin. 6—7 ΘΓ ab Eutocio sumpsit interpolator. de forma supplementi lacunae lin. 8—10 dubito. lin. 7 ὅτι ἄρα

ἀπὸ ΘΒ προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘΒ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· φημὶ δή, ὅτι [ἄρα] τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ [τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τουτέστι] τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΗΘ· ὃ ταὐτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ [δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ].

ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ καὶ ἀπὸ τοῦ Β κάθετος ἐπ᾽ αὐτὴν ἡ ΒΛ· ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΘ, ΚΕ· δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς ΘΗ τῆς ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΕ τῆς ΕΛ ἴσης τῇ ΒΘ, δεήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΑΘ, ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΘΑ, τουτέστιν ἡ ΛΕ πρὸς ΘΑ, καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ

1 ὁ] Eutocius, e corr. B, ο δε A. 3 ΒΘΓ] Eutocius, B[2], ΘΒΓ A. 4 ΒΘΓ] Eutocius, B[2], ΘΒΓ A. 7 πρός—ΑΘ] A, mg. B[2]. ὑπό] *Torellius*, απο AB[2]. 14 Ε—15 τοῦ] Eutocius, B[2], om. AB. 15 ΒΛ] Eutocius, B, ΒΔ A. ἡμῖν] Eutocius, B[2], μειναι A. 16 δεῖ, ὅτι] Eutocius, B[2], διοτι AB. 18 δεῖ, ὅτι] HB[2], διοτι A. 19 ΓΘ] A, ′*tg*′ B. 23 ΓΘ] A, *tg* B.

quam sesquialteram rationem habere quam superficies inter se. sed demonstratum est, rationem, quam inter se habent segmenta, esse

$$= A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z,$$

ratio autem $AB^3 : B\Gamma^3$ sesquialtera est quam ratio, quam superficies inter se habent [u. Eutocius]; dico igitur,

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z$$

rationem maiorem esse quam

$$A\Theta^3 : \Theta B^3 \text{ [u. Eutocius]},$$

hoc est

$$> (A\Theta^2 : B\Theta^2) \times (A\Theta : \Theta B) \text{ [u. Eutocius]}.$$

uerum

$$(A\Theta^2 : \Theta B^2) \times (A\Theta : \Theta B) = A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B$$

[u. Eutocius], et

$$A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B = A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H$$

[u. Eutocius]; dico igitur, esse

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z > A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H.$$

demonstrandum igitur, esse

$$\Gamma\Theta^2 \times \Theta Z < (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H \text{ [u. Eutocius]};$$

quod idem est, ac si demonstramus, esse

$$\Gamma\Theta^2 : B\Theta \times \Theta\Gamma < H\Theta : \Theta Z \text{ [u. Eutocius].}$$ [1])

ducatur ab E puncto ad $E\Gamma$ perpendicularis EK et a B puncto ad eam perpendicularis $B\Lambda$; restat, ut demonstremus, esse $H\Theta : \Theta Z > \Gamma\Theta : \Theta B$ [u. Eutocius]. est autem $\Theta Z = \Lambda\Theta + KE$ [u. Eutocius]; itaque demonstrandum est, esse $H\Theta : \Theta\Lambda + KE > \Gamma\Theta : \Theta B$; quare etiam sub-

---

τὸ ἀπό habuisse uidetur Eutocius; quia ergo quod corr. ex quod ergo B^2.

1) Uerba sequentia δεῖ lin. 12 — ΘB lin. 13 ex Eutocio huc translata sunt, propter lin. 15—17 superuacua. his deletis uerba ἐπίλοιπον lin. 15 — ΘB lin. 17, quae habet Eutocius, retinenda sunt.

συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΘΑ πρὸς ΘΑ, καὶ διελόντι ἡ ΚΛ πρὸς ΛΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΚΛ πρὸς ΘΑ. ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛΕ τῆς ΘΑ.

ϑ'.

Τῶν τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμισφαίριον.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΕΖΗΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΗ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ἔστω δὲ τὰ μὲν τέμνοντα ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς ΑΓ, ΕΗ διαμέτρους, καὶ τετμήσθωσαν κατὰ τὰς ΔΒ, ΖΘ γραμμάς· ἔστιν δὴ τὸ μὲν κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον [τῶν δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τομῶν ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ ϑ σημεῖον, μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασσον ἡμισφαιρίου], ἴσαι δὲ ἔστωσαν αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι· λέγω οὖν, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν ἡμισφαίριον τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματος.

ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων, φανερόν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΕΖ εὐθείᾳ [δέδεικται γὰρ ἑκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθείᾳ ἀγομένῃ ἐπὶ

---

1 *ΘΑ* (alt.)] Eutocius, B, *ΘΛ* A. **4** *ϑ'*] BH[2], *ιδ'* A. **13** *ἔστιν*] *ἔστω Nizzius;* sed respicitur ad lin. 10 sq. **16** *τομῶν*] AB, *τμημάτων* B[2], *Nizzius.* **17** *ϑ*] *ϑ* · ς · (· ς · in ras.) B, $\bar{c}$ A. **18** *αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι· λέγω οὖν*] *Basil.*, om. AB.

tracta a ΘH recta $\Gamma\Theta$ et a KE recta $E\Lambda$ aequali rectae $B\Theta$[1]) demonstrandum erit, esse

$$\Gamma H : \Lambda\Theta + K\Lambda > \Gamma\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius]},$$

hoc est $> \Theta B : \Theta\Lambda$,[2]) hoc est $> \Lambda E : \Theta\Lambda$, et permutando, esse $KE : E\Lambda > K\Lambda + \Theta\Lambda : \Theta\Lambda$,[3]) et dirimendo $K\Lambda : \Lambda E > K\Lambda : \Theta\Lambda$.[4])

ergo ⟨demonstrandum est,⟩ esse

$$\Lambda E < \Theta\Lambda \text{ [Eucl. V, 10].}^{5)}$$

IX.

Omnium segmentorum sphaerarum, quae aequali superficie continentur, maximum est hemisphaerium.[6])

sit $AB\Gamma\Delta$ circulus sphaerae maximus et diametrus eius $A\Gamma$, et alia sphaera sit, cuius circulus maximus sit $EZH\Theta$, diametrus autem eius EH, et secetur plano altera sphaera per centrum, altera autem non per centrum, planaque secantia ad diametros $A\Gamma$, EH perpendicularia sint, sectiones autem ⟨earum cum circulis⟩ sint rectae[7]) ΔB, $Z\Theta$; itaque segmentum sphaerae in arcu $ZE\Theta$ positum hemisphaerium est, segmentum autem in arcu $BA\Delta$ positum maius hemi-

---

1) Horum uerborum formam singularem (p. 220, 20—21) propter Eutocium mutare non audeo.

2) Nam $\Gamma\Theta : \Theta B = \Theta B : \Theta\Lambda$; ZMP. XXIV p. 181 nr. 16.

3) Nam $KE = \Gamma H$; tum u. Pappus VII, 47 p. 686.

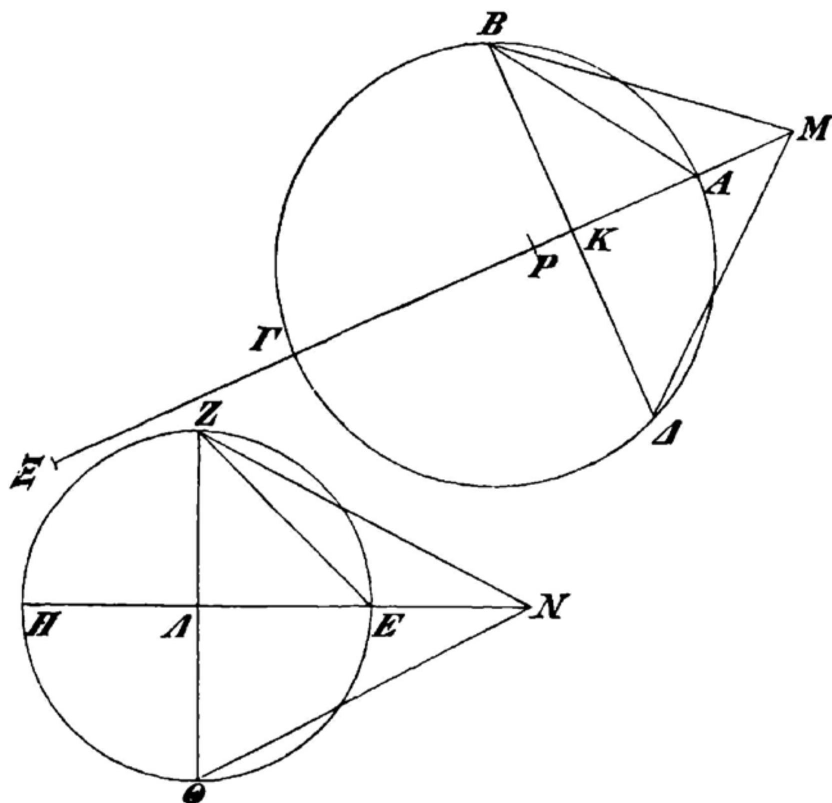
4) U. supra p. 209 not. 2.

5) Conclusionem hic et p. 218, 12 omissam Eutocius nec habuisse nec desiderasse uidetur. idem synthesim utriusque partis de suo addit (lin. 3 habet: *τουτέστιν ὅτι ἐλάσσων ἡ ΛΕ τῆς ΘΛ ἐστιν*. lin. 1 concinnius esset *διελόντι ὅτι*, sed *ὅτι* etiam apud Eutocium deest).

6) *Τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων*, *Περὶ ἑλίκ.* praef.

7) Pro uerbis *καί — γραμμάς* lin. 13, in quibus offendit et subiectum *οἱ κύκλοι* omissum et falsum *γραμμάς* pro *εὐθείας*, et quod *μέν* lin. 11 non habet, quo referatur, Archimedes scripserat *αἱ δὲ τομαὶ ἔστωσαν αἱ ΔΒ, ΖΘ*.

τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡμίσεος κύκλου ἡ ΒΑΔ περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ ϐ σημεῖον]· δῆλον δέ, ὅτι ἡ ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων δυνάμει τῆς ΑΚ, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασίων δυνάμει. ἔστω δὴ ἡ ΒΑ τῆς ΑΡ διπλασία



δυνάμει, ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΔ κύκλου ἴση ἡ ΓΞ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΞ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἐχέτω ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ, ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κῶνος ἔστω κορυ-

1 ὅς] G, ο A. 2 *ἡμίσεως Heiberg;* corr. *Stamatis.* 3 ϐ] ϐ · ς · B, Γ A. 4 *δέ*] Eutocius, om. transsscriptor (AB). 6 *ἔστω δή—7 δυνάμει*] addidi cum B², om. AB. 10 *τοῦ*] addidi, om. A.

sphaerio,[1]) superficies uero segmentorum, quae commemorauimus, aequales sint;[2]) dico igitur, hemisphaerium in $Z E \Theta$ arcu positum maius esse segmento in $B A \Delta$ arcu posito.

nam quoniam aequales sunt superficies segmentorum,

adparet, esse $BA = EZ$ [I, 42—43; Eucl. XII, 2]; adparet autem,[1]) esse

---

1) Ex Eutocio comperimus, Archimedem lin. 4—6 scripsisse δῆλον δέ, ὅτι ἡ BA τῆς μὲν AK ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασία δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασία. unde sequitur (δῆλον δέ), uerba lin. 2 καὶ ἐπεί — 3 σημεῖον transscriptoris esse. sic oritur suspicio, Archimedem duas figuras omnino non dedisse, sed segmento maiore contentum fuisse, et uerba τῶν p. 222, 15—18 ἡμισφαιρίου, quorum forma, etiamsi pro τομῶν reponatur τμημάτων, pessima est, ipsa quoque ab interpolatore profecta esse, qui idem extremam partem Eutocii ad lin. 4 sqq. adnotationis addidisse putandus est; nec altera figura praeterea respicitur. Archimedes pro p. 222, 15—18 scripserat: τὸ δὲ κατὰ τὴν $B A \Delta$ περιφέρειαν τμῆμα μεῖζον ἡμισφαιρίου. uerba p. 224, 6 a me addita propter p. 226, 9 necessaria sunt; praeterea uerba praecedentia lin. 4 sq. eo spectant, ut demonstretur, punctum P inter centrum et punctum K cadere, et ita demum ἔστω δὲ καί lin. 7 habet, quo referatur.

2) Supplementum editionis Basil. p. 222, 18 dubium est; sed aequalitas superficierum hic commemoranda erat.

φὴν ἔχων τὸ Μ σημεῖον· ἴσος δή ἐστιν οὗτος τῷ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω καὶ τῇ ΕΛ ἴση ἡ ΕΝ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον· ἴσος δὴ καὶ οὗτός ἐστι τῷ κατὰ τὴν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡΓ μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚΓ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΡ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΓΞ· ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ· μεῖζον οὖν ἐστι καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου [τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΓΑΡ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΞΚΑ]. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΞΚΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚΓ [ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑΡ τοῦ ὑπὸ τῶν ΜΚΓ]· ὥστε μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς [τὴν] ΚΓ ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς [τὴν] ΑΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς [τὴν] ΓΚ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ· δῆλον οὖν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ΛΝ· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ἢ ἡ ΜΚ πρὸς [τὴν] ΝΛ. ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ

---

6 *δέ*] Eutocius, B², *δη* AB. **7** *μεῖζόν*] Eutocius, G, e corr. H, *μειζων* A. **9** *τό*] Eutocius, B, mg. G, *τῳ* A. **10** *ΑΚ, ΛΞ*] Eutocius, B², *ΑΞ* A(B). **11** *μεῖζον*] Eutocius, BG, *μειζων* A. **13** *ΞΚΑ*] B², *ΞΑΚ* A. **14** *ΜΚΓ*—**15** *τὸ ὑπὸ τῶν*] *Basil.*, om. AB (*mkg* in ras. B², seq. ras. 12 litt. et deinde quare que *ga* h. e. lin. 15—16). **20** *ΑΡ—ἀπό*] *Basil.*, om. AB, *azl* ad id quod mg. B². **22** *ΛΝ*] e corr. B, *ΛΗ* A. **24** *ΜΚ*] B, *ΗΜΚ* A. *ΝΛ*] e corr. B, *ΜΛ* A. *μείζων*] GH, *μειζον* A.

$$BA^2 < 2AK^2,$$

sed maiorem duplici quadrato radii [u. Eutocius]. ⟨iam sit $BA^2 = AP^2$,⟩ sit autem etiam $\Gamma\Xi$ radio circuli $AB\Delta$ aequalis, et sit $\Gamma\Xi : \Gamma K = MA : AK$, et in circulo circum $B\Delta$ diametrum descripto construatur conus uerticem habens punctum M; is igitur segmento sphaerae in arcu $BA\Delta$ posito aequalis erit.[1]) sit praeterea $EN = E\Delta$, et in circulo circum diametrum ΘZ descripto construatur conus uerticem habens punctum N; quare etiam is hemisphaerio in arcu ΘEZ posito aequalis est [u. Eutocius]. est autem

$$AP \times P\Gamma > AK \times K\Gamma,$$

quia minus latus minore latere alterius rectanguli maius habet [u. Eutocius], et $AP^2 = AK \times \Gamma\Xi$; est enim $= \frac{1}{2}AB^2$ [u. Eutocius]; itaque etiam

$$AP \times P\Gamma + AP^2 > AK \times K\Gamma + AK \times \Gamma\Xi \text{ [u. Eutocius].}$$

uerum

$$MK \times K\Gamma = \Xi K \times KA \text{ [u. Eutocius];}$$

quare $\Gamma A : K\Gamma > MK : AP$ [u. Eutocius].[2]) sed

$$A\Gamma : \Gamma K = AB^2 : BK^2 \text{ [u. Eutocius];}$$

adparet igitur, esse $\frac{1}{2}AB^2 : BK^2 > MK : 2AP$, hoc est

$$AP^2 : BK^2 > MK : \Delta N \text{ [u. Eutocius];}$$

quare etiam circulus circum diametrum $Z\Theta$ descriptus ad circulum circum diametrum $B\Delta$ descriptum maiorem ratio-

---

1) Nam συνθέντι (Eucl. V, 18) est $K\Xi : \Gamma K = MK : AK$; tum u. prop. 2.

2) Ex eo adparet, Archimedem τήν lin. 16 et 17 ter et ante $N\Delta$ lin. 24 omisisse. praeterea lin. 16 $A\Gamma$ πρὸς ΓK, lin. 23 ΘZ, lin. 24 ἤπερ pro ἤ scripserat (hoc recepit Torellius) et p. 228, 3 τὸν περὶ διάμετρον τὴν $B\Delta$ κύκλον, solito uerborum ordine.

κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Ν σημεῖον, τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, κορυφὴν δὲ τὸ Μ σημεῖον· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν.

---

1 *τήν*] Eutocius, BG, *μεν την* A. 3 *τήν*] Eutocius, B, *μεν την* A. 6 *εξης* add. A. In fine: *Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου β* AB.

nem habet quam $MK : N\Lambda$.[1]) quare conus basim habens circulum circum diametrum $Z\Theta$ descriptum, uerticem autem punctum N, maior est cono basim habenti circulum circum diametrum $B\Delta$ descriptum, uerticem autem punctum M [u. Eutocius]; ergo adparet, etiam hemisphaerium in arcu $EZ\Theta$ positum maius esse segmento in $BA\Delta$ arcu posito [p. 226, 1 sq.].[2])

---

1) Nam $Z\Lambda = AP$ (Eutocius); itaque
$$Z\Lambda^2 : BK^2 > MK : \Lambda N.$$
tum u. Eucl. XII, 2; nam
$$Z\Lambda = \tfrac{1}{2} Z\Theta,\ BK = \tfrac{1}{2} B\Delta.$$

2) Mirum est, Eutocium lin. 4 δῆλον — 6 repetere nulla explicatione addita. crediderim, haec uerba a transscriptore ex Eutocio petita esse, Archimedemque aut nullum (cfr. p. 228 not. 5) aut breuiorem conclusionem addidisse. tum etiam uerba similia p. 226, 19 δῆλον—22 ΛN in suspicionem uocantur, quae suspicio ea re confirmatur, quod Eutocius idem paullo aliter exponit.

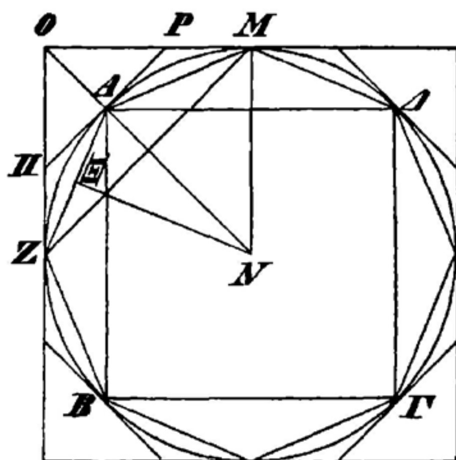
DIMENSIO CIRCULI.

α΄.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε, ὡς ὑπόκειται· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς



ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου· τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν καὶ κάθετος ἡ ΝΞ· ἐλάσσων ἄρα ἡ

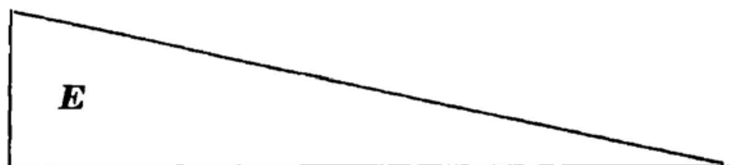
Αρχιμηδους κυκλου μετρησις AB[2], Archimedis Syracusani liber B. 1 α΄] om. AB.

I.

Triangulo rectangulo aequalis est circulus omnis, cuius radius aequalis est alteri laterum rectum angulum comprehendentium, ambitus autem basi.[1])

circulus $AB\Gamma\Delta$ ad triangulum E[2]) ita se habeat, ut propositum est; dico, eum ei aequalem esse.

nam si fieri potest, sit maior circulus, et inscribatur quadratum $A\Gamma$, arcus autem in binas partes aequales diuidantur ⟨et ducantur rectae BZ, ZA, AM, $M\Delta$ cet.⟩,[3]) et



segmenta iam minora sint eo spatio, quo circulus triangulum excedit;[4]) itaque figura rectilinea adhuc maior est tri-

1) Aliam et eam correctiorem huius propositionis formam significat Eutocius: ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιόν φησιν· ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ; et infra: τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον — ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ. citant Hero, Metr. p. 66, 27, Pappus I p. 258, 17; 312, 20; III p. 1158, 22, Proclus in Eucl. p. 423, 3, Anonymus Hultschii 42, 3 p. 265. demonstrationem repetit Pappus V, 6 p. 312—16 ex Zenodoro ap. Theonem in Ptolemaeum p. 12—13 ed. Basil.

2) Archimedes scripserat πρὸς τρίγωνον τὸ E lin. 5.

3) Tale aliquid Archimedes sine dubio addiderat lin. 9. omnino in toto hoc opusculo genus dicendi et exponendi breuitate tam neglegenti laborat, ut manum excerptoris potius quam Archimedis agnoscas.

4) Hoc fieri potest per Eucl. XII, 2 p. 144, 6 sqq. collata X, 1. cfr. De sph. et cyl. I, 6 p. 20.

ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. ἔστιν δὲ καὶ ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου· ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ Ε τριγώνου· ὅπερ ἄτοπον.

ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων τοῦ Ε τριγώνου, καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ. ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἐστιν μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ τῇ ΡΑ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ. λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἔτι ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον τοῦ Ε ἐστιν ἔλασσον· ὅπερ ἄτοπον· ἔστιν γὰρ μεῖζον, ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου. ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ.

β΄.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ιδ.

ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓΗ, καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ ἡ ΔΕ, ἕβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν κα πρὸς ζ, πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν, τὸ ΑΓΖ πρὸς τὸ ΑΓΔ ἐστιν, ὡς κβ πρὸς ζ. ἀλλὰ τοῦ ΑΓΔ τετρα-

---

5 *δέ*] AB, fort. *δή*. *ἐλάσσων*] B, mg. G, *μειζων* A. 6 *περιγεγράφθω*] in -*γράφθω* inc. C. 9 *τῇ*] BCGH, *της* A. 11 *μεῖζόν*] A, *μείζων* (C). *λελείφθωσαν*] AC, accipiantur B. 12 *τομεῖ*] A(C), sectores B. 16 *τριγώνου*] in *τρι*- des. (C). 18 *β΄*] om. AB. 25 *πρὸς ἕν*] rursus inc. C. 26 *τοῦ*] AB, *τό* C.

angulo. sumatur centrum N, et perpendicularis ⟨ducatur⟩ $N\Xi$; itaque $N\Xi$ minor est latere[1]) trianguli. sed etiam perimetrus figurae rectilineae minor est reliquo latere, quia etiam ambitu circuli minor est [De sph. et cyl. I p. 10]; itaque figura rectilinea minor est triangulo E [ZMP. XXIV p. 180 nr. 12]; quod fieri nequit.

sit autem circulus, si fieri potest, minor triangulo E, et circumscribatur quadratum, et arcus in binas partes aequales secentur, per puncta autem ⟨sectionum⟩ rectae contingentes ducantur; itaque $\angle\, OAP$ rectus est [Eucl. III, 18]. quare $OP > MP$; nam $MP = PA$ [ZMP. XXIV p. 181 nr. 15]; itaque etiam triangulus $PO\Pi > \frac{1}{2} OZAM$.[2]) relinquantur segmenta segmento[3]) ΠZA similia minora eo spatio, quo E triangulus circulum $AB\Gamma\Delta$ excedit;[4]) itaque figura rectilinea circumscripta adhuc minor est triangulo E; quod fieri nequit; est enim maior, quia NA aequalis est catheto trianguli, perimetrus autem maior basi trianguli.[5]) ergo circulus aequalis est triangulo E.

II.

Circulus ad diametrum quadratam eam rationem habet, quam 11 : 14.[6])

sit circulus, cuius diametrus sit AB, et circumscribatur quadratum ΓH, et sit $\Delta E = 2\Gamma\Delta$, $EZ = \frac{1}{7}\Gamma\Delta$. iam quoniam est $A\Gamma E : A\Gamma\Delta = 21 : 7$, sed $A\Gamma\Delta : AEZ = 7 : 1$ [Eucl. VI, 1], erit

1) τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς (h. e. catheto) lin. 1 obscurius quam pro more Archimedis dictum est.

2) Nam $OAP > APM$ (Eucl. VI, 1) et
$$OAP = \tfrac{1}{2} PO\Pi,\ PAM = A\Pi Z.$$

3) τομεῖ lin. 12 Archimedes non scripsit pro ἀποτμήματι.

4) Cum $PO\Pi > \frac{1}{2} OZAM$, hoc fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. De sph. et cyl. I, 6.

5) Quia maior est ambitu circuli; De sph. et cyl. I, 1.

6) Citant Hero, Metr. p. 66, 6, Pseudohero, Geom. 103.

πλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον, τὸ δὲ ΑΓΔΖ τρίγωνον τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν [ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ βάσις τῆς διαμέτρου τριπλασίων καὶ τῷ ζʹ ἔγγιστα ὑπερέχουσα δειχθήσεται]· ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια̅ πρὸς ιδ̅.

γʹ.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ καὶ κέντρον τὸ Ε καὶ ἡ ΓΔΖ ἐφαπτομένη καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτου ὀρθῆς· ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τ̅ϛ̅ πρὸς ρ̅ν̅γ̅, ἡ δὲ ΕΓ πρὸς [τὴν] ΓΖ λόγον ἔχει, ὃν σ̅ξ̅ε̅ πρὸς ρ̅ν̅γ̅. τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ [καὶ ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι]. ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὥστε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ φ̅ο̅α̅ πρὸς ρ̅ν̅γ̅. ἡ ΕΗ ἄρα

1 ΑΓΔΖ] ABC, ΑΓΖ G et e corr. B. 4 τῷ] B(C)G, του A. ζʹ] ζ̅ C, ἑβδόμῳ μέρει G. 6 ιδ̅] des. C. 7 ηʹ] A, om. B. 15 ὃν] Eutocius, BG, η ον A; post ΓΖ add. maiorem B².

$$A\Gamma Z : A\Gamma\Delta = 22 : 7.$$ [1])

sed $\Gamma H = 4\, A\Gamma\Delta$ [Eucl. I, 34], et triangulus $A\Gamma\Delta Z$ circulo AB aequalis est [prop. 3, prop. 1]; [2]) ergo circulus ad quadratum ΓH eam rationem habet, quam 11 : 14.

III.

Cuiusuis circuli perimetrus diametro triplo maior est et praeterea excedit spatio minore, quam septima pars diametri est, maiore autem quam $\frac{10}{71}$. [3])

sit circulus et diametrus $A\Gamma$ et centrum E et $\Gamma\Delta Z$ recta circulum contingens et $\angle ZE\Gamma$ tertia pars recti; itaque $EZ : Z\Gamma = 306 : 153$ [u. Eutocius] et

$$E\Gamma : \Gamma Z = 265 : 153 \text{ [u. Eutocius]}.$$

iam secetur $\angle ZE\Gamma$ in duas partes aequales recta EH [Eucl. I, 9]; est igitur

$$ZE : E\Gamma = ZH : H\Gamma \text{ [Eucl. VI, 3]}.$$

itaque

$$ZE + E\Gamma : Z\Gamma = E\Gamma : \Gamma H \text{ [u. Eutocius]};$$ [4])

quare

$$\Gamma E : \Gamma H \dot{>} 571 : 153 \text{ [u. Eutocius]}.$$ [5])

---

1) Nam ἀνάπαλιν (Eucl. V, 7 coroll.) $AEZ : A\Gamma\Delta = 1 : 7$; tum componendo (Eucl. V, 18) sequitur proportio. sed poterat statim concludi ex Eucl. VI, 1; nam $\Gamma Z = (3 + \frac{1}{7})\Gamma\Delta = \frac{22}{7}\Gamma\Delta$.

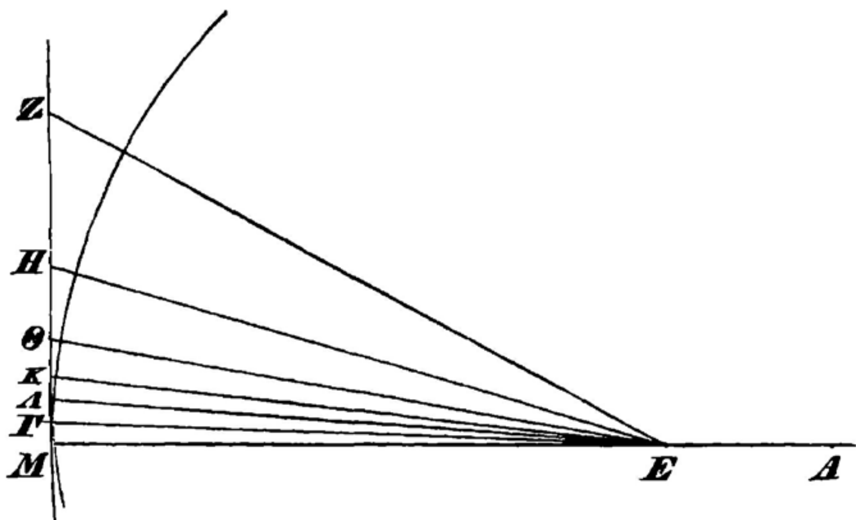
2) Hic locus ἐπεί lin. 2 — 5 δειχθήσεται mire confusus transscriptori tribuendus, qui eum addidit, postquam prop. 2 et 3 permutauit; neque enim Archimedes hanc propositionem ante prop. 3, qua nititur, posuit.

3) Citatur haec propositio a Ptolemaeo, Synt. I p. 513, 4 et Simplicio in Arist. de cael. p. 549, 11. cfr. Hero, Metr. p. 66, 18 et Archimedes, Arenar. I, 19; II, 3.

4) Sequentia uerba lin. 17—18 καὶ ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι a transscriptore ex Eutocio huc prauo ordine illata sunt.

5) Quae Archimedes breuissime omissis computationibus proponit, copiose et perspicue explicat Eutocius; quare satis habui lectorem ad eum reuocare. non paucas scripturas uariantes habet, alias parui momenti, ut lin. 13 ΓEZ, 20 HE,

πρὸς ΗΓ δυνάμει λόγον ἔχει, ὃν $\overset{λδ}{Μ}$ ͵θυν πρὸς $\overset{β}{Μ}$ ͵γυθ· μήκει ἄρα, ὃν φϙα η′ πρὸς ρνγ. πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ



ΗΕΓ τῇ ΕΘ· διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵αρξβ η′ πρὸς ρνγ· ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵αροβ η′ πρὸς ρνγ. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ· ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵βτλδ δ′ πρὸς ρνγ· ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα ἢ ὃν ͵βτλθ δ′ πρὸς ρνγ. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ· ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΛΓ μείζονα [μήκει] λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ͵δχογ ∟′ πρὸς ρνγ. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτου οὖσα ὀρθῆς τέτμηται τετράκις δίχα, ἡ ὑπὸ ΛΕΓ ὀρθῆς ἐστι μη′. κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση πρὸς τῷ Ε ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ ὀρθῆς ἐστι κδ′· καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου πλευρὰ πλευρὰς

2 η′] B², et ita legit Eutocius; om. AB. 4 ἡ] rursus inc. C. 8 μείζονα] Eutocius, B, μειζον A, μείζων CE. 10 μήκει] AB, om. Eutocius, del. *Wallis*. τά] C, Eutocius, om. A. ͵δχογ] CG, e corr. B, ͵δυογ A. ∟′] CB², om. AB. 11 τρί-

itaque

$$EH^2 : H\Gamma^2 = 349450 : 23409 \text{ [u. Eutocius]};$$

quare $EH : H\Gamma = 591\frac{1}{8} : 153$. rursus secetur eodem modo $\angle HE\Gamma$ recta $E\Theta$; propter eadem igitur erit

$$E\Gamma : \Gamma\Theta > 1162\tfrac{1}{8} : 153 \text{ [u. Eutocius]};$$

quare $\Theta E : \Theta\Gamma > 1172\frac{1}{8} : 153$ [u. Eutocius]. rursus secetur $\angle \Theta E\Gamma$ recta EK; erit

$$E\Gamma : \Gamma K > 2334\tfrac{1}{4} : 153 \text{ [u. Eutocius]};$$

quare $EK : \Gamma K > 2339\frac{1}{4} : 153$ [u. Eutocius]. rursus secetur $\angle KE\Gamma$ recta ΛE; erit igitur

$$E\Gamma : \Lambda\Gamma > 4673\tfrac{1}{2} : 153 \text{ [u. Eutocius]}.$$

iam quoniam $\angle ZE\Gamma$, qui tertia pars est recti, quater in partes aequales diuisus est, $\angle \Lambda E\Gamma$ erit pars duodequinquagesima recti. ponatur[1]) igitur ei aequalis $\angle \Gamma EM$ ad punctum E [Eucl. I, 23]; itaque $\angle \Lambda EM$ pars uicesima quarta est recti; quare recta ΛM latus est polygoni 96 latera habentis cir-

p. 238, 3 ΘE, 8 *πρὸς τὴν* ΓK, 9 $E\Lambda$, p. 240, 15 AH] AZH, 22 ΓB, p. 242, 10 *ἣ δν τά*] *ἥπερ*, alias aperte genuinas uel probabiles, ut p. 236, 15 *τήν* om., p. 238, 8 *μείζονα λόγον ἔχει*, 10 $\Gamma\Lambda$, *μήκει* om., p. 240, 17 *ἄρα τῇ*, 18 *λοιπή*, 19 *λοιπῇ*, *ἐστιν ἴση*, *ἄρα ἐστὶ τὸ* $AH\Gamma$ *τρίγωνον*, 22 pr. *καί* om., p. 242, 6 $\Theta A\Gamma$ *γωνία*, *τήν* om., AK *ἄρα*, 7 *ἄρα* om., 8 *τήν* om., 9 $KA\Gamma$ *γωνία*, *καὶ ἡ* $A\Lambda$, 10 *τήν* om., 12 *ἡ ἄρα τοῦ πολυγώνου περίμετρος*, 13 *τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον*, quibus locis scripturam codicum potius transscriptori quam librario tribuerim. ceterum haud pauca non ad uerbum citat (u. infra not. 1).

1) Quamquam Eutocius habet: *κείσθω οὖν, φησί, ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ* ΓEM, tamen ex sequentibus adparet, eum hic non uerba Archimedis citare, sed suam paraphrasin dare (quamquam p. 240, 1 *τήν* et lin. 3 *διπλασίων* recte omittere uidetur); idem de p. 240, 12—14, 15, 23 sqq.; p. 242, 2—6, 19 sqq. ualet (nisi quod p. 240, 15 fortasse recte *τετμήσθω δίχα*, 24 *τήν* omisit) et fortasse etiam de p. 236, 19 *ὥστε καὶ ἡ* $E\Gamma$ *πρὸς* $H\Gamma$, quae sine adnotatione adiungit.

του] scripsi, *τριτον* A, *τρίτη* (C). 13 *ἴση*] *Wallis*, *ιση η* ABC. 15 *πλευρά*] *Wurm*, om. ABC.

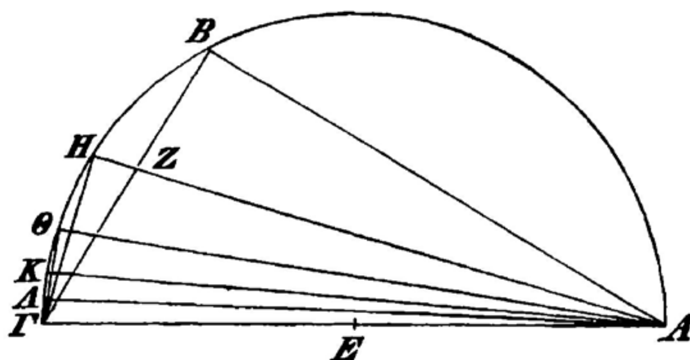
ἔχοντος ϙϛ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ ἐδείχθη μείζονα λόγον ἔχουσα ἤπερ ͵δχογ L' πρὸς ρνγ, ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΔ διπλασίων ἡ ΛΜ, καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ϙϛγώνου περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ͵δχογ L' πρὸς $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$ ͵δχπη. καί ἐστιν τριπλάσια, καὶ ὑπερέχουσιν χξζ L', ἅπερ τῶν ͵δχογ L' ἐλάττονά ἐστιν ἢ τὸ ἕβδομον· ὥστε τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον καὶ ἐλάττονι ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον· ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τρίτου ὀρθῆς· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵ατνα πρὸς ψπ [ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αφξ πρὸς ψπ]. δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ, καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ ἐστιν ἴση. καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή· καὶ τρίτη ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΖΓ τρίτῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΗ ἴση. ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΗΓ τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, [καὶ] συναμφότερος ἡ ΓΑΒ πρὸς ΒΓ· καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. διὰ τοῦτο οὖν ἡ ΑΗ πρὸς [τὴν] ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ, ἡ δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ ἐλάσ-

2 μείζονα] in μεί- des. (C). 4 ϙϛγώνου] scripsi, cfr. p. 242, 16; ϙϛ πολυγωνον AB. 7 ἐστιν ἢ] e corr. B, *Wallis*, εστι A. 9 ἐλάττονι] scripsi, ελαττον AB. 12 δ' A, om. B. 13 hic rursus inc. (C). 14 ατνα] B²G², τνα AB(C). 18 ἄρα] C, εσται AB. 19 ἴση] B², om. ABC. 21 καί] AB, om. C. ΓΖ (pr.)] AB, ΖΓ C. 23 ΑΗ] e corr. BG, ΔΗ A(C).

cum circulum circumscripti. et quoniam demonstratum est, esse $E\Gamma : \Gamma\Delta > 4673\frac{1}{2} : 153$, et $\Delta\Gamma = 2E\Gamma$, $\Delta M = 2\Gamma\Delta$, $\Delta\Gamma$ etiam ad perimetrum polygoni 96 latera habentis maiorem habet rationem quam $4673\frac{1}{2} : 14688$ [u. Eutocius]. quae triplo maiora sunt, et supersunt $667\frac{1}{2}$, quae minora sunt septima parte $4673\frac{1}{2}$; itaque ⟨perimetrus⟩ polygoni circumscripti minor est quam triplo et septima parte maior diametro. ergo ambitus circuli multo magis[1]) minor est quam triplo et septima parte maior diametro.

sit circulus et diametrus $A\Gamma$, et $\angle BA\Gamma$ tertia pars recti; itaque $AB : B\Gamma < 1351 : 780$ [u. Eutocius]. secetur $\angle BA\Gamma$ in duas partes aequales recta AH. iam quoniam $\angle BAH = H\Gamma B$ [Eucl. III, 26] idemque $= HA\Gamma$, erit $H\Gamma B = HA\Gamma$. et communis est $\angle AH\Gamma$ rectus [Eucl. III, 31];



quare etiam reliquus angulus $HZ\Gamma = A\Gamma H$ [Eucl. I, 32]. itaque aequianguli sunt trianguli $AH\Gamma$, ΓHZ; quare [Eucl. VI, 4]

$$AH : H\Gamma = \Gamma H : HZ = A\Gamma : \Gamma Z.$$

sed $A\Gamma : \Gamma Z = \Gamma A + AB : B\Gamma$ [Eucl. VI, 3; u. Eutocius]; quare etiam $\Gamma A + AB : B\Gamma = AH : H\Gamma$. ideo igitur $AH : H\Gamma < 2911 : 780$ [u. Eutocius],[2]) et

1) Perimetrus enim polygoni maior est ambitu circuli; u. De sph. et cyl. I, 1. ἡ δέ lin. 14 — 15 $\overline{\psi\pi}$ non habuisse uidetur Eutocius; et debebat esse ἡ γὰρ $A\Gamma$.

2) Hic, ut saepissime in hac propositione, utitur proportione illa, quam exposui Quaest. Arch. p. 48.

σονα ἢ ὃν ,γιγ L′ δ′ πρὸς ψπ. δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ· ἡ ΑΘ ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ,εϡκδ L′ δ′ πρὸς ψπ ἢ ὃν ,αωκγ πρὸς σμ· ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας δ ιγ′· ὥστε ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΘ ἢ ὃν ,αωλη θ ια′ πρὸς σμ. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ· καὶ ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΓ ἐλάσσονα [ἄρα] λόγον ἔχει ἢ ὃν ,αζ πρὸς ξϛ· ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας ια μ′· ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς [τὴν] ΚΓ ἢ ὃν ,αθ ϛ′ πρὸς ξϛ. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΛΑ· ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς [τὴν] ΛΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ,βιϛ ϛ′ πρὸς ξϛ, ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα ἢ τὰ ,βιζ δ′ πρὸς ξϛ. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ,ϛτλϛ πρὸς ,βιζ δ′, ἅπερ τῶν ,βιζ δ′ μείζονά ἐστιν ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα οα′· καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϟϛγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι οα′· ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι οα′.

ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ ι οα′ μείζων.

---

1 L′] Eutocius, γ′ AB(C). 3 ,εϡκδ] Eutocius, e corr. B, ,ετκδ ABC. L′] Eutocius, e corr. B, ε′ A, 3 B. 4 σμ] B²C, σν AB. ιγ′] B², ιγ′ α′ A(C); δ ιγ′ om. B. 5 ια′] B², om. AB(C). 7 ξϛ] C, e corr. B, σξϛ AB. 8 ἑκατέρας] B², εκατερα ABC. ια μ′· ἡ ΑΓ] B², *Wallis*, οιμαι AB, οιμ(·) C. πρὸς ΓΚ Eutocius. ΚΓ ἢ ὃν] B², *Wurmius*; (ΓΚ) . . (χε)ν C, καταγον A. ,αθ ϛ′] B²C, αος A. 10 ΛΓ] *Wallis*, ΑΓ ABC; πρὸς ΛΓ Eutocius. 13 ,ϛτλϛ] Eutocius, B², *Wallis*, ,ϛτα ϛ′ ABC. 14 ,βιζ (pr.)] e corr. B, ,ζιζ AC. 15 οα′] B, corr. ex ο′ α′ C, ο′ α′ A. 16 ϟϛγώνου] C, ϟϛ πολυγωνον AB. 17 ι οα′] e corr. B, ὂν ο′ ια′ AB(C). 18 ι οα′] e corr. B, θ′ ια′ AC. 20 ἐλάσσονι] scripsi, ελασσων ABC. μείζονι—21 μείζων] scripsi,

$$A\Gamma : \Gamma H < 3013\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{4} : 780$$ [u. Eutocius].

secetur $\angle\, \Gamma A H$ in duas partes aequales recta $A\Theta$; propter eadem igitur erit $A\Theta : \Theta\Gamma < 5924\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{4} : 780$ [u. Eutocius] siue $< 1823 : 240$; altera[1]) enim alterius $\tfrac{4}{13}$ est [u. Eutocius]; quare $A\Gamma : \Gamma\Theta < 1838\tfrac{9}{11} : 240$ [u. Eutocius]. porro secetur $\angle\, \Theta A \Gamma$ in duas partes aequales recta KA; est igitur $AK : K\Gamma < 1007 : 66$ [u. Eutocius]; altera[1]) enim alterius est $\tfrac{11}{40}$; itaque

$$A\Gamma : \Gamma K < 1009\tfrac{1}{6} : 66$$ [u. Eutocius].

porro secetur $\angle\, K A \Gamma$ in duas partes aequales recta ΛA; erit igitur

$$A\Lambda : \Lambda\Gamma < 2016\tfrac{1}{6} : 66$$ [u. Eutocius],

et $A\Gamma : \Gamma\Lambda < 2017\tfrac{1}{4} : 66$ [u. Eutocius]. et e contrario $\langle \Gamma\Lambda : A\Gamma > 66 : 2017\tfrac{1}{4}$ [Pappus VII, 49 p. 688]. sed $\Gamma\Lambda$ latus est polygoni 96 latera habentis; quare$\rangle$[2]) perimetrus polygoni ad diametrum maiorem rationem habet quam $6336 : 2017\tfrac{1}{4}$, quae maiora sunt quam triplo et $\tfrac{10}{71}$ maiora quam $2017\tfrac{1}{4}$; itaque etiam perimetrus polygoni inscripti 96 latera habentis maior est quam triplo et $\tfrac{10}{71}$ maior diametro; quare etiam multo magis[3]) circulus maior est quam triplo et $\tfrac{10}{71}$ maior diametro.

ergo ambitus circuli triplo maior est diametro et excedit spatio minore quam $\tfrac{1}{7}$, maiore autem quam $\tfrac{10}{71}$.

---

1) Exspectaueris *ἑκάτερος* (sc. *ὅρος*) *γὰρ ἑκατέρου* (*ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων* Wallis), sed genus femininum minus adcurate refertur ad auditum uerbum *εὐθεῖα*, quasi sit $A\Theta = 5924\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{4}$, $\Theta\Gamma = 780$.

2) Ueri simile est, Archimedem ipsum haec addidisse. similes omissiones durae inueniuntur p. 240, 4, 6; 242, 5, 8, nec dubito eas transscriptori tribuere, sicut etiam p. 240, 8 *τὸ πολύγωνον* pro *ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου*, p. 242, 17 *ὁ κύκλος* pro *ἡ περίμετρος τοῦ κύκλου*.

3) Quippe quae maior sit perimetro polygoni (De sph. et cyl. I p. 10, 1).

μειζων δε AC, maior B, autem quam decem septuagesimunis add. B². In fine: *Αρχιμηδους κυκλου μετρησις* A.

DE CONOIDIBUS ET SPHAEROIDIBUS.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὖ πράττειν.

Ἀποστέλλω τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξιας, ὧν οὐκ εἶχες ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον ποτεξευρημένων, ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπισκέπτεσθαι δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι τᾶς εὑρέσιος αὐτῶν ἀπόρησα· διόπερ οὐδὲ συνεξεδόθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. ὕστερον δὲ ἐπιμελέστερον ποτ' αὐτοῖς γενόμενος ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρημάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα, τὰ δὲ νῦν ἐντι ποτεξευρημένα περί τε ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν παραμάκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω.

περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὑπέκειτο τάδε· εἴ κα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι, καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ τὰν μεμενάκουσαν διάμετρον καλεῖσθαι, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας· καὶ εἴ κα τοῦ

Αρχιμηδους περι κωνοειδεων και σφαιροειδεων AB. 1 *Δοσιθέῳ*] G, *Δωσιθεῳ* A. 6 *δύσκολον*] *Riualtus*, *δυσποτολον* A, omnino difficultatem B. 7 *εὑρέσιος*] scripsi, *ευρεσιας*

Archimedes Dositheo s.

Hoc libro conscriptas tibi mitto demonstrationes et reliquorum theorematum, quorum demonstrationes in iis libris, quos antea tibi misi,[1] non habuisti, et aliorum quorundam postea inuentorum,[2] quae cum antea saepe perscrutari conatus essem, haerebam, quia inuentio eorum difficultatem quandam habere mihi uidebatur. quare ne editae[3] quidem sunt ipsae propositiones una cum ceteris. postea autem diligentius ea adgressus inueni ea, in quibus haeseram. reliqua autem theorematum priorum de conoide rectangulo proposita erant. quae nunc noua inueni, de conoide obtusiangulo sunt et de figuris sphaeroidibus, quarum alteras oblongas, alteras latas nomino.

de rectangulo igitur conoide haec proposita erant: si sectio coni rectanguli manente diametro circumuoluta rursus in eum statum restituatur, unde moueri coepta sit, figuram sectione coni rectanguli comprehensam conoides rectangulum uocari, et axem uocari eius diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem conoidis tangat; et si planum conoides rectangulum contingat, et

---

1) H. e. libros de sphaera et cylindro, de helicibus, de parabola.

2) De conoidibus obtusiangulis et de sphaeroidibus (lin. 12); de iis ne propositiones quidem Cononi miserat Archimedes (lin. 8).

3) H. e. Cononi missae soluendae et cum aliis mathematicis communicandae.

AB. **19** καλεῖσθαι] *Torellius,* καλεισθω AB. **22** τοῦ (alt.)] *Torellius,* το του A.

ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος.

προεβάλλετο δὲ τάδε θεωρῆσαι· διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ διὰ τί, εἴ κα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων.

περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑποτιθέμεθα μὲν τάδε· εἴ κα ἐν ἐπιπέδῳ ἐόντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ καὶ ἁ διάμετρος αὐτᾶς καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, μενούσας δὲ τᾶς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ εἰρημέναι γραμμαί, ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, αἱ μὲν ἔγγιστα εὐθεῖαι τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελέα περιλαψοῦνται, οὗ κορυφὰ ἐσσεῖται τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι, ἄξων δὲ ἁ μεμενάκουσα διάμετρος· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν

---

1 κωνοειδέος] EH, κονοειδεος A. 2 ἐπιψαῦον] GH, e
11 θεωρήσαι *Heiberg;* corr. *Stamatis.*

aliud planum contingenti parallelum segmentum conoidis aliquod abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo alterum planum conoides contingat, axem autem eam partem rectae per uerticem segmenti axi conoidis parallelae ductae, quae intra segmentum comprehendatur.

consideranda autem haec proponebantur:

cur, si segmenta conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscindantur, segmentum abscisum dimidia parte maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem [prop. 21]; et cur, si a conoide rectangulo planis quoquo modo ductis duo segmenta abscindantur, segmenta abscisa duplicem inter se rationem habeant quam axes [prop. 24].

de obtusiangulo autem conoide haec supponimus: si in plano sunt sectio coni obtusianguli, diametrus eius, rectae sectioni coni obtusianguli proximae, et manente diametro planum, in quo sunt hae lineae, circumuolutum rursus in eum statum restituitur, unde moueri coeptum est, adparet, rectas sectioni coni obtusianguli proximas conum aequicrurium comprehensuras esse, cuius uertex erit punctum, in quo rectae sectioni proximae concurrunt, axis autem diametrus manens; et figuram sectione coni obtusianguli comprehensam conoides obtusiangulum uocari, axem autem eius diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo

---

corr. E, *επιψανων* A. **11** *προεβάλλετο δέ*] mg. G, *προεβαλλεν τοδε* A. **12** *τμάματα*] *τμᾶμα Nizzius;* sed cfr. p. 250, 25. **14** *ἐσσεῖται*] *Torellius, εσειται* A. **16** *ἀποτμαθέωντι*] *Torellius, ἀποτμαθῶντι* G, *αποτμαθεντι* A. **18** *ποτ' ἄλλαλα*] *Torellius, ποτι τα αλλα* AB. **19** *ὑποτιθέμεθα*] scripsi, cfr. p. 248 not. 2; *υπετιθεμεθα* AB. **21** *αἱ*] B, om. A.

ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι, ἄξονα δὲ αὐτοῦ τὰν μεμενάκουσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κωνοειδέος· τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι, τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν τᾶς τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι· καὶ εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, καὶ τὰν μεταξὺ τᾶν εἰρημενᾶν κορυφᾶν εὐθεῖαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι.

τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα ὁμοῖά ἐντι, τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὁμοῖα καλείσθω, ὧν κα οἱ κῶνοι οἱ περιέχοντες τὰ κωνοειδέα ὁμοίοι ἔωντι. προβάλλεται δὲ τάδε θεωρῆσαι· διὰ τί, εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμαθῇ τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος

---

2 *τάν*] GH, *τα* A. 4 *τᾶν*] B, *τας* A. 23 *κα*] 24 *θεωρῆσαι* *Heiberg;* corr. *Stamatis.*

axis superficiem conoidis tangat; conum autem rectis sectioni coni obtusianguli proximis comprehensum comprehendentem conoides uocari, rectam autem inter uerticem conoidis et uerticem coni conoides comprehendentis positam axi adiectam uocari; et si planum conoides obtusiangulum contingat, et aliud planum plano contingenti parallelum segmentum conoidis abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo planum contingens conoides tangat, axem autem eam partem rectae per uerticem segmenti et uerticem coni conoides comprehendentis ductae, quae intra segmentum comprehendatur, rectam autem inter hos uertices positam axi adiectam uocari.

rectangula conoidea omnia similia sunt,[1]) obtusiangulorum autem conoideon ea similia uocentur, in quibus coni conoidea comprehendentes similes sint.[2])

consideranda autem haec proponuntur:

cur, si plano ad axem perpendiculari abscindantur segmenta conoidis obtusianguli, segmentum abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habeat rationem, quam recta axi segmenti et simul triplici rectae axi adiectae aequalis ad rectam axi segmenti

---

1) Quia omnes parabolae similes sunt (Apollonius, Con. VI, 11).

2) Eucl. XI def. 24: *ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἵ τε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσιν.*

---

scripsi, *και* AB. 25 *τμάματα*] *τμᾶμα* *Nizzius*, cfr. p. 248, 12. 29 *ὄν*] B, om. A. *συναμφοτέραις*] scripsi, *συναμφοτερα* AB. *τε*] addidi, om. AB.

καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι· καὶ διὰ τί, εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γίγνεται ἀπότμαμα κώνου, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέμεθα τάδε· εἴ κα ὀξυγωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς μείζονος διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς παραμᾶκες σφαιροειδὲς καλεῖσθαι· εἰ δέ κα τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου μενούσας περιενεχθεῖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς καλεῖσθαι· ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλεῖσθαι τὰν μεμενάκουσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ σφαιροειδέος, κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος καὶ διάμετρον τὰν διὰ τοῦ κέντρου ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι· καὶ εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύ-

---

8 συναμφοτέραις] scripsi, συναμφοτερος AB. 9 τε] addidi,

et simul duplici rectae axi adiectae aequalem [prop. 25]; et cur, si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscindatur, segmentum abscisum ad figuram basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem (quae est segmentum coni)[1]) eam rationem habeat, quam recta axi segmenti et simul triplici rectae axi adiectae aequalis ad rectam axi segmenti et simul duplici rectae axi adiectae aequalem [prop. 26].

de sphaeroidibus autem figuris haec supponimus:[2]) si sectio coni acutianguli manente diametro maiore circumuoluta rursus in eum statum restituatur, unde moueri coepta sit, figuram sectione coni acutianguli comprehensam sphaeroides oblongum uocari; sin sectio coni acutianguli manente minore diametro circumuoluta rursus in eum statum restituatur, unde moueri coepta sit, figuram sectione coni acutianguli comprehensam sphaeroides latum uocari; utriusque autem sphaeroidis axem uocari diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem sphaeroidis tangat, centrum autem uocari medium axis punctum, et diametrum rectam per centrum ad axem perpendicularem ductam; et si plana parallela utramuis figurarum sphaeroideon contingant ita, ut non secent, et aliud planum planis tangentibus parallelum ducatur sphaeroides

---

1) Haec uerba (lin. 7), si genuina sunt, praeoccupando posteriora significant; nam p. 258, 23 sq. demum definitur *ἀπότμαμα κώνου*. cfr. p. 256, 14—15, 29.

2) Sic recte A; u. p. 247 not. 2.

---

om. AB. **14** *τομά*] BG, *τομας* A. **15** *ἀποκατασταθῇ*] mg. G, *αποκαταστη* A. **16** *ὑπό*] *Torellius*, *υπο τε* A. **18** *καί*] addidi, om. AB. **27** *σφαιροειδέων*] EG, *σφαιροειδεως* A.

οντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ ἐπιψαύοντι τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα, ἄξονας δὲ τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ τᾶς εὐθείας τᾶς τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνυούσας· ὅτι δὲ τά τε ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἅπτονται σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καὶ ὅτι ἁ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορεύεται, δειξοῦμες· ὁμοῖα δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν κα οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχωντι. τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὁμοῖα καλείσθω, εἴ κα ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἔωντι καὶ τάς τε βάσιας ὁμοίας ἔχωντι, καὶ οἱ ἄξονες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἐόντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βασίων ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους διαμέτρους τῶν βασίων τὸν αὐτὸν ἔχωντι λόγον ποτ' ἀλλάλους ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βασίων.

προβάλλεται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θεωρῆσαι· διὰ τί, εἴ κά τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, εἰ δέ κα ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι

4 ἅ] G, ας A. 6 τμαμάτεσσιν] H, τμαματεσιν A. 7 τᾶς
21/22 θεωρήσαι *Heiberg;* corr. *Stamatis.*

secans, segmentorum inde orientium basim uocari ⟨planum⟩ sectione sphaeroidis in plano secanti comprehensnm, uertices uero puncta, in quibus plana parallela sphaeroides contingant, axes autem eas partes rectae uertices segmentorum iungentis, quae intra segmenta comprehendantur; plana uero sphaeroides contingentia in uno tantum puncto superficiem eius tangere [prop. 16], et rectam puncta contactus iungentem per centrum sphaeroidis cadere [prop. 16], demonstrabimus; similes autem eas figurarum sphaeroideon uocari, quarum axes ad diametros eandem rationem habeant. segmenta autem figurarum sphaeroideon et conoideon similia uocentur, si ab similibus figuris abscisa sunt basesque similes habent, et axes eorum aut ad plana basium perpendiculares aut aequales angulos cum diametris basium inter se respondentibus facientes eandem inter se rationem habent, quam diametri basium inter se respondentes.

consideranda autem de sphaeroidibus haec proponuntur: cur, si quaeuis figurarum sphaeroideon plano per centrum ad axem perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem eundem [prop. 27], sin plano ad axem perpendiculari neque uero per centrum secetur, maius segmentorum inde orientium ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habeat ra-

---

(alt.)] scripsi, τα A, del. G[2]. **12** κα] scripsi, και AB. **13** ἔχωντι] scripsi, εχοντι A. **14** τμάματα] B, τμαμα A. **15** καλεῖσθαι *Torellius.* **16** ἔχωντι] scripsi, εχοντι A. **19** ἔχωντι] scripsi, εχοντι A. **27** μή] *Torellius,* om. AB (lin. 26: s i a u t e m n o n r e c t o B, mg. i n g r e c o n o n h a b e t u r n o n).

καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος· καὶ διὰ τί, εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· γίγνεται δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου· εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ αὐτᾶς τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος· γίνεται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

1 *τοῦτον*] *Torellius*, om. AB. **20** *αὐτᾶς*] delendum? **27** *τοῦ*] fort. *τῷ τοῦ*.

tionem, quam recta dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris, minus autem segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habeat rationem, quam recta dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti maioris aequalis ad axem segmenti maioris [prop. 29]; et cur, si quoduis sphaeroides plano per centrum ad axem non perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit figura eandem basim habenti, quam segmentum, et axem eundem (figura autem haec coni segmentum est)[1]) [prop. 28], sin plano nec per centrum posito nec ad axem perpendiculari sphaeroides secetur, segmentorum inde orientium maius ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habeat rationem, quam recta dimidiae rectae uertices segmentorum iungenti et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris [prop. 32], segmentum autem minus ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam rationem habeat, quam recta dimidiae rectae uertices segmentorum iungenti et simul axi maioris segmenti aequalis ad axem segmenti maioris (haec autem figura in his quoque segmentum coni est)[1]) [prop. 30].

---

1) Cfr. p. 253 not. 1.

ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων διὰ τούτων εὑρίσκονται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὁμοῖα σφαιροειδέα καὶ τὰ ὁμοῖα τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων, καὶ διότι τῶν ἴσων σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν, καὶ εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθωντι τοῖς ἀξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα· πρόβλημα δέ, οἷον καὶ τόδε· ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος σχήματος ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἶμεν δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ.

προγράψαντες οὖν τά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰς ἀποδείξιας αὐτῶν μετὰ ταῦτα γραψοῦμές τοι τὰ προκείμενα. εὐτύχει.

Εἴ κα κῶνος ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ μὲν οὖν κύκλος ἁ τομά, δῆλον, ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ κῶνος ἐσσεῖται· εἰ δέ κα ἁ τομὰ γένηται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ ἀπότμαμα κώνου καλείσθω, τοῦ δὲ ἀποτμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφά, ἄξων δὲ ἁ ἀπὸ

---

3 τόδε] fort. τάδε. 5 ποτ' ἄλλαλα] *Torellius*, ποτι τα

his autem theorematis demonstratis per ea multa et theoremata et problemata inueniuntur, uelut hoc:[1]) similia sphaeroidea similiaque segmenta et figurarum sphaeroideon et conoideon inter se triplicem rationem habere quam axes, et in aequalibus figuris sphaeroidibus[2]) quadrata diametrorum in contraria proportione esse atque axes, et si in figuris sphaeroidibus quadrata diametrorum in contraria proportione sint atque axes, sphaeroidea aequalia esse. et problemata, uelut hoc: a data figura sphaeroide uel conoide plano dato plano parallelo segmentum abscindere ita, ut[3]) segmentum abscisum dato cono uel cylindro uel etiam datae sphaerae aequale sit.

praemissis igitur et theorematis et epitagmatis[4]) ad demonstrationes eorum utilibus deinde tibi perscribam, quae proposita sunt. uale.

DEFINITIONES.

Si conus plano cum omnibus lateribus coni concurrenti secatur, sectio aut circulus erit aut sectio coni acutianguli. iam si sectio circulus est, adparet, segmentum a cono[5]) abscisum in eadem parte, in qua sit uertex coni, conum futurum esse; sin sectio est coni acutianguli sectio, figura a cono in eadem parte abscisa, in qua est uertex coni, segmentum coni uocetur, segmenti uero basis uocetur planum

---

1) Archimedesne solutiones horum theorematum et problematis (lin. 11 sq.), quas eum nouisse necesse est, unquam ediderit, non constat. resoluerunt Riualtus p. 328 sq., Sturmius p. 377 sq.; cfr. Nizzius p. 203 sq.

2) Genetiuus lin. 6 pendet ex *διαμέτρων* lin. 7; cfr. lin. 9.

3) Infinitiuus *εἶμεν* lin. 13 sicut *ἀποτεμεῖν* lin. 12 pendet ex significatione iubendi, quae inest in *πρόβλημα*.

4) Siue porismatis, u. propp. 7—9.

5) *ἀπ' αὐτοῦ* lin. 22 h. e. *ἀπὸ τοῦ κώνου*, cfr. lin. 25.

αλλα AB. **6** *διότι*] *δὴ ὅτι* B. **8** *ἀξόνεσσιν*] GH, *αξονεσιν* A. **10** *ἀντιπεπόνθωντι*] scripsi, *αντιπεπονθασι* A. **11** *πρόβλημα*] fort. *προβλήματα*. **12** *σχήματος*] *Nizzius*, *τμαματος* AB. **19** *πάσαις*] G, *πασαι* A. **23** *κῶνος* — **25** *κορυφᾷ*] BH, bis A. **23** *κα ἁ*] *κ' ἁ* G, *κα* A.

τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα.

καὶ εἴ κα κύλινδρος δυοῖς ἐπιπέδοις παραλλήλοις τμαθῇ συμπιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ἤτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι καὶ ὁμοῖαι ἀλλάλαις. εἰ μὲν οὖν κα αἱ τομαὶ κύκλοι γένωνται, δῆλον, ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων κύλινδρος ἐσσεῖται· εἰ δέ κα αἱ τομαὶ γένωνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος κυλίνδρου καλείσθω, τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν, ἄξων δὲ ἁ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν· ἐσσεῖται δὲ αὕτα ἐπὶ τᾶς αὐτᾶς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

Εἴ κα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ μεγέθεα, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ διπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλάσια. ἁ δὲ ἀπόδειξις τούτου φανερά.

α΄.

Εἴ κα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχωντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα, λέγηται δὲ τά τε πρῶτα

2 ἐπιζευχθεῖσα] G, επιζευχθεισας A. 6 κα αἱ] scripsi,

sectione coni acutianguli comprehensum, uertex autem punctum, quod idem coni uertex est, axis autem recta a uertice coni ad centrum sectionis coni acutianguli ducta.[1])

et si cylindrus duobus planis parallelis cum omnibus lateribus cylindri concurrentibus secatur, sectiones aut circuli erunt aut sectiones conorum acutiangulorum sibi in uicem aequales et similes.[2]) iam si sectiones circuli sunt, adparet, figuram a cylindro inter plana parallela abscisam cylindrum futurum esse; sin sectiones acutianguli coni sectiones sunt, figura a cylindro inter plana parallela abscisa frustum cylindri uocetur, frusti uero basis uocentur plana sectionibus conorum acutiangulorum comprehensa, axis autem recta centra sectionum conorum acutiangulorum iungens; haec autem in eadem recta erit, in qua est axis cylindri.

Si magnitudines quotlibet datae sunt aequali spatio inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et aliae quoque magnitudines datae sunt numero prioribus aequales et magnitudine omnes maximae illarum aequales, omnes hae magnitudines, quarum quaeque maximae aequalis est, minores erunt quam duplo maiores omnibus magnitudinibus aequali spatio inter se excedentibus, maiores autem quam duplo maiores reliquis praeter maximam. demonstratio uero huius propositionis in medio posita est.[3])

I.

Si magnitudines quotlibet numero et aliae magnitudines numero aequales binae cum binis similiter positae eandem rationem habent, et priores magnitudines aut omnes aut

1) Cfr. de his propositionibus Apollonius, Con. I, 4 et I, 13.
2) U. Serenus De sect. cylindri propp. 5 et 9—10.
3) Nam demonstrata est ab Archimede ipso *Περὶ ἑλίκ.* prop. 11; Quaest. Arch. p. 56.

και αι A, *κ' αἱ* G, om. B. 9 *κα αἱ*] scripsi, *και αι* AB, *κ' αἱ* G. 15 *τομᾶν*] G, *τομα* A. 17 *τῷ*] EG, *το* A. 19 *πλήθει*] G, e corr. E, *πληθη* A. 25 *α'*] AB. 28 *ἔχωντι*] scripsi, *εχοντι* A.

μεγέθεα ποτ' ἄλλα μεγέθεα ἢ πάντα ἤ τινα αὐτῶν ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λέγονται, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λέγονται.

ἔστω τινὰ μεγέθεα τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ*, *Μ* κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, καὶ ἐχέτω τὸ μὲν *Α* ποτὶ τὸ *Β* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ *Η* ποτὶ τὸ *Θ*, τὸ δὲ *Β* ποτὶ τὸ *Γ*, ὃν τὸ *Θ* ποτὶ τὸ *Ι*, καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως τούτοις, λεγέσθω δὲ τὰ μὲν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* μεγέθεα ποτ' ἄλλα μεγέθεα τὰ *Ν*, *Ξ*, *Ο*, *Π*, *Ρ*, *Σ* ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, τὰ δὲ *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ*, *Μ* ποτ' ἄλλα τὰ *Τ*, *Υ*, *Φ*, *Χ*, *Ψ*, *Ω*, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον τὸ *Α* ποτὶ τὸ *Ν*, τὸ *Η* ἐχέτω ποτὶ τὸ *Τ*, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ *Β* ποτὶ τὸ *Ξ*, τὸ *Θ* ἐχέτω ποτὶ τὸ *Υ*, καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως τούτοις· δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* ποτὶ πάντα τὰ *Ν*, *Ξ*, *Ο*, *Π*, *Ρ*, *Σ* τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ*, *Μ* ποτὶ πάντα τὰ *Τ*, *Υ*, *Φ*, *Χ*, *Ψ*, *Ω*.

ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν *Ν* ποτὶ τὸ *Α* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ *Τ* ποτὶ τὸ *Η*, τὸ δὲ *Α* ποτὶ τὸ *Β*, ὃν τὸ *Η* ποτὶ τὸ *Θ*, τὸ δὲ *Β* ποτὶ τὸ *Ξ*, ὃν τὸ *Θ* ποτὶ τὸ *Υ*, τὸν αὐτὸν ἑξεῖ λόγον τὸ *Ν* ποτὶ τὸ *Ξ*, ὃν τὸ *Τ* ποτὶ τὸ *Υ*· διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ *Ξ* ποτὶ τὸ *Ο*, ὃν τὸ *Υ*

1 ποτ' ἄλλα] scripsi, ποτι τ' αλλα A. 2 ποτ' ἄλλα] G, ποτι τα αλλα A. 6 λέγονται] EH, λεγωνται A. 13 ποτ' ἄλλα] scripsi, ποτι τ' αλλα A. 14 *Μ*] B, *Μ Ν* A. ποτ' ἄλλα] scripsi, ποτι τ' αλλα A. 16 καί] addidi, om. AB. 18 *Ξ*] *x*! B, e corr. G, *Ζ* A.

nonnullae ad alias magnitudines in quauis proportione sunt, et posteriores magnitudines rursus ad alias similiter positae in eadem proportione sunt, omnes priores magnitudines ad omnes, quae cum iis in proportione sunt, eandem habebunt rationem, quam habent omnes magnitudines posteriores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt.

magnitudines quaedam A, B, Γ, Δ, E, Z et aliae magnitudines numero aequales H, Θ, I, K, Λ, M binae cum binis eandem habeant rationem, et sit

$$A : B = H : \Theta, \quad B : \Gamma = \Theta : I,$$

ceteraque eodem modo, et A, B, Γ, Δ, E, Z ad alias magnitudines N, Ξ, O, Π, P, Σ in quauis proportione sint, et H, Θ, I, K, Λ, M ad alias T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω similiter positae in eadem proportione sint, et sit $A : N = H : T$, $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$, ceteraque eodem modo; demonstrandum, esse

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega}.$$

nam quoniam

$$N : A = T : H, \quad A : B = H : \Theta, \quad B : \Xi = \Theta : \Upsilon,$$

erit $N : \Xi = T : \Upsilon$;[1]) eodem modo concluditur etiam $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$, ceteraque eodem modo.[2]) est igitur

1) Cum $N : A = T : H$, $A : B = H : \Theta$, erit δι' ἴσου (Eucl. V, 22) $N : B = T : \Theta$. sed $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$; quare δι' ἴσου (Eucl. V, 22) $N : \Xi = T : \Upsilon$. conspectum huius demonstrationis dedi Quaest. Arch. p. 50—51.

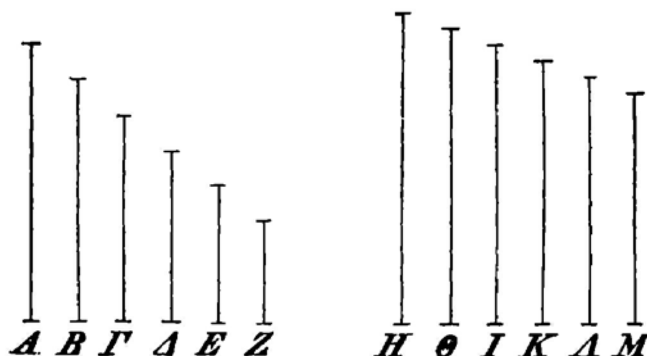
2) Habebimus igitur $N : \Xi = T : \Upsilon$, $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$,

$$O : \Pi = \Phi : X, \; \Pi : P = X : \Psi, \; P : \Sigma = \Psi : \Omega.$$

iam cum sit $A : B = H : \Theta$, erit (Eucl. V, 18) $A + B : A = H + \Theta : H$, h. e. $A + B : H + \Theta = A : H$ (Eucl. V, 16). sed ex $N : A = T : H$ sequitur (Eucl. V, 16) $A : H = N : T = \Xi : \Upsilon$ (Eucl. V, 16) $= O : \Phi$ (Eucl. V, 16) $= \Gamma : I$ (Eucl. V, 16; est enim $A : N = H : T$, $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$, $\Gamma : O = I : \Phi$, $\Delta : \Pi = K : X$, $E : P = \Lambda : \Psi$, $Z : \Sigma = M : \Omega$, lin. 18); quare $A + B : H + \Theta = \Gamma : I$. unde (ἐναλλάξ, συνθέντι, ἐναλλάξ) $A + B + \Gamma : H + \Theta + I = \Gamma : I = O : \Phi = \Pi : X$ (Eucl. V, 16) $= \Delta : K$ (Eucl. V, 16); et eodem modo semper progredi possumus.

ποτὶ τὸ Φ, καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. ἔχοντι δὴ τὰ μὲν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ πάντα ποτὶ τὸ Α τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ πάντα ποτὶ τὸ Η, τὸ δὲ Α ποτὶ τὸ Ν, ὃν τὸ Η ποτὶ τὸ Τ, τὸ δὲ Ν ποτὶ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Τ ποτὶ πάντα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω· δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ποτὶ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτὶ πάντα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω.

φανερὸν δέ, ὅτι καί, εἴ κα τῶν τε Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ μεγεθέων τὰ μὲν Α, Β, Γ, Δ, Ε λέγωνται ποτὶ τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, τὸ δὲ Ζ μηδὲ ποθ' ἓν λέγηται, καὶ τῶν Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ



λέγωνται ποτὶ τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, τὰ ὁμοῖα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ Μ μηδὲ ποθ' ἓν λέγηται, ὁμοίως πάντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ποτὶ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτὶ πάντα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ.

3 ἔχοντι] EG, εχωντι A. **8** ἔχοντι] EG, εχωντι A. **12** λέγωνται] scripsi, λεγωτι A. **13** Ρ] *Torellius,* Ρ Σ AB. μηδὲ ποθ' ἓν] B, μηδεποθεν A. **15** Ψ] *Torellius,* Ψ Ω AB. **16** μηδὲ ποθ' ἓν] B, μηδεποθεν A. **18** Ρ] *Torellius,* Ρ Σ AB. **19** Ψ] *Torellius,* Ψ Ω AB.

$A+B+\Gamma+\varDelta+E+Z:A=H+\Theta+I+K+\varLambda+M:H$,[1]) et $A:N=H:T$ [Eucl. V, 7 coroll.], et $N:N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma=T:T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega$;[2]) adparet ergo, esse

$$\frac{A+B+\Gamma+\varDelta+E+Z}{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma}=\frac{H+\Theta+I+K+\varLambda+M}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega}.\text{[3])}$$

et manifestum est, etiam si ex magnitudinibus A, B, Γ, $\varDelta$, E, Z magnitudines A, B, Γ, $\varDelta$, E ad N, Ξ, O, Π, P in proportione sint, Z autem in nulla proportione, et ex H, Θ,

I, K, $\varLambda$, M magnitudinibus H, Θ, I, K, $\varLambda$ ad T, Υ, Φ, X, Ψ in proportione sint, similiter positae in eadem proportione, M autem in nulla sit proportione, item esse:

$$\frac{A+B+\Gamma+\varDelta+E+Z}{N+\Xi+O+\Pi+P}=\frac{H+\Theta+I+K+\varLambda+M}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi}.\text{[4])}$$

---

1) Demonstrauimus enim p. 263 not. 2, esse $A+B+\Gamma+\varDelta+E+Z:H+\Theta+I+K+\varLambda+M=A:H$; inde ἐναλλάξ (Eucl. V, 16) sequitur proportio.

2) Nam $N+\Xi:T+\Upsilon=\Xi:\Upsilon$ (συνθέντι, ἐναλλάξ) $=O:\Phi$ (ἐναλλάξ); unde ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ $\frac{N+\Xi+O}{T+\Upsilon+\Phi}=\frac{O}{\Phi}$; et cetera eodem modo, donec inuenitur $\frac{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega}=\frac{N}{T}$; tum ἐναλλάξ.

3) Nam δι' ἴσου est (Eucl. V, 22)

$$\frac{A}{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma}=\frac{H}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega};$$

tum rursus δι' ἴσου sequitur proportio.

4) Prorsus eodem modo concluditur, si ratiocinatione not. 2 proposita quater pro quinquies utimur.

β'.

Εἴ κα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπέσῃ τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ αἱ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἴσα συναμφοτέραις τᾷ τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾷ καὶ μιᾷ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῷ τε τρίτῳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾶς καὶ τᾷ ἡμισέᾳ μιᾶς τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστωσαν γὰρ ἴσαι εὐθεῖαι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει, ἐφ' ἂν τὰ Α, καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔστων δὲ τῶν ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ μεγίστα μὲν ἔστω ἁ Β, ἐλαχίστα δὲ ἁ Η· ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἕκαστον τῶν Θ, Ι, Κ, Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον ἔστω τῷ μεγίστῳ τῷ παρὰ τὰν ΑΒ παρακειμένῳ, ἔστω δὲ ἁ μὲν ΘΙ γραμμὰ ἴσα τᾷ Α, ἁ δὲ ΚΛ ἴσα τᾷ Β, καὶ τᾶν μὲν ΘΙ γραμμᾶν ἑκάστα ἔστω διπλασία τᾶς Ι, τᾶν δὲ ΚΛ ἑκάστα τριπλασία τᾶς Κ·

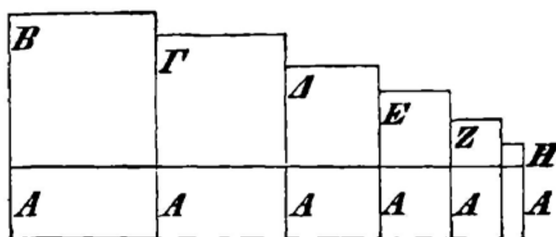
---

3 *παραπέσῃ*] scripsi, *παρεμπεση* A. **10** *τᾷ*] *ταις* A. *πλευρᾷ*] B, *Nizzius*; *πλευραις* A. **13** *ἡμισέᾳ*] *ἡμίσεα* G, *ημισα* A **18** *τῶν*] addidi, om. A. **22** *ἔστω*] scripsi, *η* A. *ἐφ'*] *Torellius*, om. AB. **26** *τᾶν*] *τα* A. *γραμμᾶν*] B, *γραμμα* A.

II.

Si lineae[1]) quotlibet numero inter se àequales sunt, et singulis spatium adplicatur figura quadrata excedens, lateraque spatiorum excedentium aequali differentia inter se excedunt, differentia autem minimae aequalis est, et praeterea alia spatia data sunt numero illis aequalia, magnitudine autem omnia maximo aequalia, haec spatia ad omnia spatia priora minorem rationem habebunt quam recta aequalis lateri maximi spatii excedentis et simul uni ex rectis inter se aequalibus ad rectam aequalem tertiae parti lateris maximi spatii excedentis et simul dimidiae parti unius ex rectis inter se aequalibus, ad cetera autem spatia praeter maximum maiorem rationem quam eaedem rectae.[2])

nam datae sint rectae aequales quotlibet numero, in quibus sint litterae A, et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens, latera autem spatiorum excedentium B, Γ, Δ, E, Z, H aequali differentia inter se excedant,



differentiaque minimae aequalis sit, et maxima sit B, minima autem H; data sint autem etiam alia spatia, in quibus singulae litterae Θ, I, K, Λ, numero illis aequalia, magnitudine autem omnia maximo spatio rectae AB adplicato aequalia sint, sit autem

$$\Theta + I = A, \quad K + \Lambda = B, \quad \text{et} \quad \Theta + I = 2\,I, \quad K + \Lambda = 3\,K;$$

demonstrandum est, omnia spatia, in quibus sint litterae

1) Scriptum esse debuit εὐθεῖαι pro γραμμαί lin. 2; cfr. lin. 16 et p. 268, 4. sed u. lin. 25, 26, p. 268, 17, 19; 270, 21.

2) Demonstrationem breuius exposui Quaest. Arch. p. 57, arithmeticam dedit Nizzius p. 157.

δεικτέον, ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, Κ, Λ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΘΙΚΛ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΙΚ, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ ἄνευ τοῦ μεγίστου τοῦ ΑΒ μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστι γάρ τινα χωρία, ἐν οἷς τὰ Λ, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ [ἐπεί τε τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχουσιν], καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· σύμπαντα οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ Λ, ἐλάσσονά ἐντι ἢ διπλασίονα, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλασίονα. αὐτὰ οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Ι, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ Λ, ἐλάσσονά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα. πάλιν ἐντὶ γραμμαί τινες αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἃν τὰ Κ, Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ· τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μεί-

---

14 *μείζονα*] G, *μειζον* A. **19** *ὑπεροχὰ ἴσα*] B, *υπερεχουσαι ισαι* A. **21** *ἴσα*] B, *ισαι* A. **23** *τᾶν*] scripsi, *παντων* AB, *πασᾶν Torellius*. **24** *ὑπερεχουσᾶν*] B, *υπερεχουσαι* A. ad fig. adscripsit B: spatium *tikl* in greco non erat sic diuisum sed per equalia, quod mihi videbatur esse falsum; in fig. p. 269 omnia spatia Θ, Ι, Κ, Λ aequalia in A.

Θ, I, K, Λ ad omnia spatia priora AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH minorem rationem habere quam $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$, ad reliqua autem praeter maximum spatium AB maiorem rationem quam

$$\Theta + I + K + \Lambda : I + K.$$

sunt enim spatia quaedam, in quibus litterae Λ, aequali differentia inter se excedentia, differentiaque minimo aequalis

Λ		Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ
K		K	K	K	K	K	K
I		I	I	I	I	I	I
Θ		Θ	Θ	Θ	Θ	Θ	Θ

est,[1]) et alia spatia, in quibus litterae Θ, I, numero illis aequalia, magnitudine autem omnia maximo aequalia; omnia igitur simul spatia, in quibus litterae Θ, I, minora sunt quam duplo maiora omnibus spatiis, in quibus litterae Λ, maiora autem quam duplo maiora ceteris praeter maximum [p. 260, 17]. ipsa igitur spatia, in quibus sunt litterae I, omnibus spatiis, in quibus litterae Λ, minora sunt, reliquis autem praeter maximum maiora.[2]) rursus sunt lineae quaedam B, Γ, Δ, E, Z, H aequali differentia inter se excedentes, differentiaque minimae aequalis est, et praeterea aliae lineae, in quibus sunt litterae K, Λ, numero illis aequales, magnitudine autem omnes maximae aequales; quare qua-

---

1) Quia ex hypothesi latera quadratorum excedentium inter se aequali differentia excedunt, et differentia minimo aequalis est; spatia enim Λ inter se rationem habent, quam latera illa (Eucl. VI, 1). sequentia uerba ἐπεί lin. 8 — 9 ὑπερέχουσιν subditiua esse putauerim. nam primum praue dicuntur spatia adplicata inter se aequali differentia excedere, deinde deest ἀλλάλων lin. 9, et πλάτη et ὑπερέχουσιν parum Doricae formae sunt; etiam particula τε insolito loco posita est. denique insuauiter sermonis cursum interrumpunt. neque hae offensiones coniectura facili et probabili tolli possunt.

2) Nam $\Theta = I$.

ζονα ἢ τριπλάσια· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς περὶ τᾶν ἑλίκων ἐκδεδομένοις. τὰ οὖν χωρία, ἐν οἷς τὸ Κ, πάντων μὲν τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, ἐλάσσονά ἐστιν, αὐτῶν δὲ τῶν, ἐν οἷς τὰ Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, μείζονα· ὥστε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Ι, Κ, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ἐλάσσονά ἐστι, τῶν δέ, ἐν οἷς τὰ ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, μείζονα. δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, Κ, Λ, ποτὶ μὲν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΘΛ ποτὶ τὰν ΙΚ, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ, ἐν ᾧ τὸ ΑΒ, μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

γʹ.

Εἴ κα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθεῖαι ἐπιψαύωντι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἀγμέναι καὶ τέμνουσαι ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιψαυουσᾶν· ὁμόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμμᾶς τμαμάτων τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τᾶς παραλλήλου αὐτῷ. ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

Εἴ κα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ὁπωσοῦν ἴσας ἔχοντα τὰς

2 *ἑλίκων*] scripsi, *ελικαν* A, (de) helicis B. 6 *τά* (alt.)] addidi, om. AB. 7 *τά*] addidi, om. AB. 12 *τό*] A, *τά* B, *Torellius.* *μείζονα*] B, *Torellius, μειζων* DG, *μεῖζον* EH. 19 *ποτ' ἄλλαλα*] *Torellius, ποτι τα αλλα* AB. 21 *ἐσσεῖται*] B, *επειτα* A. 22 *τῷ* (pr.)] addidi, om. A. *τετραγώνῳ τῷ*] B, *τετραγωνον το* A. 23 *τᾶς*] addidi, om. A. *παραλλήλου*] B,

drata omnium rectarum inter se et maximae aequalium minora sunt quam triplo maiora omnibus quadratis rectarum inter se aequali differentia excedentium, maiora autem quam triplo maiora reliquis praeter quadratum rectae maximae; hoc enim in eo libro, quem de helicibus edidimus, demonstratum est [prop. 10]. itaque spatia, in quibus est littera K, omnibus spatiis, in quibus sunt litterae B, Γ, Δ, E, Z, H, minora sunt,[1]) ipsis autem spatiis, in quibus sunt litterae Γ, Δ, E, Z, H, maiora; quare etiam omnia spatia, in quibus sunt litterae I, K, minora sunt omnibus spatiis, in quibus sunt litterae AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH, maiora autem iis, in quibus $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH. ergo adparet, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, Λ, ad spatia, in quibus AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH, minorem rationem habere quam $\Theta\Lambda : IK$,[2]) ad reliqua autem praeter id, in quo est AB, maiorem rationem.[3])

III.

Si rectae sectionem coni qualemlibet contingunt ab eodem puncto ductae, et aliae quoque rectae in sectione coni contingentibus parallelae sunt et inter se secant, spatia partibus earum comprehensa inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata rectarum contingentium; respondebit autem spatium partibus alterius lineae comprehensum quadrato rectae contingentis ei parallelae. hoc autem in conicis elementis[4]) demonstratum est [Apollonius, Con. III, 17].

Si ab eadem sectione coni rectanguli duo segmenta quoquo modo abscinduntur diametros aequales habentia, et ipsa

1) Nam $K = \frac{1}{2}\Lambda$; itaque $K + \Lambda = 3K$.
2) Hoc est $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$.
3) Nam summa spatiorum Θ, I, K, Λ ad summam spatiorum I, K eam habet rationem, quam $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$, cum basis eadem sit (Eucl. VI, 1); tum u. Eucl. V, 8. et est $\Theta + I + K + \Lambda = A + B$, $I + K = \frac{1}{2}A + \frac{1}{3}B$.
4) H. e. Elementis conicorum Euclidis, u. Studien über Euklid p. 83 sq.

παραλληλους A. *αὐτᾷ*] B, *αυτας* A. **25** *δ'* BH². **26** *ἀποτμαθέωντι*] *Torellius*, *αποτμηθεοντι* A.

διαμέτρους, αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ ὕψος τὸ αὐτό· διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγομένας.

ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, καὶ ἀποτετμήσθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα τό τε ΑΔΕ καὶ τὸ ΘΒΓ, ἔστω δὲ τοῦ μὲν ΑΔΕ τμάματος διάμετρος ἁ ΔΖ, τοῦ δὲ ΘΒΓ ἁ ΒΗ, καὶ ἔστων ἴσαι αἱ ΔΖ, ΒΗ· δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα ἴσα ἐντὶ τὰ ΑΔΕ, ΘΒΓ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον ἐν αὐτοῖς.

ἔστω δὴ πρῶτον ἁ ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμᾶμα ἁ ΘΓ ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, λελάφθω δὲ παρ' ἃν δύνανται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς, ἁ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, καὶ ἔστω, ἐφ' ᾇ τὸ Μ, ἀπὸ δὲ τοῦ Α κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΔΖ ἁ ΑΚ. ἐπεὶ οὖν διάμετρός ἐντι ἁ ΔΖ τοῦ τμάματος, ἅ τε ΑΕ δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἁ ΔΖ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστι τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· οὕτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς παρὰ τὰν ΑΕ ἀγομένας. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ, τοῦτον ἐχέτω ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ· αἱ δὴ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΔΖ ἀγόμεναι παρὰ τὰν ΑΕ

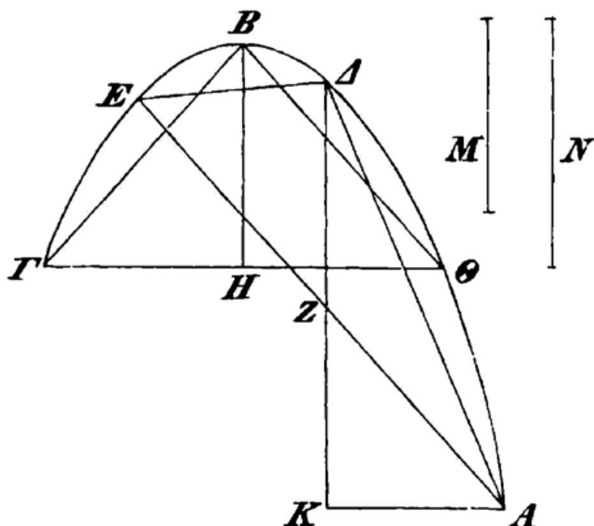
---

2 *αὐτά*] e corr. B, *αυταν* A. **5** *τάς* (alt.)] *Basil.*, *ταν* A. **10** *ἔστων*] scripsi, *ω̧* D, *ἔστωσαν* EGH. **14** *ἁ*] addidi, om. A. **15** *ΘΓ*] *Basil.*, *ΒΓ* AB. Ad fig. adscripsit B: in exemplari linea *dk* non secabat in duo equa lineam *ae* sed secabat eam prope *a*, et linea *ak* breuis et perpendicularis super eam, scilicet equedistans linee *gt*.

segmenta aequalia erunt et trianguli in iis inscripti eandem basim habentes, quam segmenta, altitudinemque aequalem; diametrum autem cuiusuis segmenti eam rectam uoco, quae omnes rectas basi eius parallelas in binas partes aequales secat.

sit $AB\Gamma$ sectio coni rectanguli, ab eaque abscindantur duo segmenta $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$, et diametrus segmenti $A\Delta E$ sit ΔZ, segmenti autem $\Theta B\Gamma$ recta BH, et sit $\Delta Z = BH$; demonstrandum est, et segmenta $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$ aequalia esse et triangulos in iis ita inscriptos, ut diximus.

primum igitur recta alterum segmentum abscindens $\Theta\Gamma$ perpendicularis sit ad diametrum sectionis coni rectanguli, sumatur autem recta, cui parallelae rectae a sectione ductae quadratae aequales sunt ⟨spatiis ipsa hac recta eaque parte diametri comprehensis, quam recta a sectione ducta ad uerticem uersus abscindit⟩,[1]) quae duplo maior est recta ⟨a uertice sectionis⟩ ad axem ⟨coni⟩ ducta,[2]) et sit ea, in qua est



littera M, et ab A recta AK ad ΔZ perpendicularis ducatur. iam quoniam ΔZ diametrus est segmenti, recta AE in puncto Z in duas partes aequales secatur, et ΔZ diametro sectionis coni rectanguli[3]) parallela est; ita enim omnes rectas rectae AE parallelas in binas partes aequales secat. iam sit $AZ^2 : AK^2 = N : M$; quare rectae a sectione

1) H. e. parametrus parabolae $\Gamma B\Theta$.

2) Quia antiquiores geometrae parabolam ita efficiebant, ut conum rectum et rectangulum plano lateri coni parallelo secarent.

3) H. e. axi. cfr. ZMP. XXV p. 44; p. 51 nr. 14.

δύνανται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τᾷ Ν παραπίπτοντα πλάτος ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τᾶς ΔΖ ποτὶ τὸ Δ πέρας· δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς· δύναται οὖν καὶ ἁ ΑΖ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς Ν καὶ τᾶς ΔΖ. δύναται δὲ καὶ ἁ ΘΗ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Μ καὶ τᾶς ΒΗ, ἐπεὶ κάθετός ἐστιν ἁ ΘΗ ἐπὶ τὰν διάμετρον· ἔχοι οὖν κα τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ, ἐπεὶ ἴσαι ὑπέκειντο αἱ ΔΖ, ΒΗ. ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ τετράγωνον καὶ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ· ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΗ, ΑΚ. ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ ΒΗ, ΔΖ· ὥστε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΗ, ΒΗ περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΔΖ. ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ΘΗΒ τρίγωνον τῷ ΔΑΖ τριγώνῳ· ὥστε καὶ τὰ διπλάσια. ἔστι δὲ τοῦ μὲν ΑΔΕ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΑΔΕ τμᾶμα, τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΘΒΓ τμᾶμα· δῆλον οὖν, ὅτι τά τε τμάματά ἐστιν ἴσα καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτά.

εἰ δὲ μηδετέρα τᾶν τὰ τμάματα ἀποτεμνουσᾶν ποτ' ὀρθάς ἐντι τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπολαφθείσας ἀπὸ τᾶς διαμέτρου τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἴσας τᾷ διαμέτρῳ τᾷ τοῦ ἑνὸς τμάματος καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἀπολαφθείσας ποτ' ὀρθὰς ἀχθείσας τᾷ διαμέτρῳ, τὸ γενόμενον τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἴσον ἐσσεῖται. δῆλον οὖν ἐστι τὸ προτεθέν.

---

1 *Ν*] *Torellius*, *Μ* AB. 7 *ἔχοι οὖν κα*] scripsi, *εχοι και* A, habebit et B. 18 *τε*] addidi, om. A. 22 *διαμέτρῳ*] B, *μησ* A. 23 *διαμέτρου*] *Torellius*, *μετα* AB. 24 *τᾷ* (alt.)] scripsi, *τας* A.

ad $\varDelta Z$ ductae rectae AE parallelae quadratae aequales sunt spatiis ad rectam rectae N aequalem adplicatis latitudinem habentibus eas rectas, quas ipsae a $\varDelta Z$ ad punctum $\varDelta$ uersus abscindunt; hoc enim in conicis demonstratum est;[1]) itaque

$$AZ^2 = N \times \varDelta Z.$$

sed etiam $\Theta H^2 = M \times BH$, quoniam ΘH ad diametrum perpendicularis est [Apollonius, Con. I, 11];[2]) itaque

$$AZ^2 : \Theta H^2 = N : M,$$

quia ex hypothesi $\varDelta Z = BH$. sed etiam

$$AZ^2 : AK^2 = N : M;$$

quare $\Theta H = AK$ [Eucl. V, 9]. uerum etiam $\varDelta Z = BH$; quare erit

$$\Theta H \times BH = AK \times \varDelta Z.$$

itaque etiam triangulus $\Theta HB = \varDelta AZ$;[3]) quare etiam dupla $\langle \Gamma\Theta B = \varDelta EA \rangle$.[4]) sed segmentum $A\varDelta E$ tertia parte maius est triangulo $A\varDelta E$ et segmentum $\Theta B\Gamma$ triangulo $\Theta B\Gamma$ [Quadr. parab. 17 et 24]; adparet igitur, et segmenta et triangulos in iis inscriptos aequales esse.

sin neutra rectarum segmenta abscindentium ad diametrum sectionis coni rectanguli perpendicularis est, abscisa a diametro sectionis coni rectanguli recta diametro alterius segmenti aequali et a termino rectae abscisae recta ad diametrum perpendiculari ducta segmentum inde ortum utrique segmento aequale erit. ergo adparet, quod propositum est.

---

1) H. e. recta N parametrus est, si diametrus est $\varDelta Z$. cfr. ZMP. XXV p. 52 nr. 15. Conica Euclidis sunt, u. p. 271 not. 4.

2) Nam M parametrus est.

3) Cfr. ZMP. XXIV p. 179 nr. 7.

4) Nam $EZ = ZA$, et altitudo eadem est. quare

$$\varDelta EA = 2 \varDelta AZ.$$

δ'.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα τὰν διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποτὶ τὰν μείζω ἢ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.

ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομά, ἐφ' ᾇς τὰ Α, Β, Γ, Δ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μὲν μείζων ἔστω, ἐφ' ᾇς τὰ Α, Γ, ἁ δὲ ἐλάσσων, ἐφ' ᾇς τὰ Β, Δ, ἔστω δὲ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΓΑ, τουτέστι τὰν ΕΖ. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ, τοῦτον ἐχέτω ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος ὁ Ψ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατὸν δή ἐστιν εἰς τὸν Ψ κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόγωνον μεῖζον τοῦ ΑΒΓΔ χωρίου. νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον, ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εἰς τὸν ΑΕΓΖ κύκλον εὐθύγραμμον ὁμοῖον τῷ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ, καὶ ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ καθέτοι ἄχθωσαν ἐπὶ τὰν ΑΓ διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ τέμνοντι αἱ καθέτοι

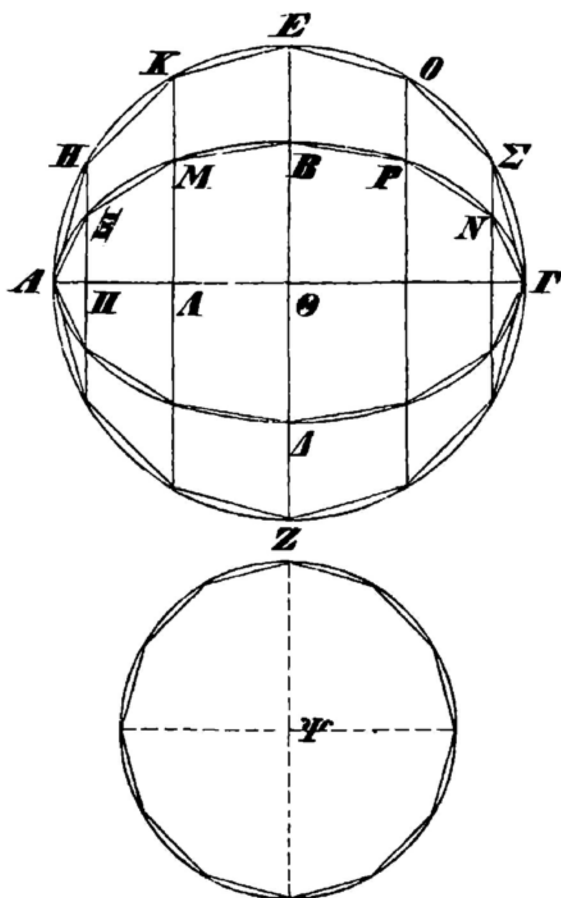
---

1 δ'] A, ε' BH[2]. **3** τάν] addidi, om. A. **4** τᾶς] *Torellius*, τᾳ A. τομᾶς] *Torellius*, τομᾳ A. **6** ἤ] addidi, om. A, hoc est B, *τουτέστι Basil.* **19** μείζων] G, μειζον A. **22** δέ] scripsi, δη A, om. B. **25** τέμνοντι] B, τεμνονται A. In litteris figurae D secutus sum, nisi quod *Π* omisit et pro *Σ* habet *E* cum GH; litt. *ΗΟΣΞΡΝΠ* om. B, pro *N* hab. *Υ* GH.

IV.

Quoduis spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad circulum diametrum maiori diametro sectionis coni acutianguli aequalem habentem eandem rationem habet, quam minor diametrus ad maiorem siue ad diametrum circuli.

sit enim sectio coni acutianguli, in qua sint litterae A, B, Γ, Δ, diametrus autem maior sit recta, in qua sunt A, Γ, minor autem ea, in qua B, Δ, sit autem circulus circum diametrum $A\Gamma$ descriptus; demonstrandum est, spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad circulum eandem habere rationem, quam $B\Delta : \Gamma A$, hoc est $B\Delta : EZ$. iam circulus, in quo est littera Ψ, ad circulum $AE\Gamma Z$ eam habeat rationem, quam $B\Delta : EZ$; dico, circulum Ψ aequalem esse sectioni coni acutianguli.



nam si circulus Ψ spatio sectione coni acutianguli comprehenso aequalis non est, sit prius, si fieri potest, maior. potest igitur fieri, ut in circulo Ψ inscribatur polygonum ⟨aequilaterum⟩, cuius anguli pares sunt numero, maius spatio $AB\Gamma\Delta$.[1]) fingatur igitur inscriptum, et etiam in cir-

1) Nam fieri potest, ut in circulo Ψ inscribatur polygonum

τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν, εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν· ἐσσεῖται δή τι ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον, καὶ ἕξει αὐτὸ ποτὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τᾷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ. ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΘ, ΚΛ καθέτοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέτμηνται κατὰ τὰ Μ, Β, δῆλον, ὅτι τὸ ΛΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΘΜ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΘΕ ποτὶ τὰν ΒΘ. διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν ἐν τῷ κύκλῳ ποθ' ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΘ ποτὶ τὰν ΒΘ. ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ποτὶ τοῖς Α, Γ τὰ ἐν τῷ κύκλῳ ποτὶ τὰ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτον τὸν λόγον· ἕξει οὖν καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ποτὶ ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύγραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον εἶχον τὸν λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον· μεῖζον γὰρ ἦν ὅλου τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς.

ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. πάλιν δὴ δυνατὸν εἰς τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι

---

2 *δή*] scripsi, *δε* AB. 3 *εὐθύγραμμον*] B, om. A. *αὐτό*] scripsi, id ipsum B, *το αυτο* A. 7 *τό* (alt.)] e corr. B, *τα* A. 12 *ἔχοντι*] EG, *εχωντι* A. 18 *αὐτό*] *Torellius*, *αυτο το* A, id ipsum B.

culo $AE\Gamma Z$ inscribatur figura rectilinea polygono in circulo Ψ inscripto similis, et ab angulis eius rectae ad $A\Gamma$ diametrum perpendiculares ducantur, et ad puncta, in quibus rectae perpendiculares sectionem coni acutianguli secant, rectae ducantur; erit igitur figura quaedam rectilinea in sectione coni acutianguli inscripta, et ad figuram rectilineam in circulo $AE\Gamma Z$ inscriptam eandem rationem habebit, quam $B\varDelta : EZ$. nam quoniam $E\Theta$, $K\varLambda$ rectae perpendiculares in eadem proportione in punctis M, B sectae sunt, adparet, trapezium $\varLambda E$ ad ΘM eam habere rationem, quam $\Theta E : B\Theta$.[1]) et eadem de causa etiam cetera trapezia singula, quae in circulo sunt, ad singula trapezia, quae in sectione coni acutianguli sunt, eam habent rationem, quam $E\Theta : B\Theta$. sed etiam trianguli ad puncta A, Γ in circulo positi ad triangulos in sectione coni acutianguli positos eandem rationem habent;[2]) itaque etiam tota figura rectilinea in circulo $AE\Gamma Z$ inscripta ad totam figuram in sectione coni acutianguli inscriptam eam rationem habet, quam $EZ : B\varDelta$.[3]) sed eadem figura etiam ad figuram in circulo Ψ inscriptam hanc rationem habet, quoniam etiam circuli hanc rationem habebant [Eucl. V, 16];[4]) itaque figura in circulo Ψ inscripta figurae in sectione coni acutianguli inscriptae aequalis est [Eucl. V, 9]; quod fieri non potest; maior enim erat toto spatio sectione coni acutianguli comprehenso.

sed, si fieri potest, minor sit ⟨circulus Ψ⟩. rursus igitur fieri potest, ut in sectione coni acutianguli inscribatur poly-

---

(p) ita, ut spatia relicta minora sint eo spatio, quo Ψ spatium $AB\Gamma\varDelta$ excedit; u. De sph. et cyl. I, 6 p. 20, 10. erit igitur

$$\Psi - p < \Psi - AB\Gamma\varDelta \text{ siue } p > AB\Gamma\varDelta.$$

ceterum p. 276, 20 debuit esse: polygonum, cuius numerus laterum per quattuor diuidi potest. cfr. p. 280, 1.

1) U. ZMP. XXIV p. 180 nr. 11.

2) Habent enim rationem, quam $\Pi H : \Pi \Xi$, quae aequalis est rationi $E\Theta : B\Theta$.

3) ἐναλλάξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ; et

$$EZ = 2E\Theta,\ B\varDelta = 2B\Theta.$$

4) U. ZMP. XXIV p. 181 nr. 13.

πολύγωνον ἀρτιόπλευρον μεῖζον τοῦ Ψ κύκλου. ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ καθέτοι ἀχθεῖσαι ἐπὶ τὰν ΑΓ ἐκβεβλήσθωσαν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν· πάλιν οὖν ἐσσεῖταί τι ἐν τῷ ΑΕ κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἕξει ποτὶ τὸ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. ἐγγραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ δειχθήσεται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐὸν τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἔστιν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ εἰρημένον χωρίον ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

ε΄.

Πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλου διαμέτρου τετράγωνον.

ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἐν ᾧ τὸ Χ, διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς αἱ ΑΓ, ΒΔ, μείζων δὲ ἁ ΑΓ, καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ Ψ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΕΖ· δεικτέον, ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.

---

4 *τι*] B, *τη* A. 5 *ΑΕ*] B, *ΔΕ* A; fort. *ΑΕΓΖ*. 6 *τό*]

gonum ⟨aequilaterum⟩, cuius latera paria sunt numero,[1]) maius circulo Ψ.[2]) inscribatur igitur, et rectae ab angulis eius ad $A\Gamma$ perpendiculares ductae producantur ad ambitum circuli; rursus igitur in circulo $AE\langle\Gamma Z\rangle$ figura rectilinea inscripta erit, quae ad figuram in sectione coni acutianguli inscriptam eam rationem habebit, quam $EZ : B\Delta$ [p. 278, 3 sq.]. si igitur etiam in circulo Ψ inscribitur figura ei similis, figura in circulo Ψ inscripta demonstrabitur aequalis esse figurae in sectione coni acutianguli inscriptae [p. 278, 18 sq.]; quod fieri non potest;[3]) itaque circulus Ψ ne minor quidem est spatio sectione coni acutianguli comprehenso. ergo adparet, hoc spatium ad circulum $AE\Gamma Z$ eam rationem habere, quam $B\Delta : EZ$.[4])

V.[5])

Quoduis spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad quemuis circulum eam rationem habet, quam rectangulum diametris sectionis coni acutianguli comprehensum ad quadratum diametri circuli.

sit enim spatium aliquod sectione coni acutianguli comprehensum, in quo sit littera X, diametri uero sectionis coni acutianguli sint $A\Gamma$, $B\Delta$, maior autem sit $A\Gamma$, et sit circulus, in quo sit littera Ψ, et diametrus eius EZ; demonstrandum est, esse

$$X : \Psi = A\Gamma \times B\Delta : EZ^2.$$

1) Cfr. p. 277 not.
2) Hoc fieri posse, eodem modo intellegitur, quo in circulo demonstrauimus p. 277 not.
3) Nam circulus Ψ, figura inscripta maior, minor est figura in ellipsi inscripta.
4) Proprie hoc adparet, figuram ellipsi comprehensam aequalem esse circulo Ψ; tum u. p. 276, 12 et Eucl. V, 7.
5) Citat Hero, Metric. p. 82, 27.

Torellius, ταν A. 7 ἐγγραφέντος] G, εγγεγραφεντος A. 15 εξης η καταγραφη A. 16 ε] ϛ' BH². 27 Ψ] A, τὸ Ψ *Basil.*

περιγεγράφθω δὴ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· τὸ δὴ Χ χωρίον ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἁ ΑΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον· δέδεικται γὰρ ἔχον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΑΓ. ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἁ ΑΓ, ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἁ ΕΖ, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.

ϛ′.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν ποτ' ἄλλαλα.

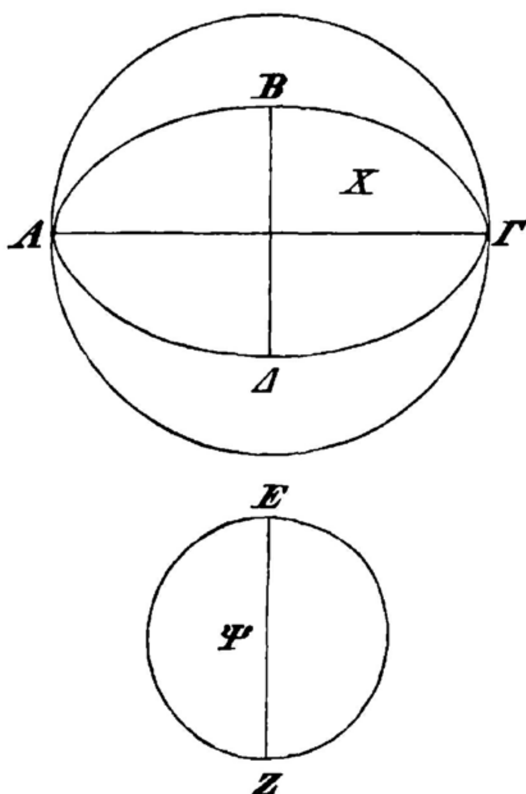
ἔστω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἐν οἷς τὰ Α, Β, ἔστω δὲ καὶ τὸ μὲν ΓΔ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τᾶς περιεχούσας τὸ Α χωρίον, τὸ δὲ ΕΖ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς ἑτέρας τομᾶς· δεικτέον, ὅτι τὸ Α χωρίον ποτὶ τὸ Β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ ΕΖ.

λελάφθω δὴ κύκλος τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ἀπὸ δὲ τᾶς διαμέτρου αὐτοῦ τετράγωνον ἔστω τὸ ΚΛ. ἔχει δὴ τὸ μὲν Α χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ ΚΛ, ὁ δὲ Ψ κύκλος ποτὶ τὸ

---

12 ϛ′] 7 B. **14** *ποτ' ἄλλαλα*] B, *ποτι τα αλλα* A. **15** *τᾶν*] mg. *Basil.*, *τμαμα* A, tetragonorum B. *τῶν ὀξυγωνίων κώνων*] AB, *τοῦ ὀξυγωνίου κώνου Torellius.* **19** *τᾶς*] EG, *τᾳ* A. **25** *ΚΛ*] B, *ΚΑ* A. *δή*] scripsi, *δε* AB.

circumscribatur igitur ⟨circum spatium X⟩ circulus circum diametrum $A\Gamma$ descriptus; spatium X igitur ad circulum, cuius diametrus est $A\Gamma$, eandem rationem habebit, quam $A\Gamma \times B\Delta : A\Gamma^2$; nam demonstratum est, spatium X ad circulum, cuius diametrus sit $A\Gamma$, eam habere rationem, quam $B\Delta : A\Gamma$ [prop. 4]. sed etiam circulus, cuius diametrus est $A\Gamma$, ad circulum, cuius diametrus est EZ, eam rationem habet, quam $A\Gamma^2 : EZ^2$ [Eucl. XII, 2]; ergo adparet, esse $X : \Psi = A\Gamma \times B\Delta : EZ^2$ [Eucl. V, 22].



VI.

Spatia sectione coni acutianguli comprehensa eam inter se rationem habent, quam rectangula diametris sectionum conorum acutiangulorum comprehensa inter se habent.

sint spatia sectione coni acutianguli comprehensa, in quibus sint litterae A, B, et rectangulum $\Gamma\Delta$ diametris contineatur sectionis coni acutianguli, quae A spatium comprehendit, rectangulum autem EZ diametris alterius sectionis contineatur; demonstrandum est, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$.

sumatur igitur circulus aliquis, in quo sit littera Ψ, et in diametro eius construatur quadratum $K\Lambda$. erit igitur $A : \Psi = \Gamma\Delta : K\Lambda$ [prop. 5] et

Β χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ΚΛ ποτὶ τὸ ΕΖ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ Α χωρίον ποτὶ τὸ Β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ ΕΖ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὁμοιᾶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι τᾶν τομᾶν.

ζ'.

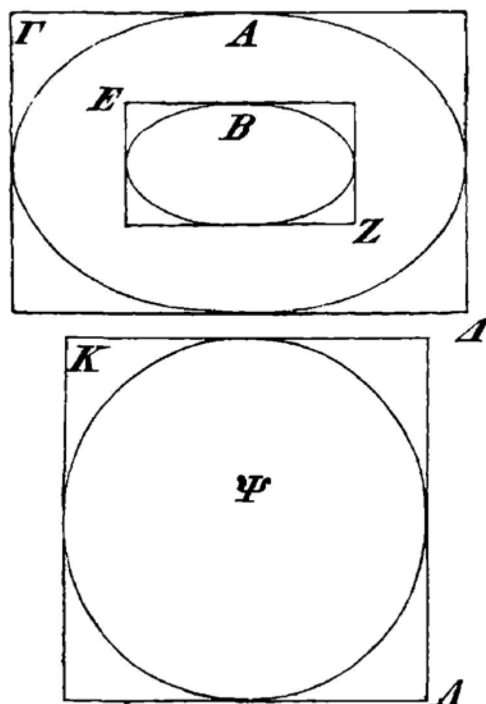
Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

δεδόσθω τις ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἀνεστάκουσα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διὰ δὲ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας καὶ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἁ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἁ ΑΒ, τὸ δὲ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Δ, ἁ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστάκουσα ὀρθὰ ἁ ΓΔ, πέρας δὲ αὐτᾶς τὸ Γ, ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ γεγραμμένα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ

---

4 *πόρισμα*] ⌐ D, om. BEGH. **7** *ἔχοντι* (utr.)] EG, *εχωντι* A. **9** *ζ'*] *8* B, *ϑ'* H². **17** *κώνου*] BG, om. A. **24** *ΓΔ*] A, *dg* B. **25** *κώνου*] A, om. B.

$\Psi : B = K\Lambda : EZ$ [prop. 5; Eucl. V, 16];
ergo adparet, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$ [Eucl. V, 22].



COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, spatia sectionibus conorum acutiangulorum similibus comprehensa eandem inter se habere rationem, quam quadrata diametrorum sectionum, quae sibi respondeant.[1])

VII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli erecta perpendiculari ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum rectae erectae, in cuius superficie sit data sectio coni acutianguli.

data sit sectio coni acutianguli et recta a centro eius perpendicularis erecta ad planum, in quo est sectio coni

1) Nam similes ellipses eae sunt, quarum qui sibi respondeant axes proportionales sint.

τὰν ΓΔ· δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ Α, Β εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων, καὶ ἀπὸ τοῦ Α διάχθω ἁ ΑΖ, ὥστε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ ΔΓ τετράγωνον· δυνατὸν δέ ἐστιν, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετράγωνον· ἀπὸ δὲ τᾶς ΑΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΑΖ, ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον· ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τούτου δειχθήσεται ἐοῦσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἀναγκαῖον, εἶμέν τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος ἄχθω ἁ ΘΚ ἐπὶ τὰν ΑΒ· ἐσσεῖται δὴ αὕτα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΓΖ· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Κ εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω· συμπιπτέτω δὴ αὕτα τᾷ ΑΖ κατὰ

4 δή] *Torellius*, δε AB. εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων] scripsi, ευθεια αχθεισα εκβεβλησθω AB. 7 ἔχειν] *Torellius*, εχει A. 8 τᾶς (alt.)] addidi, om. A. 10 μείζων] EG, μειζω A. 11 ΔΒ] *Basil.*, AB AB. 13 ἐντι] GH, εντη A. 16 δή] scripsi, δε AB. 18 γάρ] B, om. A. 21 δή] scripsi, δε AB.

acutianguli, per rectam autem erectam diametrumque minorem ducatur planum, et in eo sit diametrus minor AB, centrum sectionis coni acutianguli Δ, recta a centro perpendicularis erecta $\Gamma\Delta$ terminusque eius Γ, sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano ad $\Gamma\Delta$ perpendiculari; oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ, in cuius superficie data sectio coni acutianguli sit.

rectae igitur a Γ puncto ad puncta A, B ductae producantur, et ab A puncto perducatur AZ ita, ut ratio $AE \times EZ : E\Gamma^2$ aequalis sit rationi, quam habet quadratum dimidiae diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$; hoc autem fieri potest, quoniam

$$AE \times EZ : E\Gamma^2 > A\Delta \times \Delta B : \Delta\Gamma^2;^{1)}$$

porro a recta AZ planum erigatur perpendiculare ad id planum, in quo sunt rectae $A\Gamma$, AZ, in hoc autem plano circulus describatur circum diametrum AZ, et in hoc circulo conus construatur uerticem habens punctum Γ; demonstrabimus igitur, in huius coni superficie sectionem coni acutianguli positam esse.

nam si in superficie coni posita non est, necesse est, esse punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod non sit in coni superficie. fingatur igitur punctum aliquod Θ in sectione coni acutianguli sumptum, quod in superficie coni

1) Hanc conditionem ueram esse, ostendit Nizzius p. 162—63. cfr. Zeuthen, Die Lehre von den Kegelschnitten im Altert. p. 411 sqq.

τὸ *Λ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Λ* ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ *ΖΑ* ἁ *ΛΜ* ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν *ΑΖ*, τὸ δὲ *Μ* νοείσθω μετέωρον ἐπὶ τᾶς περιφερείας αὐτοῦ, ἄχθω δὲ καὶ παρὰ τὰν *ΑΒ* διὰ μὲν τοῦ *Λ* ἁ *ΞΟ*, διὰ δὲ τοῦ *Ε* ἁ *ΠΡ*. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν *ΕΑ*, *ΕΖ* περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΓ* τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΔΓ*, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς *ΕΓ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΕΠ*, *ΕΡ*, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΔΓ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΔ*, *ΔΒ*, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΕ*, *ΕΖ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΠΕ*, *ΕΡ*, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΔ*, *ΔΒ*. ἔστιν δέ, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΕ*, *ΕΖ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΕΠ*, *ΕΡ*, οὕτω τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΛ*, *ΛΖ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΛΞ*, *ΛΟ*, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΔ*, *ΔΒ*, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΚ*, *ΚΒ*· τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΛ*, *ΛΖ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΞΛ*, *ΛΟ*, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΚ*, *ΚΒ*. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΞΛ*, *ΛΟ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΓΛ* τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ *ΑΚ*, *ΚΒ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΓ* τετράγωνον· ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΛ*, *ΛΖ* περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΓΛ* τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΓ*. τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν *ΑΛ*, *ΛΖ* περιεχομένῳ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΛΜ* τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ τῷ

---

8 ὑπὸ τᾶν] B, om. A. **10** *ΔΒ*] B, *ΑΒ* A. **13** *ΕΖ*] *Torellius*, *ΕΓ* AB. **15** *ΛΞ*] B, mg. uel *ax* falsum; *ΑΞ* A. **17** *ΔΒ*] *Basil.*, *ΑΒ* AB. **19** *ΞΛ*] *Basil.*, *ΖΛ* AB. **22** ὑπό] A, ὑπὸ τᾶν *Basil.*

non sit, et a Θ puncto ducatur ΘK ad AB perpendicularis; haec igitur ad planum, in quo sunt rectae $A\Gamma$, ΓZ, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]; a puncto Γ autem ad K recta ducta producatur; concurrat igitur cum recta AZ in puncto Λ, et a puncto Λ ad $Z\Lambda$ perpendicularis ducatur ΛM in circulo circum diametrum AZ descripto, M autem punctum fingatur sublime in ambitu eius, ducaturque praeterea rectae AB parallela per Λ punctum recta ΞO, per E autem recta ΠP. iam quoniam $E\Lambda \times EZ : E\Gamma^2$ eandem rationem habet, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$ [ex hypothesi], et $E\Gamma^2 : E\Pi \times EP = \Delta\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$,[1]) habet $AE \times EZ : \Pi E \times EP$ eandem rationem, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad $A\Delta \times \Delta B$ [Eucl. V, 22]. est autem

$$AE \times EZ : E\Pi \times EP = A\Lambda \times \Lambda Z : \Lambda\Xi \times \Lambda O,^{2})$$

et, ut quadratum dimidiae diametri maioris ad

$$A\Delta \times \Delta B,$$

ita $\Theta K^2 : AK \times KB$ [Apollon. I, 21]; itaque erit

$$A\Lambda \times \Lambda Z : \Xi\Lambda \times \Lambda O = \Theta K^2 : AK \times KB.$$

uerum etiam

$$\Xi\Lambda \times \Lambda O : \Gamma\Lambda^2 = AK \times KB : K\Gamma^2;^{3})$$

quare

$$A\Lambda \times \Lambda Z : \Gamma\Lambda^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

sed $A\Lambda \times \Lambda Z = \Lambda M^2$; recta enim ΛM in semicirculo

---

1) Est enim $E\Gamma : E\Pi = \Delta\Gamma : A\Delta$ (ZMP. XXIV p. 178 nr. 4), h. e. $E\Gamma^2 : E\Pi^2 = \Delta\Gamma^2 : A\Delta^2$; sed

$$E\Pi^2 = E\Pi \times EP, \text{ et } A\Delta^2 = A\Delta \times \Delta B.$$

2) Nam cum $\Pi E \parallel \Xi\Lambda$, erit (not. 1)

$$AE : E\Pi = A\Lambda : \Lambda\Xi,$$

et cum $\Lambda O \parallel EP$, erit etiam (ibid.) $EZ : EP = \Lambda Z : \Lambda O$; tum multiplicando inuenitur proportio, quam quaerimus.

3) Nam $\Gamma\Lambda : \Xi\Lambda = \Gamma K : AK$ (ZMP. XXIV p. 178 nr. 4) et $\Gamma\Lambda : \Lambda O = \Gamma K : KB$; itaque multiplicando $\Gamma\Lambda^2 : \Xi\Lambda \times \Lambda O = \Gamma K^2 : AK \times KB$; tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

περὶ τὰν *ΑΖ* κάθετος ἄχθη ἁ *ΛΜ*· τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΛΜ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΛΓ*, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΓ*· ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐστὶν τὰ *Γ*, *Θ*, *Μ* σαμεῖα. ἁ δὲ *ΓΜ* ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ *Θ* σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται τοῦ κώνου. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν· οὐκ ἄρα ἐστὶ σαμεῖον οὐδὲν ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ προειρημένου κώνου. ὅλα οὖν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

η'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ *ΒΑ*, κέντρον δὲ τὸ *Δ*, καὶ ἁ *ΔΓ* ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστάκουσα, ὡς εἴρηται, ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν *ΑΒ* ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ *ΑΒ*, *ΓΔ*· δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ *Γ* σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

---

1 ἄρα] B, mg. ergo non in greco; om. A. 12 η'] A,

circum AZ descripto perpendicularis est [ZMP. XXIV p. 181 nr. 16]; erit igitur

$$\varDelta M^2 : \varDelta \Gamma^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2;$$

itaque in eadem recta posita sunt puncta Γ, Θ, M.[1]) sed recta ΓM in superficie coni est [Apollon. I, 1]; adparet igitur, etiam punctum Θ in superficie coni esse. supposuimus autem, non esse; itaque nullum punctum est in sectione coni acutianguli, quod in superficie coni, quem significauimus, non sit. ergo tota sectio coni acutianguli in eiusdem coni superficie posita est.

VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea[2]) a centro sectionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in plano, quod per alteram diametrum erectum est ad id planum perpendiculare, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum rectae erectae, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

sit igitur BA diametrus sectionis coni acutianguli, centrum autem $\varDelta$, et recta $\varDelta\Gamma$ a centro erecta sit ita, ut diximus, sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, quod perpendiculare est ad planum, in quo sunt AB, $\Gamma\varDelta$; oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

---

1) Nam $\Gamma\varDelta M$ triangulus est, in quo transuersalis est $K\Theta$, ut ex proportione illa $\varDelta M : \varDelta\Gamma = \Theta K : K\Gamma$ sequitur (cfr. p. 289 not. 3).

2) γραμμᾶς lin. 13 pro εὐθείας est. cfr. p. 296, 10, 16, 20; 300, 23. u. p. 267 not. 1.

ϑ' BH². 17 ἁ τοῦ] *Basil.*, αυτου AB. 18 ἀνεστακούσας] GH, ενεστακουσας A. 21 δή] *Torellius*, δε AB. 22 ἀπὸ τοῦ κέντρου] A, om. B. 25 $\Gamma\varDelta$] A, *dg* B.

οὐ δή ἐντι ἴσαι αἱ $A\Gamma$, ΓB, ἐπεὶ ἁ $\Gamma\Delta$ οὐκ ἔστιν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. ἔστω οὖν ἴσα ἁ $E\Gamma$ τᾷ ΓB, ἁ δὲ N εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ᾇ ἐστι συζυγὴς ἁ AB, καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἁ ZH παρὰ τὰν EB, ἀπὸ δὲ τᾶς EB ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $A\Gamma$, ΓB, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν EB, εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς N τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν $Z\Delta$, ΔH, κύκλος, εἰ δὲ μή ἐστιν ἴσον, ὀξυγωνίου κώνου τομὰ τοιαύτα, ὥστε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς EB τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $Z\Delta$, ΔH· κῶνος δὲ λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ὁ κύκλος ἢ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν EB· δυνατὸν δέ ἐστι τοῦτο, ἐπεὶ ἀπὸ

Γ Θ Μ Α Κ Ζ Η Δ Π Ε Λ Β Ν Ρ

4 ᾇ] GH, ἁ AB. 5 ἁ (pr.)] A, τᾷ B, *Torellius.* 9 EB]

rectae igitur $A\Gamma$, ΓB aequales non sunt, quoniam recta $\Gamma\Delta$ ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, perpendicularis non est.[1]) sit igitur $E\Gamma = \Gamma B$, et recta N aequalis sit dimidiae alteri diametro, quacum diametrus AB coniugata est, per Δ autem ducatur ZH rectae EB parallela, et ab EB planum erigatur perpendiculare ad planum, in quo sunt $A\Gamma$, ΓB, in hoc autem plano circum diametrum EB describatur,[2]) si $N^2 = Z\Delta \times \Delta H$, circulus,[3]) sin minus, sectio coni acutianguli eius modi, ut quadratum alterius diametri ad EB^2 eandem rationem habeat, quam

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H;^{4})$$

et sumatur conus uerticem habens punctum Γ, in cuius superficie sit circulus uel sectio coni acutianguli circum diametrum EB descripta; hoc autem fieri potest, quoniam recta[5]) a puncto Γ ad mediam rectam EB ducta perpendicularis est ad planum in EB recta positum;[6]) in hac igitur super-

1) Si $\Gamma\Delta$ perpendicularis esset, $A\Gamma$ et ΓB recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba (*κύκλος ἢ ἔλλειψις* lin. 9) subditiua esse, ostendi ZMP. XXV p. 43 sq., cfr. Philologisk Samfunds Mindeskrift (Hauniae 1879) p. 3.

3) Tum orietur conus, cuius basis est circulus ille, uertex autem Γ, in cuius superficie erit ellipsis data.

4) H. e. ellipsis similis ellipsi circum ZH diametrum descriptae, in qua recta N perpendicularis est in puncto Δ. sit enim huius ellipsis diametrus altera d, prioris autem d_1. erit igitur

$$\tfrac{1}{4}d^2 : \tfrac{1}{4}ZH^2 = N^2 : Z\Delta \times \Delta H \text{ (Apollon. I, 21)} = d_1{}^2 : EB^2.$$

diametri igitur proportionales sunt; tum u. p. 285 not. 1.

5) In Graecis uocabulum *εὐθεῖα* p. 294, 1 omissum est, quod saepissime fit; u. index s. u. *εὐθεῖα*.

6) Nam planum per EB positum perpendiculare est ad planum per $A\Gamma$, ΓB positum, et EB eorum sectio communis; tum u. Eucl. XI def. 4 (perpendicularis autem ab Γ ad EB ducta hanc in duas partes aequales secabit, quia $\Gamma E = \Gamma B$); itaque uti possumus prop. 7.

scripsi, *EB κυκλος η ελλειψις* A, *eb* uel ellipsis B. **13** *τομά*] *Basil.*, *τομαν* A. **19** *ἔχειν*] *Torellius, εχει* A. **24** *δέ*] addidi, om. AB. **28** *ἃ* (alt.)] addidi, om. A.

τοῦ Γ ἐπὶ μέσαν τὰν ΕΒ ἀχθεῖσα ὀρθά ἐντι ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΕΒ· ἐν ταύτᾳ δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἐσσεῖται ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω τι σαμεῖον λελαμμένον τὸ Θ, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος ἄχθω ἁ ΘΚ ἐπὶ τὰν ΑΒ, ἁ δὲ ΓΚ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω τᾷ ΕΒ κατὰ τὸ Λ, διὰ δὲ τοῦ Λ ἄχθω τις ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΕΒ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΕΒ ἁ ΛΜ, τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἄχθω δὲ καὶ διὰ τοῦ Λ παρὰ τὰν ΑΒ ἁ ΠΡ· ἔστιν δή, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς Ν τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΛ, ΛΒ, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΗ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΕΛ, ΛΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ· ἐσσεῖται οὖν, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς Ν τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ. ἔχει δέ, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς Ν τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, ἐπεὶ ἐν τᾷ αὐτᾷ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ καθέτοι ἐντὶ ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν ΑΒ· τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς

3 ἁ (alt.)] addidi, om. A. 5 *ἐσσεῖταί τι*] BG, *εσσειτι* A.

ficie erit sectio coni acutianguli circum diametrum AB descripta.

nam si non est, erit punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod in coni superficie non sit. fingatur punctum aliquod Θ sumptum, quod in superficie coni non sit, et a Θ puncto ducatur ΘK ad AB perpendicularis, recta ΓK autem ducta producatur et cum recta EB in puncto Λ concurrat, et per Λ ducatur ΛM ad EB perpendicularis in plano perpendiculari in recta EB posito, M autem punctum fingatur sublime in superficie coni, ducaturque etiam per Λ punctum ΠP rectae AB parallela; erit igitur

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H = \Lambda M^2 : E\Lambda \times \Lambda B,$$ [1])

et praeterea erit

$$Z\Delta \times \Delta H : A\Delta \times \Delta B = E\Lambda \times \Lambda B : \Pi\Lambda \times \Lambda P;$$ [2])

erit igitur

$$N^2 : A\Delta \times \Delta B = \Lambda M^2 : \Pi\Lambda \times \Lambda P \text{ [Eucl. V, 22].}$$

est autem $N^2 : A\Delta \times \Delta B = \Theta K^2 : AK \times KB$, quoniam in eadem sectione coni acutianguli perpendiculares ductae sunt ad diametrum AB [Apollon. I, 21]; itaque $\Lambda M^2 : \Pi\Lambda \times \Lambda P = \Theta K^2 : AK \times KB$. est autem etiam $\Pi\Lambda \times \Lambda P : \Gamma\Lambda^2 = AK \times KB : K\Gamma^2$ [cfr. p. 289 not. 3]; erit igitur etiam

$$\Lambda M^2 : \Gamma\Lambda^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22];}$$

---

1) Nam $\Lambda M^2 : E\Lambda \times \Lambda B = d_1{}^2 : EB^2$ (Apollon. I, 21) $= N^2 : Z\Delta \times \Delta H$ (u. p. 293 not. 4).

2) Nam cum $ZA\Delta \sim E\Pi\Lambda$, erit $Z\Delta : A\Delta = E\Lambda : \Pi\Lambda$, et cum $\Delta HB \sim \Lambda BP$, erit etiam $\Delta H : \Delta B = \Lambda B : \Lambda P$ (Eucl. VI, 4); multiplicando igitur sequitur, quod quaeritur. cfr. Zeuthen, Die Lehre von den Kegelschnitten im Altert. p. 51.

---

11 Λ] BG, A A. **12** τῷ] B, om. A. τᾷ] *Torellius*, τας A.

ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ· τὸν αὐτὸν οὖν λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΓ τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ· ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ Γ, Θ, Μ σαμεῖα. ἁ δὲ ΓΜ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν· φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

ϑʹ.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐντι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ἀνεστακούσᾳ γραμμᾷ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ἑτέρα διάμετρος ἁ ΒΑ, κέντρον δὲ τὸ Δ, ἁ δὲ ΓΔ γραμμὰ ἔστω ἀνεστάκουσα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἴρηται, ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ· δεῖ δὴ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΓΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀπὸ δὴ τῶν Α, Β σαμείων ἄχθων παρὰ τὰν ΓΔ αἱ ΑΖ, ΒΗ· ἁ δὴ ἑτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγω-

---

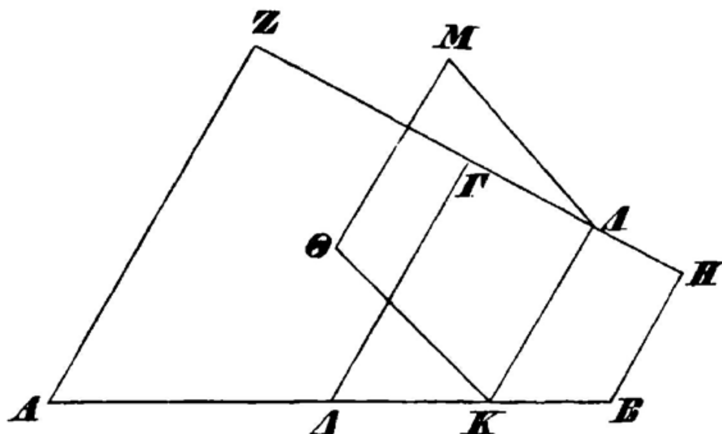
1 τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ] *Basil.*, ποτ' α AB. **9** ϑʹ] A, ιʹ BH². **11** μὴ ὀρθᾶς] *Torellius*, om. AB; cfr. lin. 20 ὡς εἴρηται. **18** ἁ] addidi, om. A. **26** ἄχθων] scripsi, αχθω A, ἄχθωσαν E.

quare in eadem recta sunt puncta Γ, Θ, M [p. 291 not. 1]. recta uero ΓM in superficie coni est [Apollon. I, 1]; adparet igitur, etiam punctum Θ in superficie coni esse. supposuimus autem, non esse; ergo constat id, quod demonstrandum erat.

IX.

Data sectione coni acutianguli et linea[1]) a centro sectionis coni acutianguli erecta non perpendiculari in plano, quod ab altera diametro erectum est perpendiculare ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur axem habens in producta linea erecta, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli data.

sit altera diametrus datae sectionis coni acutianguli BA, centrum autem Δ, lineaque $\Gamma\Delta$ a centro erecta sit ita, ut diximus, et sectio coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano ad id planum perpendiculari, in quo sunt AB, $\Gamma\Delta$; oportet igitur inueniri cylindrum axem habentem in producta recta $\Gamma\Delta$, in cuius superficie sit data sectio coni acutianguli.



ducantur igitur a punctis A, B rectae AZ, BH rectae $\Gamma\Delta$ parallelae; altera igitur diametrus sectionis coni acuti-

1) γραμμᾶς lin. 10, 16, 20 pro εὐθείας; u. p. 291 not. 2.

νίου κώνου τομᾶς ἤτοι ἴσα ἐντὶ τῷ διαστήματι τᾶν *ΑΖ*, *ΒΗ* ἢ μείζων ἢ ἐλάσσων. ἔστω δὴ πρότερον ἴσα τᾷ *ΖΗ*, ἁ δὲ *ΖΗ* ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ *ΓΔ*, ἀπὸ δὲ τᾶς *ΖΗ* ἀνεστακέτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὰν *ΓΔ*, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν *ΖΗ*, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν *ΓΔ*· ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ *Θ*, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἀπὸ τοῦ *Θ* ἁ *ΘΚ* κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν *ΑΒ*· ἐσσεῖται δὲ αὕτα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ *ΑΒ*, *ΓΔ*· ἀπὸ δὲ τοῦ *Κ* ἄχθω παρὰ τὰν *ΓΔ* ἁ *ΚΛ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Λ* ἀνεστακέτω ἁ *ΛΜ* ποτ' ὀρθὰς τᾷ *ΖΗ* ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν *ΖΗ*, τὸ δὲ *Μ* νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ περιφερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τὰν *ΖΗ*· τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* καθέτου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΚ*, *ΚΒ* περιεχόμενον καὶ τὸ ἀπὸ *ΖΓ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΔ*, *ΔΒ* περιεχόμενον, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ *ΖΗ* τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΖΛ*, *ΛΗ* περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ *ΑΚ*, *ΚΒ* περιεχόμενον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΖΓ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ *ΑΔ*· ἴσον οὖν ἐντι τὸ ὑπὸ τᾶν *ΖΛ*, *ΛΗ* περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* τετραγώνῳ. ἔστιν δὲ ἴσον καὶ τῷ ἀπὸ *ΛΜ*· ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ *ΘΚ*, *ΜΛ* καθέτοι. παραλλήλοι οὖν ἐντι αἱ *ΛΚ*,

---

17 τᾷ] G, τας A. 22 *ΑΔ*, *ΔΒ*] scripsi, *ΑΔΒ* AB.

anguli aut aequalis est distantiae rectarum AZ, BH aut maior aut minor. prius igitur aequalis sit rectae ZH, et ZH perpendicularis sit ad $\Gamma\Delta$, ab ZH autem erigatur planum ad $\Gamma\Delta$ perpendiculare, et in hoc plano circulus sit circum diametrum ZH descriptus, in hoc autem circulo cylindrus construatur axem habens $\Gamma\Delta$; in huius igitur cylindri superficie posita est sectio coni acutianguli ⟨data⟩.

nam si non est, erit punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod in superficie cylindri non sit. fingatur igitur punctum aliquod Θ sumptum in sectione coni acutianguli, quod non sit in superficie cylindri, et a puncto Θ ducatur ΘK ad AB perpendicularis; ea autem perpendicularis erit ad planum, in quo sunt rectae AB, $\Gamma\Delta$ [Eucl. XI def. 4]; a K autem puncto ducatur $K\Lambda$ rectae $\Gamma\Delta$ parallela, et in puncto Λ erigatur ΛM ad ZH perpendicularis in circulo circum ZH descripto, M autem punctum fingatur sublime in arcu semicirculi circum diametrum ZH descripti; itaque erit $\Theta K^2 : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$, quoniam ZH aequalis est alteri diametro.[1] uerum etiam

$$Z\Lambda \times \Lambda H : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta^2;^{2)}$$

quare $Z\Lambda \times \Lambda H = \Theta K^2$.[3] sed etiam

$$Z\Lambda \times \Lambda H = \Lambda M^2;^{4)}$$

quare rectae perpendiculares ΘK, $M\Lambda$ aequales sunt. itaque $\Lambda K \parallel M\Theta$ [Eucl. I, 33]; quare etiam $\Delta\Gamma \parallel M\Theta$ [Eucl.

---

1) Itaque $Z\Gamma$ dimidiae alteri diametro ellipsis aequalis est; et $A\Delta = \Delta B$; tum u. Apollon. I, 21.

2) Nam $Z\Lambda : AK = Z\Gamma : A\Delta$, quia $\Delta\Gamma \parallel \Lambda Z$, et
$\Lambda H : KB = \Gamma\Lambda : \Delta K$ (quia $\Lambda K \parallel \Delta\Gamma$) $= Z\Gamma : A\Delta$
(quia $\Lambda K \parallel \Delta\Gamma$); u. ZMP. XXIV p. 178 nr. 2.

3) Quia $A\Delta = \Delta B$, et ideo $A\Delta \times \Delta B = A\Delta^2$.

4) U. ZMP. XXIV p. 181 nr. 16.

---

26 $A\Delta$] *Nizzius*, cfr. p. 293 not. 2; $A\Delta$ *της ελλειψεως* AB. 27 *τᾶν*] G, *τας* A. *τῷ*] G, *το* A.

ΜΘ· ὥστε καὶ αἱ ΔΓ, ΜΘ παραλλήλοι ἐσσοῦνται. καὶ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ ΘΜ, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Μ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐόντος ἆκται παρὰ τὸν ἄξονα· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν αὐτοῦ. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν· φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

δῆλον δή, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων ὀρθὸς ἐσσεῖται, εἴ κα ᾖ ἁ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἀγμενᾶν παρὰ τὰν ἀνεστάκουσαν εὐθεῖαν.

ἔστω πάλιν ἁ ἑτέρα διάμετρος μείζων τᾶς ΖΗ, καὶ ἴσα ἔστω ἁ ΠΖ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, ἀπὸ δὲ τᾶς ΠΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν ΠΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΔΡ· ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου διὰ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται ἐοῦσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀλλ' ἔστω ἐλάσσων ἁ ἑτέρα διάμετρος τᾶς ΖΗ. ᾧ δὴ μεῖζον δύναται ἁ ΖΓ τᾶς ἡμισείας τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἔστω τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΞ τετράγωνον, καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἀνεστακέτω γραμμὰ ἴσα τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἁ ΞΝ, τὸ δὲ Ν νοείσθω μετέωρον· ἁ οὖν ΓΝ

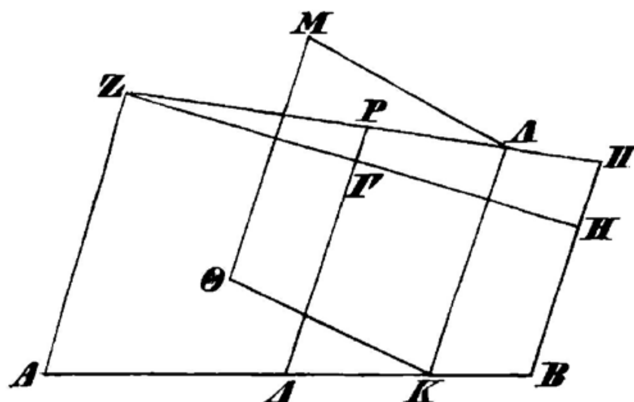
---

1 *ἐσσοῦνται*] *Torellius*, *εωντι* A, sunt B. **7** *περιλαμβάνων*] scripsi, *περιλαμβανων ταν ελλειψιν* AB; u. p. 293 not. 2. **8** *ᾖ ἁ*] scripsi, *ἁ* E et corr. in *ἡ* G, *ἡ* DH, sit B. **9** *τῶν*] G, *ταν* A. **11** *ι'* add. A, om. BG. cfr. Quaest. Arch. p. 123—24. *ἁ*] addidi, om. A. **14** *αἱ ΑΒ, ΓΔ*] B, *ἁ ΒΓΔ* A. **16** *κύλινδρος*] A, circulus B. **20** *ια'* add. A, om. BG. **21** *μεῖζον*] BG, *μειζων* A. figuram minus bene delineauerunt AB.

XI, 9]. itaque ΘM in superficie cylindri est, quoniam a puncto M, quod in superficie est, axi parallela ducta est; adparet igitur, etiam punctum Θ in superficie eius esse. supposuimus autem, non esse; ergo constat id, quod demonstrandum erat.

iam hoc quoque adparet, cylindrum comprehendentem ⟨ellipsim⟩ rectum esse, si altera diametrus ⟨ellipsis⟩ aequalis sit distantiae rectarum a terminis alterius diametri rectae erectae parallelarum ductarum.[1])

rursus altera diametrus maior sit recta ZH, et ΠZ aequalis sit alteri diametro, ab ΠZ autem planum erigatur ad id planum perpendiculare, in quo sunt rectae AB, $\Gamma\Delta$,



et in hoc plano sit circulus circum diametrum ΠZ descriptus, in hoc circulo autem cylindrus construatur axem habens ΔP; in huius igitur cylindri superficie eodem modo demonstrabitur posita esse sectio coni acutianguli.[2])

at minor sit altera diametrus recta ZH. spatium igitur, quo maius est quadratum rectae $Z\Gamma$ quadrato dimidiae alterius diametri, sit $\Gamma\Xi^2$, et ab Ξ puncto erigatur linea[3]) ΞN dimidiae alteri diametro aequalis et perpendicularis ad planum, in quo sunt rectae AB, $\Gamma\Delta$, et N punctum fingatur

1) Nam ∟ AZH et ZHB recti sunt.
2) Et utriusque cylindri superficies eadem est.
3) γραμμά lin. 23 pro εὐθεῖα; u. p. 291 not. 2.

ἴσα ἐντὶ τᾷ *ΓΖ*. ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντι αἱ *ΖΗ*, *ΓΝ*, κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν *ΖΗ*· ἥξει δὲ οὗτος διὰ τοῦ *Ν*· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν *ΓΔ*· ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. λελάφθω δή τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς τὸ *Θ*, καὶ ἁ *ΘΚ* κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν *ΑΒ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Κ* παρὰ τὰν *ΓΔ* ἔστω ἁ *ΚΛ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Λ* ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ *ΖΗ* ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν *ΖΗ* ἁ *ΛΜ*, νοείσθω δὲ τὸ *Μ* ἐπὶ τᾶς περιφερείας τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ τὰν *ΖΗ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Μ* κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν *ΚΛ* ἐκβληθεῖσαν ἁ *ΜΟ*· ἐσσεῖται δὲ αὔτα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ *ΑΒ*, *ΓΔ*, ἐπεὶ ποτ' ὀρθάς ἐντι ἁ *ΚΛ* τᾷ *ΖΗ*· ἔστιν δή, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΜΟ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΜΛ*, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς *ΞΝ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΝΓ*, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΜΛ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΚ*, *ΚΒ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΓΝ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΔ*, ἐπεὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς *ΜΛ* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τᾶν *ΛΖ*, *ΛΗ* περιεχομένῳ, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς *ΓΝ* τῷ ἀπὸ τᾶς *ΓΖ*· ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς *ΜΟ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΚ*, *ΚΒ*, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς *ΞΝ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΔ*. ἐντὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* τετρά-

---

1 ἐντὶ τᾷ] BG, εντα A. *ΓΖ*] *gz* B, mg. *x* pon. **2** τάν] G, τα A. **3** κύλινδρος] BG, του κυλινδρου A. **4** τάν] G, τήν EH, των D. **11** τᾷ] G, τας A. **12** *ΖΗ*] G, *ΖΜΗ* A, *znh* B, mg. in greco *zmh*. **13** περιφερείας τᾶς] scripsi, superficie B, om. A. **16** ποτ'] ποτι A. **22** τό] B, τῳ A. **24** τό (pr.)] GH, om. A.

sublime; itaque erit $\Gamma N = \Gamma Z$.[1]) in eo igitur plano, in quo sunt rectae ZH, ΓN, circulus describatur circum diametrum ZH; is autem per N ueniet;[2]) et in hoc circulo construatur cylindrus axem habens $\Gamma\Delta$; in huius igitur cylindri superficie posita est sectio coni acutianguli.

nam si non est, erit in ea punctum aliquod, quod in superficie cylindri non sit. sumatur igitur in ea aliquod punctum ⟨eius modi⟩ Θ, et recta ΘK ad AB perpendicularis ducatur, et ab K ducatur $K\Lambda$ rectae $\Gamma\Delta$ parallela, ab Λ autem ad ZH perpendicularis ducatur ΛM in semicirculo circum diametrum ZH descripto, M autem fingatur in arcu semicirculi circum ZH descripti positum, et ab M ad productam rectam $K\Lambda$ perpendicularis ducatur MO; ea autem perpendicularis erit ad planum, in quo sunt AB, $\Gamma\Delta$, quia $K\Lambda$ ad ZH perpendicularis est;[3]) erit igitur

$$MO^2 : M\Lambda^2 = \Xi N^2 : N\Gamma^2,\text{[4])}$$

et $M\Lambda^2 : AK \times KB = \Gamma N^2 : A\Delta^2$, quoniam

$$M\Lambda^2 = \Lambda Z \times \Lambda H \text{ et } \Gamma N^2 = \Gamma Z^2;\text{[5])}$$

erit igitur [Eucl. V, 22]

$$MO^2 : AK \times KB = \Xi N^2 : A\Delta^2.$$

est autem etiam $K\Theta^2 : AK \times KB = \Xi N^2 : A\Delta^2$, quoniam ΞN aequalis est dimidiae alteri diametro [Apollon. I, 21]; itaque adparet, esse $MO = \Theta K$; quare etiam KO parallela

---

1) Nam $\Gamma N^2 = \Gamma\Xi^2 + N\Xi^2$ (Eucl. I, 47), et ex hypothesi est $\Gamma Z^2 = \Gamma\Xi^2 + N\Xi^2$, quia $N\Xi$ dimidiae diametro aequalis est.

2) Quia $Z\Gamma = \Gamma N = \Gamma H$.

3) Quia $K\Lambda \parallel \Gamma\Delta$ et $\Gamma\Delta \perp ZH$. quoniam igitur $K\Lambda \perp ZH$ et $\Lambda M \perp ZH$, erit $ZH \perp \Theta MOK$ (Eucl. XI, 4); itaque

$$ABHZ \perp \Theta MOK \text{ (Eucl. XI, 18).}$$

iam quoniam $MO \perp K\Lambda$, erit (Eucl. XI def. 4) $MO \perp ABHZ$.

4) Nam $\Xi N \parallel MO$ (Eucl. XI, 6) et $N\Gamma \parallel M\Lambda$; itaque $\angle N = M$ (Eucl. XI, 10). et $\angle \Xi = O = 90°$; itaque $N\Gamma\Xi \sim M\Lambda O$, et erit (Eucl. VI, 4) $MO : M\Lambda = \Xi N : N\Gamma$.

5) Nam $\Lambda Z \times \Lambda H : AK \times KB = \Gamma Z^2 : A\Delta^2$ (p. 299 not. 2) et $M\Lambda^2 = \Lambda Z \times \Lambda H$ (ZMP. XXIV p. 181 nr. 16) et $\Gamma N = \Gamma Z$ (not. 1).

γωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΞN ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $A\varDelta$, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΞN τᾷ ἡμισέᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου· δῆλον οὖν, ὅτι ἴσαι ἐντὶ αἱ MO, ΘK καθέτοι· ὥστε παραλλήλοι αἱ KO, ΘM. ἐπεὶ δὲ ἁ $M\Theta$ παρὰ τὸν ἄξονά ἐντι τοῦ κυλίνδρου καὶ τὸ M σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον, καὶ τὰν $M\Theta$ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου· φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ αὐτοῦ. οὐκ ἦν δέ· δῆλον οὖν, ὅτι ἀναγκαῖόν ἐστι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου.

ι'.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων, ἀποδείκνυται ὑπὸ τῶν πρότερον, ἁ αὐτὰ δὲ ἀπόδειξίς ἐντι καί, διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου ποτὶ ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων.

καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλασίων ἐστὶ τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον, ἁ αὐτὰ ἀπόδειξις, ἅπερ καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

---

3 ἴσαι] G, ισα A. 4 παραλλήλοι] scripsi, cfr. p. 298, 29; ισαι AB. KO] *Torellius*, $K\Theta$ AB. 5 ἐντι] BG, εν τη A. καί] A, om. B. 12 ι'] ιβ' A, ια' H², om. B. 14 τοῦ (alt.)] EG, των A. 21 ἅπερ] A, om. B. In fig. semicirculum omittunt, $K\Theta MO$ in altera parte rectae $\Gamma\varDelta$ conlocant AB.

est rectae ΘM [Eucl. I, 33].[1]) quoniam autem recta $M\Theta$ axi cylindri parallela est[2]) et punctum M in superficie eius positum, necesse est, etiam rectam $M\Theta$ in superficie cylindri esse; manifestum est igitur, etiam punctum Θ in superficie eius esse. at [ex hypothesi] non erat; adparet igitur necesse esse, sectionem coni acutianguli in superficie cylindri esse.

X.

a) Quemuis conum ad conum rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere, a prioribus demonstratum est,[3]) eodem autem modo demonstratur, etiam quoduis segmentum coni ad segmentum coni rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere.

b) et quoduis frustum cylindri triplo maius esse segmento coni basim habenti eandem, quam frustum, et altitudinem aequalem, eodem modo demonstrabitur, quo demonstratur, cylindrum triplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam cylindrus, et altitudinem aequalem.[4])

1) Nam $MO \parallel \Theta K$, quia utraque ad $ABHZ$ perpendicularis est (tum u. Eucl. XI, 6); nam de MO u. p. 303 not. 3; de ΘK sequitur inde, quod ellipsis ad $ABHZ$ perpendicularis est et $\Theta K \perp AB$ (Eucl. XI def. 4).

2) Nam $KO \parallel \Delta\Gamma$; tum u. Eucl. XI, 9.

3) Sequitur ex Eucl. XII, 11 et 14 coniunctis; cfr. De sph. et cyl. I lemm. 1 p. 72.

4) Hoc demonstrauerat Eudoxus; u. De sph. et cyl. I p. 4, 7 sq.; cfr. Eucl. XII, 10.

ια'.

Εἴ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον.

εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

Εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἢ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, εἰ μέν κα διὰ τοῦ ἄξονος, ἁ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα, εἰ δέ κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ, εἰ δέ κα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, οὐχ ὁμοία, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ δέ κα τμαθῇ ὀρθῷ τῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, εἰ μέν κα διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἁ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα, εἰ δέ κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμ-

---

1 ια'] ιγ' A, ιβ' H², om. B. 4 κώνου] *Torellius*, κωνοει-

XI.

a) Si conoides rectangulum plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit coni rectanguli sectio eadem, quae figuram comprehendit, et diametrus eius sectio communis erit plani figuram secantis planique per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

b) Si conoides obtusiangulum secatur plano uel per axem posito uel axi parallelo uel per uerticem coni conoides comprehendentis posito, sectio erit coni obtusianguli sectio, si per axem, eadem, quae figuram comprehendit, sin axi parallelo, ei similis, sin autem per uerticem coni conoides comprehendentis, non similis, et diametrus sectionis erit communis sectio plani figuram secantis planique per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

c) Si utralibet figurarum sphaeroideon plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit coni acutianguli sectio, si per axem, ipsa sectio figuram comprehendens, sin plano axi parallelo, ei similis, et diametrus sectionis erit sectio

---

δεος AB. ἁ] addidi, om. AB. **12** ἤ (alt.)] *Torellius,* om. AB. **14** κα] addidi, om. A. **15** ἁ] addidi, om. AB. περιλαμβανοῦσα] E, que comprehendit B, παραλαμβανουσα A. κα] scripsi, και A. **16** κα] scripsi, και AB. **21** δέ] addidi, uero B, om. A. **26** κα] scripsi, και AB. **28** κα] scripsi, και A. **29** τομά] B, om. A.

νοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

Εἴ κα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἐόντων καθέτοι ἀγόμεναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐντὸς πεσοῦνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς.

τούτων δὲ πάντων φανεραί ἐντι αἱ ἀποδείξιες.

ιβʹ.

Εἴ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος μήτε παρὰ τὸν ἄξονα μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

τετμάσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἔστω τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἁ ΑΒΓ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ· δεικτέον, ὅτι ἁ τομὰ τοῦ κωνοειδέος ἁ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ

---

3 *κα*] scripsi, *και* AB. **8** *ἐόντων*] EG, *εωντων* A. **11**

communis plani figuram secantis planique per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio circulus erit centrum in axe positum habens.

d) Si quaelibet figurarum, quas commemorauimus, plano per axem posito secatur, rectae a punctis in superficie figurae positis, sed quae in sectione non sint, ad planum secans perpendiculares ductae intra sectionem figurae cadent.

harum autem omnium rerum demonstrationes manifestae sunt.[1])

XII.

Si conoides rectangulum plano neque per axem posito neque axi parallelo neque ad axem perpendiculari secatur, sectio erit coni acutianguli sectio, maior autem diametrus eius erit pars intra conoides comprehensa eius rectae, quae sectio est plani figuram secantis planique per axem ducti ad secans planum perpendicularis, minor autem diametrus aequalis erit distantiae rectarum, quae a terminis diametri maioris axi parallelae ducuntur.

secetur enim conoides rectangulum plano ita, ut dictum est, et eodem alio plano per axem ad planum secans perpendiculari secto sectio conoidis sit $AB\Gamma$, plani autem figuram secantis recta ΓA, axis autem conoidis et diametrus sectionis [prop. 11, a] sit $B\Delta$; demonstrandum, sectionem conoidis plano in $A\Gamma$ posito effectam sectionem esse coni

1) Nonnullas harum propositionum demonstrauerunt Commandinus adnotat. fol. 37, Riualtus p. 271, Torellius p. 314 sq., Nizzius p. 168 sq.

φανεραί] B, *φανερον* A. **12** *ιβ'*] *ιδ'* A, *11* B, *ιγ'* H². **18** *τοῦ* (pr.)] fort. *τοῦ τε*, cfr. p. 312, 20. **20** *διάμετρος*] *Basil.*, *α διαμετρος* A. **24** *ἄλλῳ*] B, supra scr. recto; *ορθῳ αλλῳ* A. **26** $AB\Gamma$] B, $B\Gamma$ A. **27** ΓA] e corr. B, mg. *gd fm̄*; $\Gamma\Delta$ A. **29** *ἀπό*] fort. scrib. *ὑπό*. *τοῦ* (tert.)] addidi, om. A.

κατὰ τὰν *ΑΓ* ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ μείζων ἐστὶν ἁ *ΑΓ*, ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐντὶ τᾷ *ΛΑ* τᾶς μὲν *ΓΛ* παρὰ τὰν *ΒΔ* ἐούσας, τᾶς δὲ *ΑΛ* καθέτου ἐπὶ τὰν *ΓΛ*. νοείσθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ *Κ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Κ* κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν *ΓΑ* ἁ *ΚΘ*· ἐσσεῖται οὖν ἁ *ΚΘ* κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ *ΑΓΒ* ὀρθογωνίου κώνου τομά, διότι καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον· διὰ δὲ τοῦ *Θ* ἄχθω ἁ *ΕΖ* ὀρθὰς ποιοῦσα γωνίας ποτὶ τὰν *ΒΔ*, καὶ διὰ τᾶν *ΕΖ*, *ΚΘ* εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω· ἐσσεῖται δὲ τοῦτο ὀρθὸν ποτὶ τὰν *ΒΔ*· τετμήσεται δὴ τὸ κωνοειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· ὥστε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ *Δ*· ἁ ἄρα *ΚΘ* ἴσον δυνασεῖται τῷ ὑπὸ *ΖΘ*, *ΘΕ* [ἡμικύκλιον γάρ ἐστι τὸ ἐπὶ τῆς *ΕΖ*, καὶ ἁ *ΚΘ* κάθετος οὖσα μέση γίνεται ἀνάλογον τῷ ὑπὸ τᾶν *ΕΘ*, *ΘΖ* περιεχομένῳ]. ἄχθω δὲ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁ μὲν *ΜΝ* παρὰ τὰν *ΑΓ*, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ *Ν*, ἁ δὲ *ΒΤ* παρὰ τὰν *ΕΖ*· τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΑΘ*, *ΘΓ* ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΕΘ*, *ΘΖ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΝΤ* ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΒΤ*· δέδεικται γὰρ τοῦτο. τᾷ δὲ *ΝΤ* ἴσα ἐντὶ ἁ *ΤΜ*, διότι καὶ ἁ *ΒΡ* τᾷ *ΒΜ*· ἔχει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΑΘ*, *ΘΓ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΤΜ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΤΒ*· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* καθέτου τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΘ*, *ΘΓ* περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ

---

1 τάν] B (quod secundum *ag*), παν α A. 3 τᾷ] B,

acutianguli, et rectam $A\Gamma$ maiorem esse eius diametrum, minorem autem aequalem esse rectae ΛA, ducta recta $\Gamma\Lambda$ rectae $B\Delta$ parallela, recta autem $A\Lambda$ ad $\Gamma\Lambda$ perpendiculari.

fingatur punctum aliquod in sectione sumptum K, et a K puncto ducatur $K\Theta$ ad ΓA perpendicularis; $K\Theta$ igitur ad id planum perpendicularis erit, in quo est sectio coni rectanguli $A\Gamma B$, quia planum secans ipsum quoque ad idem planum perpendiculare est [Eucl. XI def. 4]; et per Θ ducatur EZ rectos angulos ad $B\Delta$ efficiens, et per rectas EZ, $K\Theta$ planum ducatur; hoc autem ad $B\Delta$ perpendiculare erit;[1]) itaque conoides plano ad axem perpendiculari sectum erit; sectio igitur circulus erit centrumque eius punctum Δ [prop. 11, a]; quare erit $K\Theta^2 = Z\Theta \times \Theta E$.[2]) ducantur autem sectionem coni contingentes MN rectae $A\Gamma$ parallela, quae contingat in puncto N, et BT rectae EZ parallela; erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : E\Theta \times \Theta Z = NT^2 : BT^2;$$

hoc enim demonstratum est [prop. 3]. sed $NT = TM$, quia $BP = BM$;[3]) erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : K\Theta^2 = TM^2 : TB^2;$$

quare etiam

$$\Theta K^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TM^2 \text{ [Eucl. V, 7 coroll.]}.$$

1) Nam cum $K\Theta \perp AB\Gamma$, planum per $K\Theta$, EZ positum ad $AB\Gamma$ perpendiculare erit (Eucl. XI, 18); tum u. Eucl. XI def. 4.

2) ZMP. XXIV p. 181 nr. 16. uerba sequentia lin. 16—18 Nizzius recte ob formam prauam (*μέση ἀνάλογον τῷ ὑπὸ τᾶν* $E\Theta$, ΘZ) damnauit; augent suspicionem formae uulgares *τῆς*, *οὖσα*, *μέση*.

3) ZMP. XXV p. 53 nr. 16. tum u. Eucl. VI, 2; nam PN rectae BT parallela ducta est.

mg. G, *α* A. **8** $A\Gamma B$] A, *abg* B. **11** *εὐθειᾶν*] B, e corr. G, *εὐθείαν* G, e corr. H, *εὐθεῖαν* E, *ευθειας* DH. **13** *δή*] *Nizzius*, *δε* AB. **16** $K\Theta$] A, *tk* B. **17** *γίνεται*] B, *γαρ* comp. A. **23** *τᾶς* (pr.)] *Torellius*, *ταν* A. **25** BM] D², TM AB.

ἀπὸ τᾶς *ΒΤ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΤΜ*. ἐπεὶ οὖν ὁμοῖά ἐντι τὰ *ΓΑΛ*, *ΤΜΒ* τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* καθέτου τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΘ*, *ΘΓ* περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΛ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΓ* τετράγωνον. ὁμοίως δειχθήσονται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἀλλᾶν καθέτων τετράγωνα τᾶν ἀγομενᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν *ΑΓ* ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς *ΑΓ* τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΛ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΓ*· δῆλον οὖν, ὅτι ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, διαμέτροι δὲ αὐτᾶς ἐντι ἁ μὲν μείζων ἁ *ΑΓ*, ἁ δὲ ἐλάσσων ἴσα τᾷ *ΑΛ*.

ιγ'.

Εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

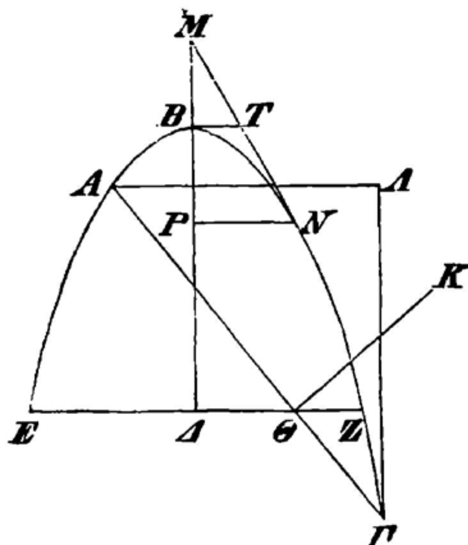
τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓ* ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδου ἁ *ΑΓ* εὐθεῖα, ἄξων δὲ τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ

2 *ΤΜΒ*] B, mg. *clb fm*; *ΤΛΒ* A. *τό — 5 ΑΓ*] add. *Commandinus*, om. AB. 5 *τετράγωνον* (alt.)] addidi, om. AB. *ὁμοίως*] BG, *ομοι^α* A. 9 *ἔχοντα*] B, *εχοντι* A. 11 *τομά*]

iam quoniam $\Gamma A\Lambda \sim TMB$,[1]) erit

⟨$BT : TM = A\Lambda : A\Gamma$ [Eucl. VI, 4]; quare⟩

$\Theta K^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = A\Lambda^2 : A\Gamma^2$. eodem modo demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum rectarum a sectione ad $A\Gamma$ perpendicularium ductarum ad rectangula partibus rectae $A\Gamma$ comprehensa eandem habere rationem, quam $A\Lambda^2 : A\Gamma^2$; ergo adparet, sectionem esse coni acutianguli sectionem, diametros autem eius maiorem rectam $A\Gamma$, minorem uero rectae $A\Lambda$ aequalem [Apollon. I, 21].



XIII.

Si conoides obtusiangulum plano secatur, quod cum omnibus lateribus coni conoides comprehendentis concurrit ad axem non perpendiculare, sectio erit coni acutianguli sectio, maior autem diametrus eius erit pars intra conoides comprehensa eius rectae, quae sectio est plani figuram secantis planique per axem ad secans planum perpendicularis.

secetur enim conoides obtusiangulum plano ita, ut dictum est, et eodem alio plano per axem ad secans planum perpendiculari secto sectio conoidis sit $AB\Gamma$ coni obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem figuram secantis recta $A\Gamma$, axis autem conoidis et diametrus sectionis sit $B\Delta$. fingatur

1) Nam $\angle B = \angle \Lambda = 90^\circ$ et $\angle A = \angle T$, quia $A\Gamma \parallel MN$ et $BT \parallel A\Lambda$.

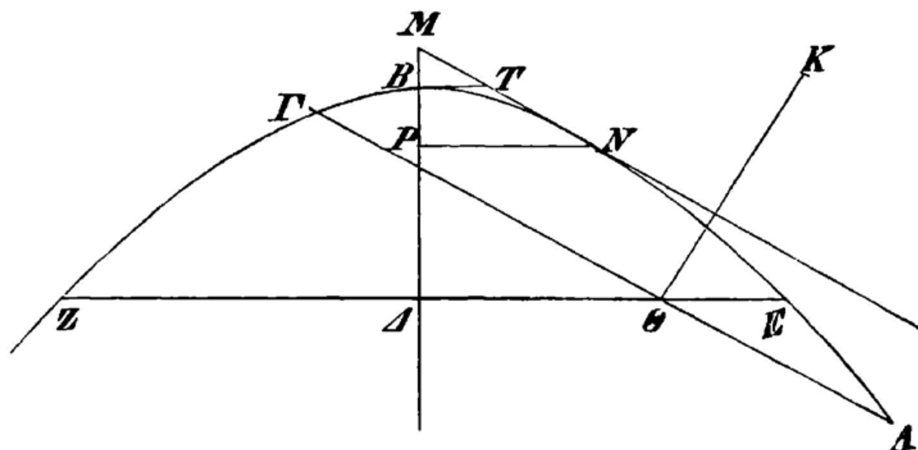
G, τομας A. διαμέτροι] BG, διαμετρος A. 13 ιγ'] ιε' A, *12* B, ιδ' H². 14 ἐπιπέδῳ] BG², om. A.

ΒΔ. νοείσθω δή τι ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον σαμεῖον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΓ ἁ ΚΘ· ἐσσεῖται δὴ αὕτα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι ἁ ΑΒΓ κώνου τομά. διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἁ ΕΖ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ, καὶ διὰ τᾶν ΕΖ, ΚΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἄχθω τέμνον τὸ κωνοειδές· τετμήσεται δὴ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· ὥστε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Δ· ἁ ἄρα κάθετος ἁ ΚΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΖ. ἄχθω δὴ πάλιν ἁ μὲν ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Ν, ἁ δὲ ΒΤ παρὰ τὰν ΕΖ· τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ ΕΘ, ΘΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ· ὥστε τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ καθέτου τετράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. ὁμοίως οὖν δειχθησοῦντι καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἀλλᾶν καθέτων τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἀγομενᾶν ἐπὶ τὰν ΑΓ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ, ὧν αἱ καθέτοι ποιοῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. καί ἐστιν ἐλάσσων ἁ ΒΤ τᾶς ΤΝ, διότι καὶ ἁ ΜΤ ἐλάσσων ἐστὶν τᾶς ΤΝ· καὶ γὰρ ἁ ΜΒ ἐλάσσων τᾶς ΒΡ· τοῦτο γάρ ἐστιν ἐν ταῖς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῖς σύμπτωμα· δῆλον οὖν, ὅτι ἁ τομὰ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ καὶ διάμετρος αὐτᾶς μείζων ἁ

---

3 *ἐπίπεδον*] GH, *επιπεδῳ* A. **9** *ΕΘ, ΘΖ*] B, *ΘΕ ΕΖ* A. **10** *δή*] *δέ Nizzius*, etiam B. **18** *δειχθησοῦντι*] D, *δειχθησοῦνται* G, *δειχθήσονται* EH. **26** *οὖν*] B, om. A. *τομά*] sectio est B. In fig. *ΘΚ* om. A, *ΒΜ* ad *Ο* producunt AB.

igitur punctum aliquod K in sectione sumptum, et a K puncto ducatur $K\Theta$ ad $A\Gamma$ perpendicularis; ea igitur ad id planum perpendicularis erit, in quo est coni sectio $AB\Gamma$ [Eucl. XI def. 4]. per Θ autem ducatur EZ ad $B\Delta$ perpendicularis, et per rectas EZ, $K\Theta$ planum ducatur cono-



ides secans; itaque sectum erit plano ad axem perpendiculari [p. 311 not. 1]; quare sectio circulus erit centrumque eius Δ punctum [prop. 11, b]; itaque erit $K\Theta^2 = E\Theta \times \Theta Z$ [p. 311 not. 2]. iam rursus MN rectae $A\Gamma$ parallela ducatur sectionem coni in N puncto contingens et BT rectae EZ parallela; erit igitur

$$E\Theta \times \Theta Z : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TN^2 \text{ [prop. 3]};$$

quare erit $K\Theta^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TN^2$. eodem modo igitur demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum rectarum a sectione ad $A\Gamma$ perpendicularium ductarum ad rectangula partibus rectae $A\Gamma$ a perpendicularibus effectis comprehensa eandem habere rationem, quam $BT^2 : TN^2$. est autem $BT < TN$, quia $MT < TN$ ⟨et $MT > BT$⟩; nam etiam $MB < BP$; hoc enim sectionibus coni obtusianguli pro-

ΑΓ [ὁμοίως καθέτου οὔσης τᾶς *ΝΡ* ἐν τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ διάμετρος ταύτας μείζων ἐστὶν ἁ *ΓΔ*].

ιδʹ.

Εἴ κα τὸ παράμακες σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μὴ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ μὲν οὖν κα τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, δῆλον· τετμάσθω δὲ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον τοῦ μὲν σφαιροειδέος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓΔ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδου ἁ *ΓΑ* εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ σφαιροειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ *ΒΔ*, κέντρον δὲ τὸ *Χ*, καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔστω ἁ *ΠΡ*. ἄχθω δὲ ἁ μὲν *ΒΤ* ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ *ΒΔ*, ἁ δὲ *ΗΝ* παρὰ τὰν *ΑΓ* ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ

---

1 τᾶς *ΝΡ*] A, ipsi *nr* B. 3 *ΓΔ*] AB, *ΓΑ* *Torellius*.

prium est;[1]) ergo adparet, sectionem esse coni acutianguli sectionem et maiorem eius diametrum $A\Gamma$.[2])

XIV.

Si sphaeroides oblongum plano ad axem non perpendiculari secatur, sectio erit coni acutianguli sectio, maior autem diametrus eius erit pars intra sphaeroides comprehensa eius rectae, quae sectio est plani figuram secantis planique per axem ad secans planum perpendicularis.

hoc, si per axem uel plano axi parallelo secatur, statim adparet [prop. 11, c]; secetur autem alio plano, et eodem per axem plano ad secans planum perpendiculari secto sphaeroidis sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem sphaeroides secantis recta ΓA, et axis sphaeroidis diametrusque sectionis coni acutianguli sit $B\Delta$, centrum autem X, et minor diametrus sit ΠP. ducatur autem BT ad $B\Delta$ perpendicularis et HN rectae $A\Gamma$ parallela sectionem coni acutianguli in N puncto contingens, ducatur autem etiam $M\Lambda$ per X punctum rectae $A\Gamma$ parallela; itaque eodem modo, quo antea,[3]) demonstrabitur,

---

1) ZMP. XXV p. 56 nr. 27. nam $MB : BP = MT : TN$ (Eucl. VI, 2).

2) Ellipsis est, cuius altera diametrus $A\Gamma$, propter Apollon. I, 21, quia quadrata rectarum ordinate ductarum ad rectangula partibus rectae $A\Gamma$ ab ipsis effectis comprehensa semper eandem rationem habent. itaque etiam quadratum rectae ad medium punctum rectae $A\Gamma$ ordinate ductae (p) ad $\frac{1}{4}A\Gamma^2$ eam rationem habet, quam $BT : TN$. iam cum $BT < TN$, erit etiam $p^2 < \frac{1}{4}A\Gamma^2$; quare $A\Gamma$ maior erit diametrus. uerba ὁμοίως lin. 1—$\Gamma\Lambda$ lin. 3 nunc delere malo quam cum Nizzio post BP p. 314, 25 deletis διάμετρος—$\Gamma\Lambda$ transponere.

3) P. 310, 20 sq.; p. 314, 12 sq.

---

4 ιδ'] A, *13* B, ιϛ' H, ιε' H². 5 κα] B (si), *Nizzius*, κα και A. 8 σφαιροειδεῖ] EG, σφαιροειδες A. 9 τοῦ] fort. τοῦ τε, cfr. p. 312, 20. 17 ἔστω] A, om. B. 19 δὲ] fort. δή.

τὸ *Ν*, ἄχθω δὲ καὶ ἁ *ΜΛ* διὰ τοῦ *Χ* παρὰ τὰν *ΑΓ*· ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησοῦντι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν *ΑΓ* ἀγμενᾶν ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς *ΑΓ* τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΒΤ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΤΝ*. ὅτι μὲν οὖν ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομὰ καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ *ΓΑ*, δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν *ΠΧ*, *ΧΡ* περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ *ΜΧ*, *ΧΛ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΒΤ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΝΤ*, ἐπεὶ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἐντὶ αἱ *ΠΡ*, *ΜΛ*. ἔλασσον δέ ἐστι τὸ ὑπὸ τᾶν *ΠΧ*, *ΧΡ* περιεχόμενον τοῦ ὑπὸ τᾶν *ΜΧ*, *ΧΛ*, ἐπεὶ καὶ ἁ *ΧΠ* τᾶς *ΧΛ*· ἔλασσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΒΤ* τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΤΝ*· ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων τετράγωνα τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν *ΑΓ* ἀγομενᾶν ἐλάσσονά ἐντι τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς *ΑΓ* περιεχομένων. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος ἁ *ΓΑ*.

Εἴ κα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται, τᾶν δὲ διαμέτρων ἐλάσσων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

Ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πάντεσσι τοῖς σχημάτεσσιν, ὅτι, εἴ κα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῇ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὁμοῖαι ἐσσοῦνται· τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τοὺς αὐτοὺς λόγους ἑξοῦντι.

---

1 δέ] scripsi, δη AB. **4** ἀγμενᾶν] scripsi, αγμενας A. **11** *ΜΛ*] B, *ΜΠ* A. **16** τᾶς] G, ταν A. **17** ἐλάσσονά] B, ελασσων A. τῶν (alt.)] G, ταν A. περιεχομένων] B, περιεχομενα A. **25** τά (alt.)] B, ταν A.

quadrata rectarum a sectione ad $A\Gamma$ perpendicularium ductarum ad rectangula partibus rectae $A\Gamma$ comprehensa eandem rationem habere, quam BT^2 ad TN^2. hinc igitur adparet, sectionem esse coni acutianguli sectionem, cuius diametrus sit ΓA [Apollon. I, 21]; maiorem autem diametrum eam esse, demonstrandum est. est enim $\Pi X \times XP : MX \times X\Lambda = BT^2 : NT^2$, quoniam ΠP, $M\Lambda$ rectis contingentibus parallelae sunt [prop. 3]. sed $\Pi X \times XP < MX \times X\Lambda$, quia

$$X\Pi < X\Lambda;$$ [1])

itaque etiam $BT^2 < TN^2$; quare etiam quadrata rectarum a sectione ad $A\Gamma$ perpendicularium ductarum minora sunt rectangulis partibus rectae $A\Gamma$ comprehensis. adparet igitur, ΓA maiorem esse diametrum.[2])

Si sphaeroides latum plano secatur, cetera eadem erunt, sed recta intra sphaeroides comprehensa minor diametrus erit.

Inde adparet, in omnibus figuris,[3]) si planis parallelis secentur, sectiones earum similes futuras esse; nam quadrata perpendicularium ad rectangula partibus comprehensa easdem rationes habebunt.[4])

---

1) Nam $X\Pi = XP$, $XM = X\Lambda$, et diametrus minor omnium rectarum per centrum ductarum minima est.

2) Nam etiam quadratum dimidii alterius axis minus est quarta parte quadrati rectae $A\Gamma$; cfr. p. 317 not. 2.

3) H. e. et conoidibus et sphaeroidibus.

4) Eam enim habebunt rationem, quam $BT^2 : TN^2$ (prop. 12, 13, 14); tum u. p. 293 not. 4.

ιε΄.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὁτουοῦν σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος τᾶν ἀγομενᾶν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διά τε τοῦ ἄξονος καὶ τοῦ σαμείου, ἀφ' οὗ ἁ παράλληλος ἄγεται τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ὁ ἄξων τοῦ κωνοειδέος· ἐν δὲ τᾷ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἀγομενᾶν παρὰ τὰν διάμετρον εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτᾶς, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός· δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ τᾶν ἀγομενᾶν εὐθειᾶν παρά τινα γραμμάν, ἅ ἐστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διά τε τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς καὶ διὰ τοῦ σαμείου, ἀφ' οὗ ἄγεται ἁ ἐς αὐτό, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα· ἐν δὲ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου

---

1 ιε΄] A, om. B, ιζ΄ H, ις΄ H². 8 ἁ (alt.)] addidi, om. A.

XV.

a) In conoide rectangulo earum rectarum, quae a quouis puncto in superficie conoidis posito axi parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est conuexa eius pars, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

si enim planum ducitur simul per axem et per id punctum, unde ducitur recta axi parallela, sectio erit coni rectanguli sectio [prop. 11, a], diametrus autem eius axis conoidis; in sectione autem coni rectanguli earum rectarum, quae a quouis puncto sectionis diametro parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra sectionem cadunt, quae uero in alteram partem ducuntur, intra [cfr. Apollon. Con. I, 26]; constat igitur propositum.

b) In conoide obtusiangulo earum rectarum, quae a quouis puncto in superficie eius posito ducuntur parallelae lineae,[1]) quae in conoide est per uerticem coni conoides comprehendentis ducta, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

nam si planum ducitur simul per rectam, quae in conoide per uerticem coni conoides comprehendentis ducitur, et per punctum, unde ducitur recta in conoides incidens, sectio erit coni obtusianguli sectio, diametrus[2]) autem eius recta in conoide a uertice coni ducta [prop. 11, b]; in sectione autem coni obtusianguli earum rectarum, quae a quouis puncto

1) *γραμμάν* lin. 18 pro *εὐθεῖαν* ut p. 322, 2; 328, 12, u. p. 291 not. 2.

2) *διάμετρος* lin. 27 contra usum loquendi Archimedis usurpatum est; nam ita tantum diametrus erit proprie sic dicta, si recta per uerticem coni ducta axis conoidis est; cfr. Heath, The works of Archimedes (Cantabr. 1897) p. 126 not.

13 *αὐτᾶς*] B, *αυτη* A. 18 *ἀγομένα*] *Torellius,* producta B, *αγομενας* A. 19 *τό*] GH, *τῳ* A. 26 *ἐς αὐτό*] B, *ες αυτα* A, mg. B; *παρ' αὐτάν* *Nizzius.* 29 *τομᾷ*] B, *του* A.

τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομενᾶν εὐθειᾶν παρὰ τὰν οὕτως ἀγμέναν γραμμὰν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἅ ἐστιν αὐτᾶς τὰ κυρτά, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Εἴ κα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφάπτηται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

ἐφαπτέσθω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων δὴ δύο σαμείων, καθ' ἃ ἅπτεται τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν ἀπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ἤτοι διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον· ὥστε τὰν τομὰν ποιήσει κώνου τομάν, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ, ἐπεὶ ἔν τε τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ὥστε καὶ τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἁ εὐθεῖα αὔτα ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα· τοῦ ἄρα ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τοῦ κωνοειδέος· ὅπερ ἀδύνατον· ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅψεται σαμεῖον.

ὅτι δὲ καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ μὲν κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐφάπτεται, δῆλον. ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ ἄξονος δύο ἐπιπέδων τοῦ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται κώνων τομαὶ διάμετρον ἔχουσαι τὸν ἄξονα, τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου εὐθεῖαι ἐπιψαύου-

---

5 Mg. *14* B. *ἐφάπτηται*] *Torellius,* εφαπτεται A. **10** *δή*]

sectionis lineae ita ductae parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra sectionem cadunt, quae uero in alteram, intra [cfr. Apollon. Con. I, 26].

c) Si planum figuras conoideon contingit conoides non secans, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus axemque ductum ad planum contingens perpendiculare erit.

contingat enim, si fieri potest, in pluribus punctis. sumptis igitur duobus punctis, in quibus planum contingens conoides tangat, et ab utroque rectis axi parallelis ductis planum per rectas axi parallelas ductum aut per axem aut axi parallelum ductum erit;[1]) quare sectio coni erit sectio [prop. 11], et puncta in coni sectione erunt, quoniam et in superficie conoidis sunt et in plano. itaque recta puncta iungens intra coni sectionem erit [Apollon. Con. I, 10]; quare etiam intra superficiem conoidis erit. sed eadem recta in plano contingenti est, quia etiam puncta in eo sunt; itaque pars plani contingentis intra conoides erit; quod fieri non potest; nam suppositum est, planum non secare. ergo in uno solo puncto continget.

planum autem per punctum contactus axemque ductum perpendiculare ad planum contingens fore, statim adparet, si in uertice conoidis contingit. ductis enim per axem duobus planis conoidis sectiones erunt conorum sectiones diametrum habentes axem [prop. 11], plani uero contingentis rectae sectiones conorum in termino diametri contingentes. rectae autem sectiones conorum in termino diametri contingentes cum diametro rectos angulos faciunt;[2]) itaque in

1) ZMP. XXIV p. 181 nr. 17.
2) ZMP. XXV p. 47 nr. 4.

---

scripsi, *δε* AB. **12** *ἀπό*] scripsi, *απο δε* AB. **16** *ἐπεί*] *Nizzius, επει ουν* AB. **17** *οὖν*] A, om. B. **19** *ἁ εὐθεῖα αὗτα*] fort. *ἁ αὐτὰ εὐθεῖα.* **25** *εἰ*] *Torellius,* om. A, et B. *μέν*] addidi, om. AB; cfr. p. 324, 7. **27** *τοῦ* (alt.)] fort. *τοῦ μέν.* **28** *ἐσσοῦνται*] G, *εσουνται* A. **29** *εὐθεῖαι*] scripsi, *αι ευθειαι* A.

σαι τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου. αἱ δὲ εὐθεῖαι αἱ ἐπιψαύουσαι τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου ὀρθὰς ποιοῦντι γωνίας ποτὶ τὰν διάμετρον· ἐσσοῦνται οὖν ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. ὀρθὸν οὖν ἐσσεῖται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον· ὥστε καὶ ποτὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος. ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐπιψαῦον τὸ ἐπίπεδον. ἄχθω δὴ ἐπίπεδον διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος, καὶ τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ κώνου τομά, ἄξων δὲ ἔστω καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ, τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου τομὰ ἔστω ἁ ΕΘΖ εὐθεῖα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁπτομένα κατὰ τὸ Θ, ἀπὸ δὲ τοῦ Θ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΒΔ ἁ ΘΚ, καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα· ποιήσει δὴ τοῦτο τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ Κ. ἁ δὲ τομὰ τούτου τοῦ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἐπιψαύοντος ἐσσεῖται ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου· ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν ΘΚ· ὥστ' ὀρθὰ ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΚΘ, ΒΔ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον, ἐπεὶ καὶ αἱ ἐν αὐτῷ εὐθεῖαι.

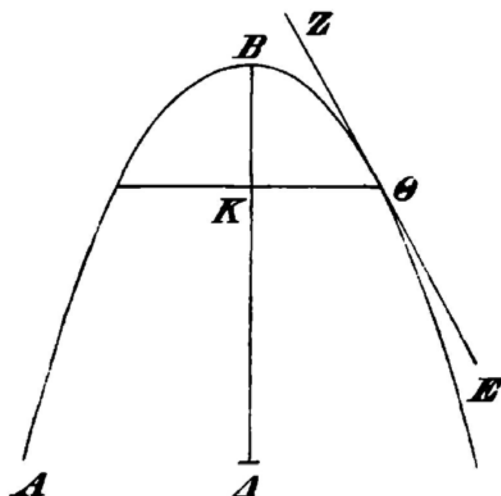
ιϛ'.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν ἐπίπεδον ἅπτηται μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

---

2 *αἱ δέ* — 3 *διαμέτρου*] addidi, om. AB. 4 *ἐσσοῦνται*] G, εσουνται A. 10 *ΑΒΓ*] fort. *abg* mg. B, *ΒΓ* AB. 15 *ποτί*] scripsi, επι AB; cfr. Philol. Samfunds Mindeskrift (Haun.

plano contingenti duae rectae ad axem perpendiculares erunt. planum igitur ipsum ad axem perpendiculare erit [Eucl. XI, 4]; quare etiam ad planum per axem positum [Eucl. XI, 18]. uerum ne in uertice conoidis contingat planum. ducatur igitur planum per punctum contactns axemque, et sectio conoidis sit $AB\Gamma$ coni sectio [prop. 11, a—b], axis autem et diametrus sectionis sit $B\Delta$, plani uero contingentis sectio sit recta $E\Theta Z$ sectionem coni in Θ puncto tangens, et a Θ puncto ducatur ΘK ad $B\Delta$ perpendicularis, et in ea planum erigatur ad axem perpendiculare; hoc igitur sectionem circulum faciet, cuius centrum sit K [prop. 11, a—b]. sectio autem huius plani planique contingentis circulum continget; itaque cum ΘK rectos angulos faciet [Eucl. III, 18]; quare ad planum, in quo sunt rectae $K\Theta$, $B\Delta$, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. ergo adparet, planum contingens ad idem planum perpendiculare esse, quoniam etiam rectae in eo positae ad idem planum perpendiculares sunt [Eucl. XI, 18].



XVI.

a) Si planum utramuis figurarum sphaeroideon tangit non secans figuram, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus axemque ductum ad planum contingens perpendiculare erit.[1])

1) Praef. p. 254, 8: ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἅπτονται σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ.

1879) p. 19. δή] scripsi, δε AB. 20 τό (pr.)] GH, τῳ A. 23 ις'] A, *15* B, ιη' H. 24 ὁποτερονοῦν] scripsi, οποτερονουν A.

ἁπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων δὴ τῶν σαμείων, καθ' ἃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τοῦ σφαιροειδέος καὶ ἀφ' ἑκατέρου αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν καὶ διὰ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπιπέδου ἐκβληθέντος ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ὥστε καὶ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἁ εὐθεῖα ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα· τοῦ οὖν ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τοῦ σφαιροειδέος. οὐκ ἔστιν δέ· ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. δῆλον οὖν, ὅτι καθ' ἓν σαμεῖον μόνον ἅψεται. ὅτι δὲ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων.

Εἴ κα τῶν κωνοειδέων ἢ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ τᾶς γενομένας τομᾶς ἐπιψαύουσά τις ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν ποτὶ τὸ τέμνον, ἐπιψαύει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον, καθ' ὃ καὶ ἁ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

οὐ γὰρ ἅψεται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ. εἰ δὲ μή, ἁ ἀπὸ τοῦ σαμείου κάθετος ἀγομένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσεῖται ἐκτὸς τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ἐπὶ γὰρ τὰν ἐπιψαύουσαν πεσεῖται, ἐπεὶ ὀρθά ποτ' ἄλλαλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γάρ, ὅτι ἐντὸς πεσεῖται.

---

2 δή] scripsi, δε AB. τῶν] δύο *Nizzius*. 4 εὐθειᾶν

tangat enim in pluribus punctis. sumptis igitur punctis, in quibus planum sphaeroides tangit, et ab utroque eorum rectis axi parallelis ductis planoque per ductas rectas posito sectio erit coni acutianguli sectio [prop. 11, c], et puncta in coni sectione erunt. itaque recta puncta iungens intra coni sectionem erit [Apollon. Con. I, 10]; quare etiam intra superficiem sphaeroidis erit. ea autem recta in plano contingenti est, quia etiam puncta in eo sunt; itaque pars plani contingentis intra sphaeroides erit. at non est; nam suppositum est, id non secare. ergo adparet, in uno solo puncto planum tacturum esse. planum autem per punctum contactus axemque positum ad planum contingens perpendiculare futurum esse, eodem modo, quo in figuris conoidibus, ⟨demonstrabimus⟩ [p. 322, 24 sq.].

b) Si quaeuis figurarum conoideon uel sphaeroideon plano per axem posito secatur, sectionemque inde ortam contingens recta ducitur, et in recta contingenti planum erigitur ad secans planum perpendiculare, figuram in eodem puncto contingit, in quo recta illa coni sectionem contingit.

neque enim in alio puncto superficiei eius tanget. si minus, recta a puncto illo ad planum secans perpendicularis ducta extra coni sectionem cadet; nam in rectam contingentem cadet, quoniam plana inter se perpendicularia sunt;[1]) quod fieri non potest; nam demonstratum est, intra eam casuram esse [prop. 11, d].

---

1) Nam recta a puncto illo contactus ad rectam contingentem perpendicularis ad planum secans perpendicularis erit (Eucl. XI def. 4), nec ab eodem puncto duae rectae ad idem planum perpendiculares ducuntur.

ἀχθεισᾶν] *Torellius*, *ευθειαι αχθωσιν* AB. **16** post *σχημάτων* add. *δειξοῦμες* *Torellius*, demonstrabitur B. **17** Mg. *16* B. *κωνοειδέων ἢ τῶν*] add. *Barrowius*, om. AB. **21** *ἐπιψαύει*] A, continget B, *ἐπιψαύσει* *Torellius*. **24** *ἄλλο*] EGB, *αλλο συ* A. **26** *ἐκτός*] *Commandinus*, *εντος* AB. **28** *ἐντι τά*] scripsi, *εωντι* A.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι, ἁ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορεύσεται.

εἰ μὲν οὖν κα ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα ἔωντι, δῆλον· ἀλλ' ἔστω μὴ ποτ' ὀρθάς. τὸ δὴ ἐπίπεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τᾶς ἁφᾶς τᾶς ἑτέρας ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον· ὥστε καὶ ποτὶ τὸ παράλληλον αὐτῷ. ἀναγκαῖον ἄρα τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον τὸ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ἑκατερᾶν τᾶν ἁφᾶν ἀγμένον. εἰ δὲ μή, ἐσσοῦνται δύο ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ἀγμένα οὐκ ἐούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον· ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα· ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἐσσοῦνται ἐπιπέδῳ ὅ τε ἄξων καὶ αἱ ἁφαί, καὶ τετμακὸς ἐσσεῖται τὸ σφαιροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. ἁ οὖν τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, αἱ δὲ τῶν ἐπιψαυόντων ἐπιπέδων τομαὶ παραλλήλοι ἐσσοῦνται καὶ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἁφὰς τῶν ἐπιπέδων· εἰ δέ κα δύο εὐθεῖαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιψαύωντι παραλλήλοι ἐοῦσαι, τό τε κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς καὶ αἱ ἁφαὶ ἐπ' εὐθείας ἐσσοῦνται.

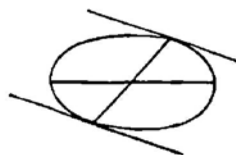
ιζ.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῇ ἐπιψαύοντα, ἀχθῇ δέ τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ

---

1 Mg. *17* B. **2** *ἐπιψαύωντι*] G, *επιψαυοντι* A. **4** *εἰ*] supra scr. G, *οτι* AB. *κα ποτ'*] scripsi, *κατ'* AB. **11** *ὀρθά*] BG, *ορθαν* A. **17** *ἐπιψαυόντων*] scripsi, *επιψαυουσων* A. **18** *ἐσσοῦνται*] EG, *εσουνται* A. *καί*] scripsi, *αι* AB. **23** *ἐσσοῦνται*] B, *εωντι* A. **24** *ιζ*] A, *18* B, *ιθ'* H, *ιζ* mut. in *ιη'* H².

c) Si duo plana parallela quamuis figurarum sphaeroideon contingunt, recta puncta contactus iungens per centrum sphaeroidis transibit [cfr. p. 254, 10].



iam si plana ad axem perpendicularia sunt, adparet;[1] uerum ne sint perpendicularia. itaque planum per axem et alterutrum punctum contactus ductum ad planum contingens perpendiculare erit [prop. 16, a]; quare etiam ad planum ei parallelum.[2] necesse est igitur, planum per axem et utrumque punctum contactus ductum idem esse. nam si minus, duo plana ad idem planum perpendicularia erunt per eandem lineam ducta, quae ad planum perpendicularis non est;[3] suppositum enim est, axem ad plana parallela perpendicularem non esse; quare et axis et puncta contactus in eodem plano erunt, quod sphaeroides per axem secabit.[4] itaque sectio coni acutianguli erit [prop. 11, c], sectiones autem planorum contingentium parallelae erunt [Eucl. XI, 16] et sectionem coni acutianguli in punctis contactus planorum contingent; sin autem duae rectae parallelae sectionem coni acutianguli contingunt, et centrum sectionis coni acutianguli et puncta contactus in eadem recta erunt.[5]

XVII.

Si duo plana parallela ducuntur utramuis figurarum sphaeroideon contingentia, et per centrum sphaeroidis planum contingentibus parallelum ducitur, rectae per[6] sectio-

1) Tum enim in terminis diametri contingunt (cfr. p. 324, 2 sq.).

2) ZMP. XXIV p. 181 nr. 18.

3) Quod fieri non potest; u. ZMP. XXIV p. 182 nr 20.

4) Ad τετμακὸς ἐσσεῖται lin. 15, quod actiuum est, subiectum est τὸ ἐπίπεδον (in quo et axis et puncta contactus sunt).

5) ZMP. XXV p. 49 nr. 8.

6) διά, non ἀπό, quod exspectaueris, posuit Archimedes p. 330, 1, quia rectae illae in utramque partem sectionis producendae sunt.

τὰ ἐπιψαύοντα, αἱ διὰ τᾶς γενομένας τομᾶς ἀγόμεναι εὐθεῖαι παρὰ τὰν τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσαν ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα, καὶ λελάφθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς γενομένας τομᾶς, διὰ δὲ τοῦ γενομένου σαμείου καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυούσας ἐπίπεδον ἄχθω· τεμεῖ δὴ τοῦτο τό τε σφαιροειδὲς καὶ τὰ παράλλαλα ἐπίπεδα. ἔστω οὖν ἁ μὲν τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἁ *ΑΒΓΔ* [ὀξυγωνίου κώνου τομά], αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ψαυόντων τομαὶ αἱ *ΕΖ*, *ΗΘ* εὐθεῖαι, τὸ δὲ λαφθὲν σαμεῖον τὸ *Α*, ἁ δὲ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα ἔστω ἁ *ΒΔ*· πεσεῖται δὲ αὕτα διὰ τοῦ κέντρου· ἁ δὲ τοῦ παραλλήλου ἐπιπέδου τοῖς ἐπιψαυόντεσσιν ἐπιπέδοις τομὰ ἁ *ΓΑ*· ἐσσεῖται δὲ αὕτα διὰ τοῦ κέντρου ἀγμένα, ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἁ *ΑΒΓΔ* ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ ἐπιψαύοντι αὐτᾶς δύο εὐθεῖαι αἱ *ΕΖ*, *ΗΘ*, διὰ δὲ τοῦ κέντρου ἆκται παράλληλος αὐταῖς ἁ *ΑΓ*, δῆλον, ὡς αἱ ἀπὸ τῶν *Α*, *Γ* ἀγόμεναι σαμείων παρὰ τὰν *ΒΔ* ἐπιψαύοντι τᾶς τομᾶς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

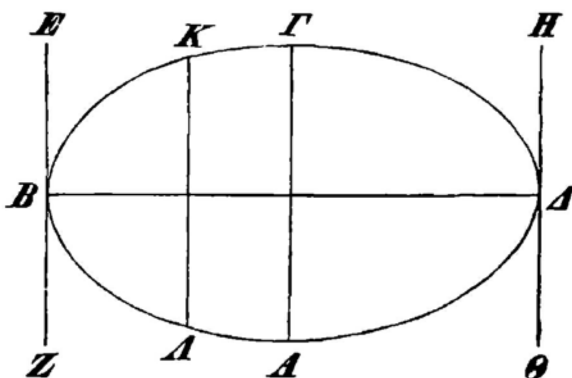
εἰ δέ κα τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιψαυόντεσσι μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἀγμένον ᾖ, ὡς τὸ *ΚΛ*, δῆλον, ὡς τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἀγομενᾶν εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενόμεναι τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

---

5 *γενομένου*] delet *Nizzius*. 7 *δή*] *Nizzius*, *δε* AB. 10 *ψαυόντων*] fort. *ἐπιψαυόντων*. 11 *δέ*] *Nizzius*, *δη* A, etiam B. 12 *δέ*] scripsi, *δη* AB. 17 *ἐπιψαύοντι*] EH, *επιψαυωντι* A. *αὐτᾶς*] B, *αυται* A, mg. B. *δύο*] scripsi, *αι δυο* A. 20 *ἐπιψαύοντι*] E, *επιψαυωντι* A, contingentes corr. ex contingunt in scrib. B. *καί*] *Torellius*, om. AB. 22 *κα*] scripsi, *και* AB. 23 *μή*] scripsi, *σαμειοις μη* AB, *ἐπιπέδοις μή* *Torellius*.

nem inde ortam ductae parallelae rectae puncta contactus iungenti extra sphaeroides cadent.

supposita sint ea, quae diximus, punctumque aliquod in sectione orta sumatur, et per punctum ita sumptum rectamque puncta contactus iungentem planum ducatur; hoc igitur et sphaeroides et plana parallela secabit. sphaeroidis igitur sectio sit $AB\Gamma\Delta$,[1]) planorum autem contingentium sectiones rectae EZ, $H\Theta$, et punctum sumptum sit A rectaque puncta contactus iungens $B\Delta$; ea autem per centrum cadet [prop. 16, c]; plani uero planis contingentibus paralleli sectio sit ΓA recta; ea autem per centrum ducta erit,



quoniam etiam planum per centrum ductum est. iam quoniam $AB\Gamma\Delta$ aut circulus[2]) aut sectio coni acutianguli est [prop. 14], eamque contingunt duae rectae EZ, $H\Theta$, per centrum autem iis parallela ducta est $A\Gamma$, adparet, rectas a punctis A, Γ rectae $B\Delta$ parallelas ductas sectionem contingere[3]) et extra sphaeroides casuras esse.

sin planum contingentibus planis parallelum non per centrum ductum est, uelut $K\Lambda$, adparet, rectarum a sectione ductarum eas, quae in eadem parte sint, in qua sit minus segmentum, extra sphaeroides casuras esse, quae in altera parte sint, intra.

1) Putauerim, ὀξυγωνίου κώνου τομά lin. 9 delenda esse, cum sequatur lin. 16 ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

2) Hoc fit, ubi plana parallela in terminis diametri sphaeroidis contingunt, et punctum ita sumitur, ut recta ab eo ad id planum perpendicularis, quod per puncta contactus positum est, in ipsam rectam puncta contactus iungentem cadat.

3) Apollon. I, 17; ZMP. XXV p. 49 nr. 9.

24 ἀγομενᾶν] scripsi, ταν γενομεναν AB, τᾶς γενομένας *Nizzius.*
25 τῷ] scripsi, τῳ τε A.

ιη'.

Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου καὶ αὐτὸ καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου· ἤτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ ἄξονος ἐσσεῖται τετμαμένον ἢ ποτ' ὀρθὰς ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, δῆλον, ὡς δίχα τέμνεταί τε αὐτὸ καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ· φανερὸν γάρ, ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον μέρος αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἕτερον καὶ ἁ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου μέρους ἐπὶ τὰν τοῦ ἑτέρου.

ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τοῦ ἄξονος τετμαμένον μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. τμαθέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ μὲν τοῦ σχήματος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓΔ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἔστω καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ *ΒΔ* καὶ κέντρον τὸ *Θ*, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τετμακότος διὰ τοῦ κέντρου τὸ σφαιροειδὲς ἔστω τομὰ ἁ *ΑΓ* εὐθεῖα. λελάφθω δή τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς ἴσον καὶ ὁμοῖον τούτῳ, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ τομὰ ἔστω ἁ *ΕΖΗΝ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ *ΕΗ* καὶ κέντρον τὸ *Κ*, καὶ διὰ τοῦ *Κ* ἄχθω ἁ *ΖΝ* γωνίαν ποιοῦσα τὰν *Κ* ἴσαν τᾷ *Θ*, ἀπὸ δὲ τᾶς *ΖΝ* ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ

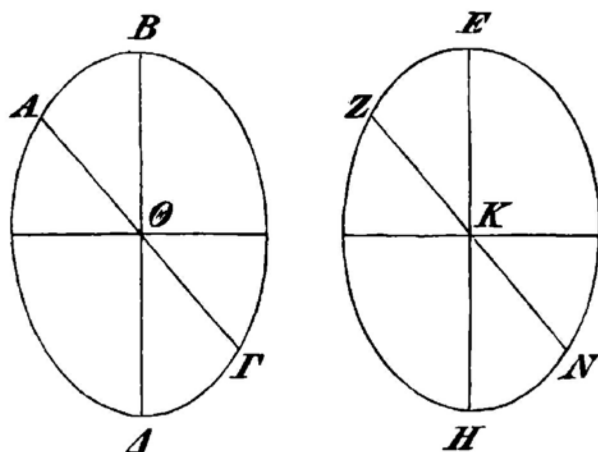
1 ιη'] A, *19* B, κ' H. 3 ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου] om. B. 7 ἢ μὴ ποτ' ὀρθάς] add. *Torellius*, om. AB. 9 τε] scripsi, et ipsum B, το A; de uerborum ordine cfr. Xenoph. Hellen. III, 4, 3, al. 12 τοῦ] addidi, om. A. 19 τὸ σφαιροειδές] BH, τον σφαιροειδες D, τοῦ σφαιροειδέος EG. 25 *ΖΝ*] B, *ΖΗ* A.

XVIII.

Quaeuis figura sphaeroides plano per centrum secta in binas partes aequales eo plano secetur et ipsa et superficies eius.

secetur enim sphaeroides plano per centrum ducto; erit igitur aut per axem quoque sectum aut plano ad axem perpendiculari aut non perpendiculari. iam si per axem uel plano ad axem perpendiculari secatur, adparet, et ipsum et superficiem eius in binas partes aequales secari; nam manifestum est, alteram partem eius cum altera congruere et superficiem alterius partis cum superficie alterius.

sit autem ne per axem neu plano ad axem perpendiculari sectum. itaque secto sphaeroide per axem plano ad secans planum perpendiculari ipsius figurae sectio sit *ΑΒΓΔ* coni acutianguli sectio, diametrus autem eius et axis sphaeroidis sit *ΒΔ* centrumque *Θ*, plani uero per centrum sphaeroides secantis sectio sit recta *ΑΓ*. sumatur igitur etiam



aliud sphaeroides huic aequale et simile, et secto eo plano per axem posito sectio sit *EZHN* coni acutianguli sectio, diametrus autem eius et axis sphaeroidis *EH* [prop. 11, c] centrumque *K*, et per *K* ducatur *ZN* angulum *K* aequalem faciens angulo *Θ*, in *ZN* autem planum erigatur ad id pla-

ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΕΖΗΝ τομά· ἐντὶ δὴ δύο ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ ἴσαι καὶ ὁμοῖαι ἀλλάλαις· ἐφαρμόζοντι οὖν ἐπ' ἀλλάλας τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ καὶ τᾶς ΖΝ ἐπὶ τὰν ΑΓ. ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ, ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφότερα ὀρθά ἐντι· ἐφαρμόζει οὖν καὶ τὸ τμᾶμα τὸ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ ἀπὸ τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἑτέρῳ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β καὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα ἐπὶ τὸ λοιπὸν καὶ αἱ ἐπιφάνειαι τῶν τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. πάλιν δὲ καὶ τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ οὕτως, ὥστε τὸ μὲν Ε κατὰ τὸ Δ κεῖσθαι, τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Β, τὰν δὲ μεταξὺ τῶν Ν, Ζ σαμείων γραμμὰν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν Α, Γ σαμείων, δῆλον, ὡς αἵ τε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἐφαρμοξοῦντι ἐπ' ἀλλάλας, καὶ τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ πεσεῖται, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τὸ Α. ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ, καὶ τῶν τμαμάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ τὸ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Η ἐφαρμόζει τῷ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ. ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμᾶμα ἐφ' ἑκάτερον τῶν τμαμάτων ἐφαρμόζει, δῆλον, ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμάματα· διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ αἱ ἐπιφάνειαι.

---

1 *δὴ δύο*] scripsi, itaque B, *δια των* A, *δὴ τῶν* *Torellius.*

num perpendiculare, in quo est sectio *EZHN*; duae igitur sectiones conorum acutiangulorum sunt inter se aequales et similes *ABΓΔ*, *EZHN*; quare inter se congruunt recta *EH* in *BΔ* et recta *ZN* in *AΓ* posita. et etiam planum in *NZ* positum cum plano in *AΓ* posito congruit, quoniam utrumque ab eadem linea ad idem planum perpendiculare est [p. 329 not. 3]; quare etiam segmentum plano in *NZ* posito a sphaeroide abscisum in eadem parte positum, in quo est *E* punctum, cum altero segmento congruit ab altero sphaeroide plano in *AΓ* posito absciso in eadem parte, in qua est *B* punctum, et reliquum segmentum cum reliquo et superficies segmentorum inter se. rursus autem etiam recta *EH* in recta *BΔ* ita posita, ut *E* punctum in *Δ* ponatur, *H* autem in *B*, recta autem *N*, *Z* puncta iungens in recta puncta *A*, *Γ* iungenti, adparet fore, ut et sectiones conorum acutiangulorum inter se congruant, et *Z* punctum in *Γ* cadat, *N* punctum in *A*. eodem modo etiam planum in recta *NZ* positum cum plano in *AΓ* posito congruit, et ex segmentis plano in *NZ* posito abscisis id, quod in eadem parte est, in qua punctum *H*, cum segmento congruit plano in *AΓ* posito absciso in eadem parte, in qua *B*, id autem, quod in eadem parte est, in qua est punctum *E*, cum eo, quod in eadem parte est, in qua *Δ*. et quoniam idem segmentum cum utroque segmento congruit, adparet, segmenta aequalia esse; et eadem de causa etiam superficies.

---

3 *ἐφαρμόζοντι*] EG, *εφαρμοζωντι* A. *ἀλλάλας*] *Torellius*, *αλλας* AB. **4** *τᾶς* (alt.)] *Torellius*, *α* A. **5** *τό* (alt.)] G, *τῳ* A. **7** *ποτί*] *ὀρθὰ ποτί Nizzius*. *ὀρθά*] addidi, om. AB. **9** *NZ*] A, *zn* B. **10** *τὰ αὐτὰ τῷ E*] *Torellius*, q u e a d p a r t e m *e* B, *τας* A. **13** *αἱ ἐπιφάνειαι*] *Torellius*, *α επιφανεια* A. **19** *ἐφαρμοξοῦντι*] scripsi, *εφαρμοζουντι* A, *ἐφαρμόζοντι* BG. **21** *τῷ* (alt.)] EG, *το* A. **26** *τῷ* (pr.)] BGH, *το* A. *τῷ* (tert.)] BGH, *το* A. **27** *ἐφ' ἑκάτερον*] scripsi, *εκατερον* A, e i d e m p o r t i o n i u t r a q u e p o r t i o n u m B, *ἑκατέρῳ Torellius*.

ιϑ'.

Τμάματος δοϑέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ ὀρϑῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσους τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτεμνομένου δυνατόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεϑέντος στερεοῦ μεγέϑεος.

δεδόσϑω τμᾶμα, οἷόν ἐστι τὸ ΑΒΓ, τμαϑέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν τμάματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΑΓ εὐϑεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρϑὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐστί, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΓΑ. ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὸν ΒΔ· πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος, ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδὲς ἢ σφαιροειδὲς μὴ μεῖζον τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. τοῦ δὴ κυλίνδρου τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρϑῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐσσεῖταί ποτε τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεϑέντος στερεοῦ μεγέϑεος· ἔστω δὴ τὸ καταλελειμμένον ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρος ὁ ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὸν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ προτεϑέντος στερεοῦ μεγέϑεος. διαιρήσϑω δὴ ἁ ΒΔ ἐς τὰς ἴσας τᾷ ΕΔ κατὰ τὰ Ρ, Ο, Π, Ξ, καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄχϑων εὐϑεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τᾶν

---

1 *ιϑ'*] A, *20* B, *κα'* H. 5 *ἐστι*] scripsi, *εσται* AB. *σχῆμα*]

XIX.

Dato segmento utriusuis conoideon absciso plano ad axem perpendiculari uel segmento utriusuis sphaeroideon non maiore, quam dimidia pars sphaeroidis est, eodem modo absciso fieri potest, ut figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quaeuis data magnitudo solida est.

datum sit segmentum, quale est $AB\Gamma$, et secto eo plano per axem posito segmenti sectio sit $AB\Gamma$ coni sectio [prop. 11], plani uero segmentum abscindentis recta $A\Gamma$, axis autem segmenti et diametrus sectionis sit $B\Delta$. iam quoniam suppositum est, planum abscindens ad axem perpendiculare esse, sectio circulus est diametrusque eius ΓA [prop. 11]. et in hoc circulo cylindrus construatur axem habens $B\Delta$; superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoides aut sphaeroides[1]) non maius dimidia parte sphaeroidis [prop. 15, a—b; prop. 17]. hoc igitur cylindro semper deinceps in binas partes aequales diuiso planis ad axem perpendicularibus aliquando, quod relinquitur, minus erit data magnitudine solida [Eucl. X, 1]; sit igitur quod ex eo relinquitur, cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$, minor data magnitudine solida. diuidatur igitur $B\Delta$ in rectas rectae $E\Delta$ aequales in punctis P, O, Π, Ξ, et a punctis diuisionis rectae ducantur rectae $A\Gamma$ parallelae

1) H. e. *κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμᾶμα* (lin. 19), cfr. p. 342, 10. quare *σφαιροειδέος* lin. 20 est: totius sphaeroidis dati.

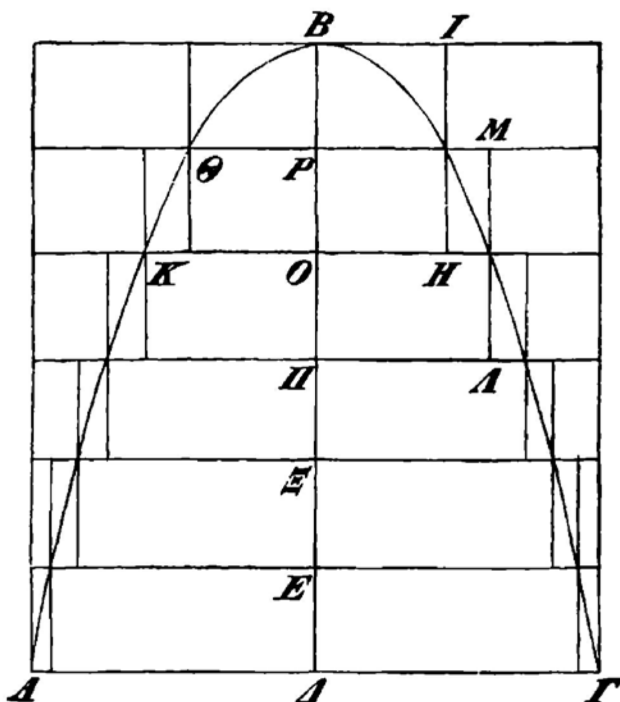
Barrowius, τμαμα A, portionem solidam corr. in in portione figuram solidam B m. 1. **7** *συγκείμενον*] B, *των συγκειμενων* A. **11** *τοῦ μέν*] addidi, om. AB. *τομά*] B, *τομας* A. **15** *ποτί*] scripsi (u ad p. 324, 15), *επι* AB. **17** *τόν*] *τάν Nizzius.* **19** *ἐστιν*] *Torellius, εστιν δε* AB. **20** *ἡμίσεος*] *Torellius, ημισεως* A. **23** *δή*] scripsi, *δε* AB. *καταλελειμμένον*] G, *καταλελιμμενον* A. **26** *ἐλάσσων*] *Torellius, ελασσον* A. *διαιρήσθω*] scripsi, *διαιρεισθω* A. **27** *τᾷ*] *Torellius τας* A. **29** *ἔστε*] B, mg. G; *εσται* A.

ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτω ὀρθὰ ποτὶ τὰν ΒΔ· ἐσσοῦνται δὴ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἔχοντες ἐπὶ τᾶς ΒΔ. ἀφ' ἑκάστου δὴ τῶν κύκλων δύο κυλίνδροι ἀναγεγράφθων ἑκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ ΕΔ, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κύκλου, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ Β· ἐσσεῖται δή τι ἐν τῷ τμάματι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ Δ, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον συγκείμενον ἐκ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἃ τὸ Β ἐστιν. λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. ἕκαστος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφομένῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, ὡς ὁ μὲν ΘΗ τῷ ΘΙ, ὁ δὲ ΚΛ τῷ ΚΜ, καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως· καὶ πάντες δὴ οἱ κυλίνδροι πάντεσσιν ἴσοι ἐντί. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ· οὗτος δέ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

---

4 *ἀναγεγράφθων*] *Torellius*, *αναγεγραφθω·* A, *ἀναγεγράφθωσαν* H. **5** *κύκλου*] scripsi, cfr. p. 344, 4; *κυλινδρου* AB. **7** *στερεόν*] BE[2], e corr. G, *στερεον εκ των* A. **8** *ἐφ'* — **10** *ἀναγραφέντων*] BH, bis A (*συγκείμενον ἔκ τε*). **9** *ἐκ*] scripsi, *εκ τε* A. **10** *τῶν* (alt.)] BH (A in repetitione), *συγκειμενον των* A. **16** *τῷ* (pr.)] G, e corr. H, *το* A. **18** *δή*] scripsi, *δε* AB.

usque ad sectionem coni, in ductis autem rectis plana erigantur ad $B\Delta$ perpendicularia; sectiones igitur circuli erunt centra habentes in recta $B\Delta$ [prop. 11]. iam in singulis circulis bini cylindri construantur uterque axem rectae $E\Delta$ aequalem habentes, alter in eadem parte circuli, in qua est Δ punctum, alter in eadem, in qua B; ergo in segmento figura quaedam solida inscripta erit ex cylindris composita in eandem partem constructis, in qua est punctum Δ, et alia circumscripta ex cylindris composita in eandem partem constructis, in qua est B. restat autem, ut demonstremus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam data magnitudo solida est. unusquisque igitur cylindrorum figurae inscriptae aequalis est cylindro in eodem circulo constructo in eandem partem, in qua est punctum B, uelut $\Theta H = \Theta I$, $K\Lambda = KM$, et ceteri eodem modo; quare etiam omnes cylindri omnibus aequales sunt. ergo adparet, figuram circumscriptam excedere inscriptam cylindro basim habenti circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$; hic autem minor est data magnitudine solida.[1])



1) Figura ita comparata esse debuit, ut numerus partium rectae $B\Delta$ per quattuor diuidi posset (p. 336, 20 sq.); sed hoc neglexit Archimedes (p. 336, 27). cfr. p. 342.

κ'.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτετμαμένου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

δεδόσθω τμᾶμα, οἷον εἴρηται, τμαθέντος δὲ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθὲν τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ εἶμεν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ΑΓ. ἔστω δὴ παράλληλος τᾷ ΑΓ ἁ ΦΥ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Β, καὶ ἀπὸ τᾶς ΦΥ ἀνεστακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ Β· καὶ εἰ μέν ἐστι τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ἀπὸ τοῦ Β ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἁ ΒΔ, εἰ δὲ ἀμβλυγωνίου, ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ Β ἐκβεβλήσθω ἁ ΒΔ, εἰ δὲ σφαιροειδέος, ἐπὶ τὸ Β ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ· δῆλον δέ, ὅτι τέμνει ἁ ΒΔ δίχα τὰν ΑΓ· ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν Β κορυφὰ

1 κ'] A, e corr. H, *21* BH. 4 *ἡμίσεος*] *ἡμίσους* G, *ημι-*

XX.

Dato segmento utriusuis conoideon absciso plano ad axem non perpendiculari uel segmento utriusuis sphaeroideon non maiore, quam est dimidia pars sphaeroidis, eodem modo absciso fieri potest, ut in segmento figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex cylindrorum frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quaeuis data magnitudo solida est.

datum sit segmentum, quale dictum est, et figura alio plano per axem secta ad planum datum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit *ΑΒΓ* coni sectio, plani autem segmentum abscindentis recta *ΓΑ*. iam quoniam suppositum est, planum segmentum abscindens ad axem perpendiculare non esse, sectio erit coni acutianguli sectio diametrusque eius *ΑΓ*.[1]) sit igitur *ΦΥ* rectae *ΑΓ* parallela coni sectionem contingens et contingat in puncto *B*, in *ΦΥ* autem erigatur planum plano in *ΑΓ* posito parallelum; hoc uero figuram in *B* puncto continget [prop. 16, b]; et si segmentum conoidis rectanguli est, a *B* puncto ducatur *ΒΔ* axi parallela, sin obtusianguli, recta a uertice coni conoides comprehendentis ad *B* punctum ducta producatur et sit *ΒΔ*, sin sphaeroidis, recta ⟨a centro sphaeroidis⟩ ad *B* ducta abscindatur et sit *ΒΔ*;[2]) adparet autem, *ΒΔ* in duas partes aequales diuidere rectam *ΑΓ*;[3]) itaque *B* punc-

1) U. propp. 12, 13, 14.

2) Exspectatur *ἀχθείσας εὐθείας ἀπολελάφθω* lin. 27—28. puto tamen, constructionem duram ferri posse.

3) In conoidis rectanguli segmento adparet ex Quadr. parab. prop. 1, de ceteris cfr. ZMP. XXV p. 56 nr. 26, p. 49 nr. 7.

κυκλιον AB. 6 *σχῆμα*] *Torellius*, om. AB. *καὶ ἄλλο περιγράψαι*] B, om. A. 7 *ἐκ — συγκείμενον*] A, mg. B. *συγκείμενον*] B, *των συγκειμενων* A. 14 *ΑΒΓ*] *Nizzius*, *ΑΒΓΔ* AB. 18 *ΑΓ*] B, mg. *dg fm̄*; *ΔΓ* A. 19 *ἔστω — ΑΓ*] *Torellius* (*δή* om., *ΓΑ*), om. AB (qve autem *fy*). 27 *ἐπί*] *ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπί Commandinus;* fort. scrib. *ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος ἐπί*.

τοῦ τμάματος, ἁ δὲ ΒΔ εὐθεῖα ἄξων. ἔστιν δή τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, καὶ γραμμὰ ἁ ΒΔ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστάκουσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἐόντος τοῦ ἐπιπέδου· δυνατὸν οὖν ἐστιν κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος, ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμᾶμα καὶ οὐ μεῖζόν ἐστιν ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. ἐσσεῖται δή τις κυλίνδρου τόμος βάσιας μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ· τοῦ οὖν τόμου δίχα τεμνομένου ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. ἔστω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. διῃρήσθω δὴ ἁ ΔΒ ἐς τὰς ἴσας τᾷ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακόντων παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ· τέμνοντι δὴ ταῦτα τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τμάματος, καὶ ἐσσοῦνται

11 *ἡμίσεος*] *Torellius*, *ημισεως* A. **12** *δή*] scripsi, *δε* AB. *βάσιας*] A, *βάσιν* BH. *τάν*] B, *τας* A. **13** *τομάν*] B, *τομας* A. **14** *οὖν*] scripsi, *μεν* A, et tomo quidem B, *δή* *Nizzius*. *δίχα*] *ἀεὶ δίχα* *Nizzius*. **20** *ΔΒ*] B, *ΑΒ* A. **22** *εὐθεῖαι*] BG, *ευθεια* A. *ἔστε*] *Torellius*, *εσται* AB. **23** *ἀνεστακόντων*] *Ahrens*, *ανεστακοτων* A. **25** *ἐσσοῦνται*] GH, *εσουνται* A. Fig. non obliqua et omnino imperfecta in AB; cfr. p. 339 not.

tum uertex segmenti erit, recta autem $B\Delta$ axis.[1]) quare data est coni acutianguli sectio circum diametrum $A\Gamma$ descripta et linea $B\Delta$ a centro erecta in plano ad id planum perpendiculari, in quo est sectio coni acutianguli, ita ut planum illud per alteram diametrum positum sit; fieri igitur potest, ut cylindrus inueniatur axem habens $B\Delta$, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 9]; superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoidis segmentum aut sphaeroidis non maius dimidia parte sphaeroidis.[2]) itaque

---

1) B punctum uerticem esse, adparet ex p. 248, 6; 250, 14; 254, 4. porro, cum $B\Delta$ rectam $A\Gamma$ in duas partes aequales diuidat, diametrus est segmenti et diametro sectionis (hoc est axi conoidis uel sphaeroidis; u. p. 246, 20; 248, 28; 252, 23) parallela (ZMP. XXV p. 44); tum u. loci supra de uertice laudati.

2) Sequitur in conoidibus ex prop. 15, a—b, quia $B\Delta$ axis est, et ΦA, ΓT axi parallelae, in sphaeroidibus ex prop. 17, quia $B\Delta$ puncta contactus iungit (prop. 16, c).

ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ὁμοῖαι τᾷ περὶ τὰν $A\Gamma$ διάμετρον, ἐπεὶ παράλληλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ἀφ' ἑκάστας δὴ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀναγεγράφθων κυλίνδρου τόμοι δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τῷ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ B, ἄξονα ἔχοντες ἴσον τῷ ΔE· ἐσσοῦνται δή τινα σχήματα στερεά, τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον, ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενα. λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. δειχθήσεται δὲ ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ τόμῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν $A\Gamma$, ἄξονα δὲ τὰν $E\Delta$· οὗτος δέ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

κα'.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύωμες τὰ προβεβλημένα τῶν σχημάτων.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα.

---

2 ἀφ'] scripsi, εφ' AB. 3 ἀναγεγράφθων] *Torellius*, αναγεγραφθωντι A. 4 τᾶς] addidi, om. A. 5 τῷ (pr.)] e corr. EG, το A. 6 ἐσσοῦνται] EG, εσουνται A. 8 κυλίνδρου] A, cylindrorum corr. ex cylindri B. 10 ἐλάσσονι] B, ελασσον A. 18 κα'] A, κβ' e corr. H, *22* ad lin. 21 adscr. B. 20 τῶν] fort. περὶ τῶν; de figuris B. 21 ἀποτετμαμένον] B, αποτετμημενου A. 24 ἄξονα] A, ἄξονα τὸν αὐτόν B, *Nizzius*.

frustum aliquod cylindri erit bases habens sectionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $B\Delta$; hoc igitur frusto ⟨semper deinceps⟩ in binas partes aequales diuiso planis plano in $A\Gamma$ posito parallelis, quod reliquum est, ⟨aliquando⟩ minus erit data magnitudine solida [Eucl. X, 1]. iam frustum basim habens sectionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $E\Delta$, minus sit data magnitudine solida. diuidatur igitur recta ΔB in partes rectae ΔE aequales, et a punctis diuisionum ducantur rectae usque ad coni sectionem rectae $A\Gamma$ parallelae, in ductis autem rectis plana erigantur plano in $A\Gamma$ posito parallela; haec igitur superficiem segmenti secant, et orientur sectiones conorum acutiangulorum sectioni circum diametrum $A\Gamma$ descriptae similes, quia plana parallela sunt [prop. 14 p. 318, 23]. iam in singulis sectionibus conorum acutiangulorum bina frusta cylindri construantur, alterum in eadem parte sectionis coni acutianguli, in qua est Δ, alterum in eadem parte, in qua est B, axem habentia rectae ΔE aequalem; orientur igitur figurae quaedam solidae, altera in segmento inscripta, altera circumscripta, ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae. restat autem, ut demonstremus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est data magnitudo solida. eodem autem modo, quo supra [prop. 19 p. 338, 13 sq.], demonstrabitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam frusto basim habenti sectionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem rectam $E\Delta$; hoc autem minus est data magnitudine solida.

XXI.

His praemissis demonstremus, quae de figuris proposita erant.

Quoduis segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari dimidia parte maius est cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem ⟨eundem⟩.[1])

---

1) Cfr. p. 248, 11: *διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος*

ἔστω γὰρ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τᾶς μὲν ἐπιφανείας τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἁ ΒΔ, ἔστω δὲ καὶ κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, οὗ κορυφὰ τὸ Β. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου.

ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ Ψ ἡμιόλιος ἐὼν τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ, ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ· ἐσσεῖται οὖν ὁ Ψ κῶνος ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου [ἐπείπερ ἡμιόλιός ἐστιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ αὐτοῦ κώνου]· λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἴσον ἐστὶ τῷ Ψ κώνῳ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐντι ἢ ἔλασσον. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ σχῆμα στερεὸν εἰς τὸ τμᾶμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, καὶ ἔστω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣΤ, ἄξονα δὲ τὰν

---

11 ὁ] A, *ὁ κύκλος ὁ* B, *Nizzius.* *ἄξων δὲ ἁ*] B, *αξονα δε ταν* A. 14 *ἡμίσεος*] scripsi, *ημισεος ολι* (h. e. *ἡμίσεος* corr. in *ἡμιόλιος*) A, *ἡμιόλιος* G, *ἡμίσεος ὅλον* B, *Basil.* 19 *ἄλλο*] e corr. EGH, *αλλῳ* A. 20 *συγκείμενον*] B, *των συγκειμενων*

sit enim segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari, et secto eo alio plano per axem superficiei sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis recta ΓA, axis autem segmenti sit $B\Delta$, sit autem etiam conus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem, cuius uertex sit B. demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.

construatur enim conus Ψ dimidia parte maior cono, cuius basis est ⟨circulus⟩ circum diametrum $A\Gamma$ descriptus, axis autem $B\Delta$, sit autem etiam cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem uero $B\Delta$; conus Ψ igitur dimidius erit cylindri;[1]) dico, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ.

si enim aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. itaque in segmento figura solida inscribatur, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quanto spatio segmentum conoidis excedit conum Ψ [prop. 19], et cylindrorum, ex quibus composita est figura circumscripta, maximus sit, qui basim habet circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$, minimus uero, qui basim habet circulum circum diametrum ΣT descrip-

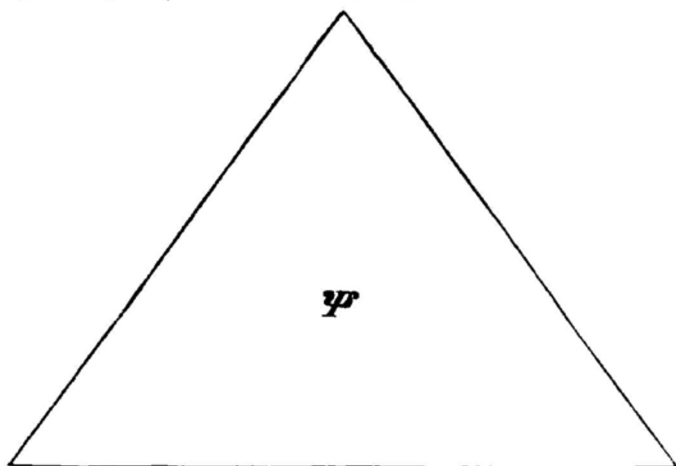
---

τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. et *Περὶ ἑλίκ.* praef.: *ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ.*

1) Nam cylindrus sit C, et conus $AB\Gamma$ sit K. erit ex hypothesi $\Psi = \frac{3}{2}K$. sed $K = \frac{1}{3}C$ (Eucl. XII, 10) $= \frac{2}{3}\Psi$, siue $C = 2\Psi$. hoc ipsum significatur uerbis *ἐπείπερ* lin. 14—15 *κώνου*; sed nimis obscurum est *τοῦ αὐτοῦ κώνου*, et *ἐπείπερ*, uocabulum ab interpolatoribus amatum, suspectum est; quare haec uerba subditiua esse puto.

A. 22 *ἢ ἁλίκῳ*] scripsi, quam quanto B, *πηλικῳ* A. *τό*] GHE², *τῳ* A.

ΒΙ, τῶν δὲ κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣΤ, ἄξονα δὲ τὰν ΘΙ, ἐκβεβλήσθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ· ἐσσεῖ-

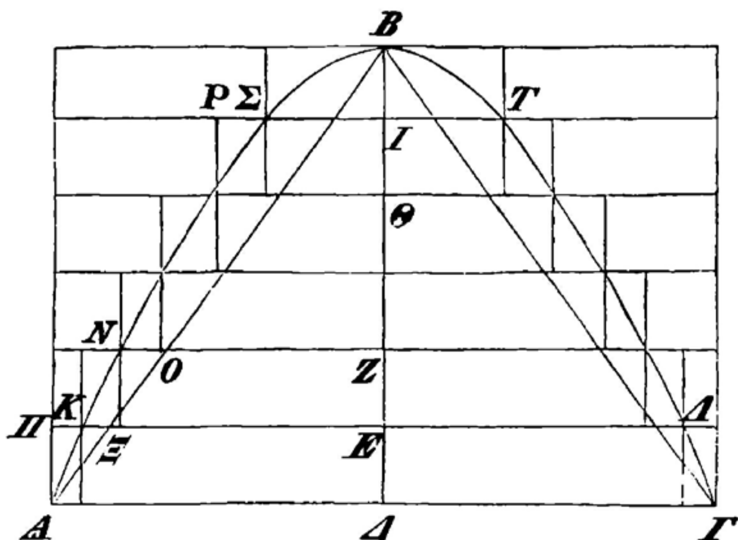


ται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ τμᾶμα ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ

---

1 *ΒΙ*] B, *ΒΓ* A. **10** *τοῖς κυλίνδροις*] A, om. B. **13** *ἐγγε-*

tum, axem autem BI, et eorum cylindrorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit, qui basim habet circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum, axem autem ΔE, minimus uero, qui basim habet circulum circum diametrum ΣT descriptum, axem autem ΘI, et producantur plana omnium cylindrorum usque ad superficiem cylindri basim habentis circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$; totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae



aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. et quoniam figura circum segmentum circumscripta figuram inscriptam excedit spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram in segmento inscriptam maiorem esse cono Ψ.[1]) iam primus cylindrus cylindri totius axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem ΔE eandem rationem habet, quam

1) Quia figura circumscripta segmento maior est.

γραμμένον] B, περιγεγραμμενον A. 16 ὁ (alt.)] addidi, om. A. 17 ΔE] BD², AE A. τῶν] B, τον A. In fig. O om. AB, alias praeterea litteras nonnullas A.

δυνάμει· οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὸν ΕΖ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΠΕ, τουτέστιν ἁ ΔΑ, ποτὶ τὰν ΖΟ, καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν· καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξων δὲ [ἐστιν] ἁ⟨ΔΒ⟩εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἵ ἐντι βάσιες τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ἀπ' αὐτᾶν μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ. αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τᾶς ΑΔ μείζονές ἐντι ἢ διπλάσιαι· ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ὁ ⟨ΔΒ⟩, μείζονές ἐντι ἢ διπλασίοι τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· πολλῷ ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἁ ΔΒ, μείζων ἐντὶ ἢ

---

2 *τῷ*] G, *τον* A. **5** *τῶν*] B, *τον* A. **6** *ἔχειν*] GH, *ειχεν* A, *ἔχων Torellius.* **7** *ΔΑ*] *ad* B. *ΖΟ*] scripsi, *ΖΕ* AB. **8** *ἴσον* — **10** *ἐχόντων*] add. *Nizzius,* om. AB, deficit puto mg. B. **12** *αὐτοῦ*] *Nizzius, αυτας* A. **13** *οὖν*] addidi coll. p. 354, 1; om. AB. **15** *ἐστιν*] AB; delendum. □ *ΔΙ*] B, mg. *dg fm̄*; *ΔΓ* A. **16** *ἐγγεγραμμένῳ*] BH, *γεγραμμενῳ* A. **18** *ἐντι βάσιες*] scripsi, *εν τη βασει εισιν* AB.

$\Delta A^2 : KE^2$;[1]) sed $\Delta A^2 : KE^2 = B\Delta : BE$[2]) $= \Delta A : E\Xi$.[3]) et eodem modo demonstrabimus, etiam secundum cylindrum totius cylindri axem habentem EZ ad secundum cylindrum figurae inscriptae eandem rationem habere, quam ΠE, hoc est ΔA, ad ZO,[4]) et unusquisque ceterorum cylindrorum totius cylindri axem habentium rectae ΔE aequalem ad unumquemque cylindrorum figurae inscriptae eundem axem habentium eam rationem habebit, quam dimidium diametri basis eius[5]) ad partem eius inter rectas AB, $B\Delta$ abscisam; itaque etiam omnes cylindri in eo cylindro positi, cuius basis est circulus circum diametrum $A\Gamma$ descriptus, axis autem recta ΔI,□ ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habebunt, quam omnes rectae, quae radii sunt circulorum, qui bases sunt cylindrorum, quos commemorauimus,[6]) ad omnes rectas de iis inter rectas AB, $B\Delta$ abscisas. illae uero rectae his, excepta recta $A\Delta$, maiores sunt quam duplo maiores; quare etiam omnes cylindri in eo cylindro positi, cuius axis est ΔI,□ maiores sunt quam duplo maiores figura inscripta;[7]) itaque etiam totus cylindrus, cuius axis est ΔB, multo maior est quam duplo maior

1) Nam cum axes aequales sint, eam rationem habent cylindri, quam bases (Eucl. XII, 11); tum u. Eucl. XII, 2.

2) Quadr. parab. 3; u. ZMP. XXV p. 50 nr. 12.

3) U. ZMP. XXIV p. 178 nr. 4.

4) Habent enim eam rationem, quam

$$\Pi E^2 : \Xi E^2 = \Delta A^2 : \Xi E^2 = B\Delta : BZ = A\Delta : ZO.$$

5) H. e. cylindri in toto cylindro positi, lin. 7. basis eius hoc loco circulus est uersus Δ; sed αὐτᾶς lin. 12 diametrus est circuli huic aequalis, sed uersus B positi. cfr. p. 352, 28—29.

6) H. e. cylindros in cylindro ΔI positos.

7) Nam quia $BI = \Theta I = ZE = E\Delta$ cet., rectae $A\Delta$, ΞE, ZO spatio minimae earum aequali inter se excedunt; tum u. p. 260, 17 sq.

20 ἀπ' αὐτᾶν] scripsi, απο τας AB. 21 τᾶς] *Torellius*, ταν A. μείζονές] B, μείζους E, μειζων A. 23 ἐν] A, in toto B. □ οὖ] scripsi, ου ο A.

□ 15 et 23 ⟨ΔB⟩ pro ΔI *S. Heller*, Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss. N. F. 63, 1954.

διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. τοῦ δὲ Ψ κώνου ἦν διπλασίων· ἔλασσον ἄρα τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ μεῖζον. οὐκ ἄρα ἐστὶν μεῖζον τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὲ οὐδὲ ἔλασσον· πάλιν γὰρ ἐγγεγράφθω τὸ σχῆμα καὶ περιγεγράφθω, ὥστε ὑπερέχειν [ἕκαστον] ἐλάσσονι, ᾗ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ κωνοειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ τὸ ἐγγραφὲν τοῦ περιγραφέντος ἐλάσσονι λείπεται ᾗ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ αὐτό, ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΖ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει· οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτόν, ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν

---

2 ἔλασσον] GH, e corr. E, ελασσων A. **7** ἕκαστον] deleo,

figura inscripta. cono autem Ψ duplo maior erat; itaque figura inscripta minor est cono Ψ; quod fieri non potest; nam demonstratum est, maiorem eam esse. ergo conoides cono Ψ maius non est. uerum idem ne minus quidem est. rursus enim figura inscribatur et circumscribatur ita, ut haec excedat spatio minore, quam quanto conus Ψ excedit conoides [prop. 19], ceteraque eadem, quae supra, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura inscripta minor est figura circumscripta spatio minore, quam quo segmentum minus est cono Ψ, adparet, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus autem primus cylindrus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem $E\Delta$ habentem eandem rationem habet, quam

$$A\Delta^2 : A\Delta^2,$$

et secundus cylindrus totius cylindri axem habens EZ ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem EZ eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$ [p. 351 not. 1]; ea autem eadem est, quam habet $B\Delta$ ad BE [p. 351 not. 2] et $\Delta A : E\Xi$ [p. 351 not. 3]; et ceterorum cylindrorum singuli, qui in toto cylindro sunt axemque habent rectae ΔE aequalem, ad singulos cylindros, qui in figura circumscripta sunt eundemque axem habent, eam rationem habebunt, quam dimidia pars diametri basis eorum ad partem eius[1])

1) Cfr. p. 351 not. 5.

ἕκαστον ἑκάστου Torellius (sed debuit esse *ἑκάτερον ἑκατέρου*), altera alteram B. *ἐλάσσονι*] B, *ελασσων* A. *ᾗ ἁλίκῳ*] scripsi, quam in quanto B, *η παλιν κω* A, *ᾗ πηλίκῳ* G. **15** *τῶν*] scripsi, *τον* AB. **16** *τὸν τόν*] scripsi, *τον* A. *τάν*] scripsi, *τᾳ* A. $E\Delta$] A, *de* B. **17** *ἔχει*] B, *ειχε* A. **19** *κυλίνδρῳ*] G, *κυλινδρων* A. *τάν*] GH, corr. ex *τῶν* E, *τ͡αν* D. **20** *τῶν*] scripsi, *τον* AB. **23** *τάν*] G, *τᾳ* A. *ἁ* (alt.)] *Torellius*, *ο* A. **25** *ἴσον*] *Torellius*, *ισαν* A. **28** *διαμέτρου τᾶς*] *Nizzius*, om. AB.

ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν· καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ἐστὶν ἁ ΒΔ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας. αἱ δὲ εὐθεῖαι πᾶσαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἳ βάσιές ἐντι τῶν κυλίνδρων, τᾶν εὐθειᾶν πασᾶν τᾶν ἀπολελαμμενᾶν ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ ΑΔ ἐλάσσονές ἐντι ἢ διπλάσιαι· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἐλάσσονές ἐντι ἢ διπλασίοι τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι· ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων ἢ διπλάσιος· τοῦ γὰρ Ψ κώνου διπλασίων ἐστί, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον· ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον, ὡς εἴρηται, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

---

1 *οὖν*] *Torellius*, *γουν* A. 2 *οὗ*] *Nizzius*, *ων* AB.

inter rectas AB, $B\Delta$ abscisam; itaque etiam omnes cylindri totius cylindri, cuius axis est $B\Delta$, ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnes rectae illae ad omnes has rectas.[1]) sed omnes rectae, quae radii sunt circulorum, qui bases sunt cylindrorum, minores sunt quam duplo maiores omnibus rectis de iis abscisis una cum recta $A\Delta$ [p. 260, 17; u. p. 351 not. 7]; adparet igitur, etiam cylindros omnes totius cylindri minores esse quam duplo maiores cylindris figurae circumscriptae; itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$, minor est quam duplo maior figura circumscripta. at non est, sed maior quam duplo maior; nam duplo maior est cono Ψ, et figura circumscripta minor est cono Ψ, ut demonstratum est [p. 352, 9 sq.]. itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono Ψ. demonstratum autem est, ne maius quidem id esse; ergo dimidia parte maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

XXII.

Iam uero etiam si segmentum plano ad axem non perpendiculari abscinditur a conoide rectangulo, item dimidia parte maius erit segmento coni basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

sit segmentum conoidis rectanguli ita abscisum, ut dictum est, et secto eo plano per axem posito ad planum segmen-

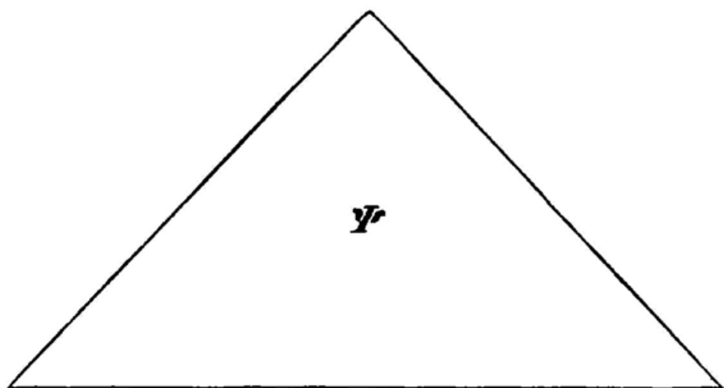
---

1) Sequitur (ut supra p. 350, 13 sq.) addendo proportiones, quarum denominatores aequales sunt (ἀνάπαλιν).

---

7 τᾶν (pr.)] B, προς ταν A. 8 τᾷ] EG, ταν A. 12 κύκλον] BG, κυλινδρον A. 19 οὐδέ] G, ουτε A. 21 κβ′] A, κγ′ BH.

ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ $AB\Gamma$ ὀρθογωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ $A\Gamma$ εὐθεῖα, παρὰ δὲ τὰν $A\Gamma$ ἁ $\Phi\Upsilon$ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ B, καὶ ἁ $B\Delta$ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα· τεμεῖ δὴ αὕτα δίχα τὰν $A\Gamma$· ἀπὸ δὲ τᾶς $\Phi\Upsilon$ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω παράλληλον τῷ κατὰ τὰν $A\Delta$· ἐπιψαύσει δὴ τοῦτο



τὸ κωνοειδὲς κατὰ τὸ B, καὶ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος κορυφὰ τὸ B σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ $B\Delta$. ἐπεὶ οὖν τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν $A\Gamma$ οὐ ποτ' ὀρθὰς ἐὸν τῷ ἄξονι τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ $A\Gamma$. ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΓA καὶ γραμμᾶς τᾶς $B\Delta$, ἅ ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστάκουσα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ἀνεστακότι ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν

2 τμᾶμα] scripsi, σχημα AB. τομά] B, om. A. 3 κώνου] BG, om. A. 8 $A\Delta$] *ag* B. δή] scripsi, δε AB. 11 τῷ] GH, τω τω A. 14 ΓA] *ag* B. 17 τᾶς] addidi, om. A. Fig. non obliqua in AB.

tum abscindens perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis recta $A\Gamma$, et rectae $A\Gamma$ parallela sit $\Phi\Upsilon$ coni rectanguli sectionem contingens in puncto B, rectaque $B\Delta$ ducatur axi parallela; ea igitur rectam $A\Gamma$ in duas partes aequales secabit;[1]) in $\Phi\Upsilon$ autem planum erigatur plano in $A\Delta$ posito parallelum; hoc igitur conoides in puncto B

continget [prop. 16, b], et uertex segmenti erit punctum B, axis autem $B\Delta$.[2]) iam quoniam planum in $A\Gamma$ positum ad axem non perpendiculare conoides secat, sectio erit coni acutianguli sectio et maior eius diametrus $A\Gamma$ [prop. 12]. itaque, quoniam data est sectio coni acutianguli circum diametrum ΓA descripta lineaque $B\Delta$ a centro coni acutianguli erecta in plano a diametro erecto ad id planum per-

1) U. Quadr. parab. prop. 1; cfr. supra p. 341 not. 3.

2) B uertex est propter p. 248, 6, $B\Delta$ autem diametrus segmenti (sectionis coni rectanguli) et diametro sectionis, hoc est axi conoidis, parallela (u. p. 343 not. 1); tum u. p. 248, 7).

ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατὸν δέ ἐστι καὶ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐσσεῖται· ὥστε ἐσσεῖται τόμος κυλίνδρου τις βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ, καὶ ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἡμιόλιόν ἐστι τούτου τοῦ κώνου.

ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος ἡμιόλιος τοῦ ἀποτμάματος τούτου· ἐσσεῖται δὴ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν διπλάσιος τοῦ Ψ κώνου· οὗτος γὰρ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τόμου τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἀναγκαῖον δή ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἴσον εἶμεν τᾷ Ψ κώνῳ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δή τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενα, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, καὶ διάχθω τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ

---

1 *εὐθείας τᾷ ΒΔ*] recta *bd* B. 3 *ἐστι*] om. B. 5 *ὥστε*

pendiculari, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur axem habens in producta recta $B\Delta$, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli [prop. 9]; et hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli [prop. 8]; erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens sectionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $B\Delta$, et segmentum coni basim habens eandem, quam et frustum et segmentum ⟨conoidis⟩, axemque eundem. demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.

sit igitur conus Ψ dimidia parte maior hoc segmento ⟨coni⟩; frustum igitur cylindri basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem duplo maius erit cono Ψ; hic[1]) enim dimidia parte maior est segmento coni basim habenti eandem, quam segmentum, axemque eundem, segmentum autem coni, quod commemorauimus, tertia pars est frusti cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, axemque eundem [prop. 10, b]. necesse est igitur, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ.

nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. itaque in segmento figura solida inscribatur, et alia circumscribatur, ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quanto segmentum conoidis conum Ψ excedit [prop. 20], et plana frustorum producantur ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, axemque eundem.

1) Quoniam p. 346, 14 hoc idem aut breuius aut, si recte suspicatus sum, omnino non demonstratur, dubito, an οὗτος lin. 14 — αὐτόν lin. 19 interpolata sint.

ἐσσεῖται] addidi, om. AB, *ἐσσεῖται δή Torellius*. **9** τὸ τοῦ] scripsi, το A, τοῦ *Torellius*. **10** κωνοειδέος] B, κωνοειδες A. τούτου] fort. τούτου τοῦ ἀποτμάματος. **19** δή] scripsi, δε AB. **23** σχῆμα] add. *Torellius*, om. AB. **27** διάχθω] addidi, om. AB. ἔστε] scripsi, εσσειται A, erunt educta B.

ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους ταῖς βάσεσιν, αἱ δὲ βάσιες αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοῖαί ἐντι ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτᾶν δυνάμει, ἡμίσειαι δέ ἐντι τῶν ὁμολόγων διαμέτρων αἱ ΑΔ, ΚΕ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ μάκει, ἐπεὶ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ δὲ ΑΔ, ΚΕ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΞ· ἕξει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΞ· καὶ τῶν ἄλλων τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἴσον ἐχόντων τᾷ ΔΕ ποτὶ ἕκαστον τῶν τόμων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶν βασίων αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ. δειχθήσεται οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, ὁ δὲ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὥστε καὶ τοῦ Ψ κώνου μείζων ἐσσεῖται ἢ διπλασίων. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ δι-

2 ΔΕ] B, ΑΕ A. 6 ἔχοντι] EG, εχωντι A. 8 ἔχοντι]

rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eandem rationem habet, quam $A\Delta^2 : KE^2$; nam frusta eandem altitudinem habentia eandem rationem inter se habent, quam bases [cfr. prop. 10], bases autem eorum, quoniam similes sunt coni acutianguli sectiones [prop. 14 coroll.], eandem rationem habent, quam quadrata diametrorum suarum sibi correspondentium [prop. 6 coroll.], et rectae $A\Delta$, KE dimidiae sunt diametri sibi correspondentes. est autem $A\Delta^2 : KE^2 = B\Delta : BE$ [Quadr. parab. prop. 3], quoniam $B\Delta$ diametro parallela est [p. 357 not. 2], et rectae $A\Delta$, KE parallelae rectae in puncto B contingenti; et $B\Delta : BE = A\Delta : E\Xi$ [p. 351 not. 3]; itaque primum frustum frusti totius ad primum frustum figurae inscriptae eandem rationem habebit, quam $A\Delta : E\Xi$; et ceterorum frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia rectae ΔE aequalem, ad unumquodque frustum figurae inscriptae eundem axem habens eandem rationem habet, quam dimidia diametrus basium eius ad eam partem eius,[1]) quae inter AB, $B\Delta$ abscinditur. itaque eodem modo, quo antea [p. 348, 11], demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ, frustum autem cylindri basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem maius esse quam duplo maius figura inscripta [cfr. p. 350, 24]; quare etiam maius erit quam duplo maius cono Ψ.[2]) at non est, sed duplo

1) H. e. diametri basis, eo circulo pro basi sumpto, qui uersus punctum B positus est; cfr. p. 351 not. 5.

2) Quia conus Ψ minor est figura inscripta.

EG, εχωντι A. **13** τὸ B] B, mg. *be* in greco; ταν BE A. **19** ἐχόντων] G, εχοντα A. **22** τᾶν βασίων] τᾶς βάσεως *Nizzius*. αὐτοῦ] αὐτῶν E, ipsorum B. **29** μεῖζον] G, e corr. E, μειζων A.

πλασίων. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἔλασσόν ἐστιν· δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον. ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κγ'.

Εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῷ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν τμαμάτων ἄξονες ἴσοι, ἴσα ἐσσοῦνται τὰ τμάματα.

ἀποτετμάσθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς εἴρηται, τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος [καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα] τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ ἁ $AB\Gamma$ ὀρθογωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ $B\Delta$, τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ AZ, $E\Gamma$ εὐθεῖαι, τοῦ μὲν ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ἄξονα ἁ $E\Gamma$, τοῦ δὲ μὴ ὀρθοῦ ἁ ZA, ἄξονες δὲ ἔστων τῶν τμαμάτων αἱ $B\Theta$, $K\Lambda$ ἴσαι ἀλλάλαις, κορυφαὶ δὲ τὰ B, Λ· δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος οὗ κορυφὰ τὸ B, τῷ τμάματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Λ.

ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματά ἐντι ἀφῃρημένα τό τε $A\Lambda Z$ καὶ τὸ $EB\Gamma$, καί ἐντι αὐτῶν αἱ διαμέτροι ἴσαι αἱ $K\Lambda$, $B\Theta$, ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ $A\Lambda K$ τῷ $E\Theta B$· δέδεικται

3 ἔλασσόν] *Torellius*, ελασσων A. 7 κγ'] A, *24* B et e corr. H. 11 ἐσσοῦνται] scripsi, εσουνται DG, ἐσσεῖται EH. 14 καί—ἄξονα] AB, deleo. 15 $AB\Gamma$] B, $B\Gamma$ A. 19 ἔστων] scripsi, ἔστω comp. D, ἔστωσαν EGH. 21 τοῦ] addidi, om. A. 25 αἱ (pr.)] addidi, om. A.

maius. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ. per eadem autem demonstrabitur, ne minus quidem id esse; adparet igitur, aequale id esse. ergo segmentum conoidis dimidia parte maius est segmento coni basim habenti eandem, quam segmentum, axemque eundem.

XXIII.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur, alterum plano ad axem perpendiculari, alterum non perpendiculari, et axes segmentorum aequales sunt, segmenta aequalia erunt.

abscindantur enim a conoide aliquo rectangulo duo segmenta ita, ut dictum est, secto autem conoide plano per axem posito[1]) conoidis sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio diametrusque eius $B\Delta$ [prop. 11, a], planorum autem rectae AZ, $E\Gamma$, plani ad axem perpendicularis recta $E\Gamma$, plani autem non perpendicularis ZA, axes uero segmentorum sint $B\Theta$, $K\Lambda$ inter se aequales et uertices puncta B, Λ; demonstrandum est, segmentum conoidis, cuius uertex sit B, aequale esse segmento conoidis, cuius uertex sit Λ.

nam quoniam ab eadem sectione coni rectanguli duo segmenta abscisa sunt, $A\Lambda Z$ et $EB\Gamma$, et diametri eorum $K\Lambda$, $B\Theta$ aequales sunt, triangulus $A\Lambda K$ aequalis est triangulo $E\Theta B$; nam demonstratum est, triangulum $A\Lambda Z$ aequalem esse triangulo $EB\Gamma$ [prop. 3].[2]) ducatur igitur recta AX ad productam rectam $K\Lambda$ perpendicularis. et quoniam $B\Theta = K\Lambda$, erit etiam $E\Theta = AX$.[3]) in segmento igitur, cuius uertex est B, conus inscribatur eandem basim

---

1) Uerba καί lin. 14—15 ἄξονα subditiua sunt, quia iam lin. 13 ὡς εἴρηται (cfr. lin. 8—10) dictum est, conoides et plano ad axem perpendiculari et non perpendiculari sectum esse.

2) Et $B\Theta$, $K\Lambda$ diametri (prop. 11, a) sectionum bases in binas partes aequales diuidunt (prop. 3 p. 272, 3); tum. u. Eucl. VI, 1.

3) Nam, cum bases $B\Theta$, $K\Lambda$ aequales sint, erit
$E\Theta B : AK\Lambda = E\Theta : AX$ (Eucl. VI, 1) $= 1$ (not. 2).

γάρ, ὅτι τὸ *ΑΛΖ* τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ *ΕΒΓ* τριγώνῳ. ἄχθω δὴ ἁ *ΑΧ* κάθετος ἐπὶ τὰν *ΚΛ* ἐκβληθεῖσαν. καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ *ΒΘ*, *ΚΛ*, ἴσαι καὶ αἱ *ΕΘ*, *ΑΧ*. ἔστω δὴ ἐν τῷ τμάματι, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*, κῶνος ἐγγεγραμμένος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἐν δὲ τῷ τμάματι, οὗ κορυφὰ τὸ *Λ*, ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ *Λ* κάθετος ἐπὶ τὰν *ΑΖ* ἁ *ΛΝ*· ἐσσεῖται δὴ αὕτα ὕψος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ *Λ*. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ *Λ*, καὶ ὁ κῶνος, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*, τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων· τὸν συγκείμενον οὖν ἔχοντι λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τᾶς περὶ διάμετρον τὰν *ΑΖ* ποτὶ τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΕΓ*, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΝΛ* ποτὶ τὰν *ΒΘ*. τὸ δὲ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν αὐτὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΓ* [ἔχει καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ *Λ*, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*, τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΚΑ* ποτὶ τὰν *ΕΘ*, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΝΛ* ποτὶ τὰν *ΒΘ*· ἁ μὲν γὰρ *ΚΑ* ἡμισέα ἐντὶ τᾶς διαμέτρου τᾶς

7 ἔχον] E, mg. G, εχων A. **9** *ΛΝ*] scripsi, *ΛΜ* AB (in fig. *Ν* AB, *Μ* H). δή] B, δι' A. **10** *Λ*] B, mg. *a* in greco; *Α* A. **12** ἔχοντι] EG, εχωντι A. ποτ' ἄλλαλα] G, ποτι ταλλαλα A. **18** *ΝΛ*] e corr. B; *ΝΑ* A, mg. B. **25** *ΝΛ*] B, *ΝΑ* A. **26** τᾶς διαμέτρου] B, ταν διαμετρων A. In fig. rectas *ΖΠ*, *ΠΑ* et litteras *Ο*, *Π* addidi propter p. 367 not. 2.

habens, quam segmentum, axemque eundem, et in segmento, cuius uertex est Λ, segmentum coni eandem basim habens, quam segmentum, axemque eundem, ducatur autem ab Λ puncto ΛN ad AZ perpendicularis; ea igitur altitudo erit segmenti coni, cuius uertex est Λ.[1]) segmentum autem coni, cuius uertex est Λ, et conus, cuius uertex est B, inter se rationem habent ex ratione basium et ratione altitudinum compositam [cfr. prop. 10]; habent igitur rationem compositam ex ratione, quam habet spatium comprehensum sectione coni acutianguli [prop. 12] circum diametrum AZ descripta ad circulum [prop. 11, a] circum diametrum $E\Gamma$ descriptum, et ratione $N\Lambda : B\Theta$. sed spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad eundem circulum eandem rationem habet, quam rectangulum diametris ⟨illius⟩ compre-

1) Quia a uertice Λ ad basim perpendicularis ducta est (u. Quadr. parab. 17 extr.).

βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ἁ δὲ ΕΘ ἡμισέα τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως τοῦ κώνου, αἱ δὲ ΛΝ, ΒΘ ὕψεά ἐντι αὐτῶν. ἔχει δὲ ἁ ΛΝ ποτὶ τὰν ΒΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν ΚΛ, ἐπεὶ ἁ ΒΘ ἴση ἐστὶ τᾷ ΚΛ. ἔχει δὲ καὶ ἁ ΛΝ ποτὶ τὰν ΚΛ, ὃν ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΚ]· ἔχοι οὖν κα καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου ποτὶ τὸν κῶνον τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΧ· ἴσα γάρ ἐστιν ἁ ΑΧ τᾷ ΕΘ· καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΛΝ ποτὶ τὰν ΒΘ. ὁ δὲ [ἐκ] τῶν εἰρημένων λόγων, ὁ τᾶς ΑΚ ποτὶ ΑΧ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τᾶς ΛΚ ποτὶ ΛΝ· τὸ ἄρα ἀπότμαμα ποτὶ τὸν κῶνον λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΛΚ ποτὶ τὰν ΛΝ, καὶ ὃν ἔχει ἁ ΛΝ ποτὶ τὰν ΒΘ. ἴσα δὲ ἁ ΒΘ τᾷ ΚΛ· δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, τῷ κώνῳ, οὗ κορυφὰ τὸ Β. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐντί, ἐπεὶ τὸ μὲν ἕτερον αὐτῶν ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου ἴσων ἐόντων.

κδ'.

Εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

---

1 βάσιος] BGH, βασιας A. 3 ΛΝ] B, mg. ī án; ΑΝ A. 4 ΛΝ] B; ΑΝ A, mg. B. 6 ἔχοι] A, ἔχει BG. οὖν κα] addidi, om. AB. 9 ΑΧ (pr.)] B, mg. ág fm̄; ΑΓ A. 10 ἐκ] AB; delendum, an ἕτερος scribendum? 11 ΛΚ] *Torellius*, ΛΝ AB. 12 ΛΝ] *Torellius*, ΛΚ AB. 13 ΛΚ] *Torellius*, ΛΝ AB. ΛΝ (pr.)] *Torellius*, ΛΚ AB. καί] *Torellius*, και τῳ A. 20 κδ'] A, κε' BH. 24 αὐτῶν] B, αυτης A.

hensum ad $E\Gamma^2$ [prop. 5];[1]) quare etiam segmentum coni ad conum rationem habebit compositam ex $AK : AX$ (nam $AX = E\Theta$)[2]) et $\varLambda N : B\Theta$. altera autem harum rationum, $AK : AX$, aequalis est rationi $\varLambda K : \varLambda N$;[3]) itaque segmentum ⟨coni⟩ ad conum eam rationem habet, quam

$$(\varLambda K : \varLambda M) \times (\varLambda M : B\Theta).$$

sed $B\Theta = K\varLambda$ [ex hypothesi]; adparet igitur, segmentum coni, cuius uertex sit $\varLambda$, aequale esse cono, cuius uertex sit B. ergo constat, etiam segmenta ⟨conoidis⟩ aequalia esse, quia alterum eorum dimidia parte maius est cono [prop. 21], alterum dimidia parte maius segmento coni cono illi aequali [prop. 22].

XXIV.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur planis quouis modo ductis, segmenta inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata axium.[4])

---

1) Sequentia uerba p. 364, 22 *ἔχει — τὰν* AK lin. 6 subditiua sunt. nam primum uerba *αἱ δὲ* $\varLambda N$, $B\Theta$ *ὕψεά ἐντι αὐτῶν* hoc loco prorsus absurda sunt post p. 364, 9 sq. deinde quae proxime sequuntur lin. 3—6, demonstrationis tenorem plane conturbant. adparet enim ex lin. 9 sq., Archimedem rationem $\varLambda N : B\Theta$ immutatam retinuisse et alteram rationem ita transformasse, ut adpareret, eam aequalem esse rationi $B\Theta : \varLambda N$. tum etiam p. 364, 22 — 366, 3, ubi praeterea causa obscure significata (*ἁ μὲν γὰρ κτλ.* p. 364, 26) offendit, delendae sunt propter lin. 6 sq.

2) U. p. 364, 3. Ducatur $A\Pi \parallel \varLambda X$ et $Z\Pi \perp A\Pi$. erit $Z\Pi$ minor diametrus ellipsis, cuius maior diametrus est AZ (prop. 12). et (Eucl. VI, 2) $ZO : O\Pi = ZK : K\varLambda = 1$. sed $O\Pi = AX$ (Eucl. I, 34) $= \Theta E$; quare erit $Z\Pi = E\Gamma$. itaque $AZ \times Z\Pi : E\Gamma^2 = AZ : E\Gamma = AK : E\Theta = AK : AX$.

3) Nam trianguli $NK\varLambda$, AKX similes sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

4) P. 248, 17 extrema haec sunt: *τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων.* cfr. *Περὶ ἑλίκ.* praef.

ἀποτετμάσθω γὰρ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς ἔτυχεν, ἔστω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρου τμάματος ἄξονι ἴσα ἁ Κ, τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἁ Λ· δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τᾶν Κ, Λ τετραγώνοις.

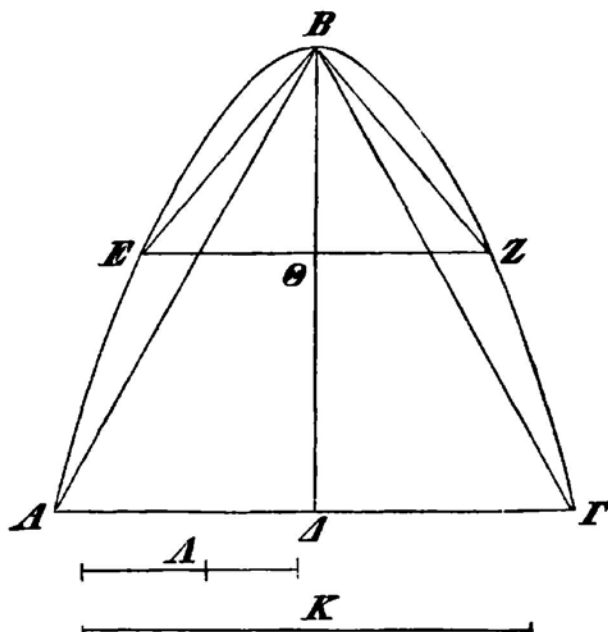
τμαθέντος δὴ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τμάματος ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ, καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ τᾷ Κ ἴσα, καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα· τὸ δὴ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι ἴσον τᾷ Κ. εἰ μὲν οὖν καὶ ἁ Κ ἴσα ἐστὶ τᾷ Λ, φανερόν, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται ἀλλάλοις· ἑκάτερον γὰρ αὐτῶν ἴσον τῷ αὐτῷ· καὶ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν Κ, Λ ἴσα· ὥστε τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τὰ τμάματα τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων. εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐστὶν ἁ Λ τᾷ Κ, ἔστω ἁ Λ ἴσα τᾷ ΒΘ, καὶ διὰ τοῦ Θ ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα· τὸ δὴ τμᾶμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΖ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ, ἴσον ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τᾷ Λ. ἐγγεγράφθωσαν δὴ κῶνοι βάσιας μὲν ἔχοντες τοὺς κύκλους τοὺς περὶ διαμέτρους τὰς ΑΓ, ΕΖ, κορυφὰν δὲ τὸ Β σαμεῖον· ὁ δὴ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ τὸν συγκεί-

---

2 *τῷ*] e corr. G, *τα* A. 3 Κ] B, *ΑΚ* A. *Λ*] e corr. in scrib. B, *ΑΛ* A. 7 *ἁ*] *Basil.*, om. A. 9 *Κ*] e corr. B, *ΙΚ* A. 10 *δή*] scripsi, *δε* AB. 13 *ἐστί*] A, om. B. *Λ*] B, *Δ* A. 16 *τᾶν*] scripsi, *των* A. *Λ*] B, *Α* A. 20 *δή*] scripsi, *δε* AB. 22 *τᾷ*] scripsi, *τω* A. 23 *δή*] AB, *δύο Basil.* 25 *δή*] scripsi, *δε* AB.

abscindantur enim a conoide rectangulo duo segmenta quouis modo sumpta, et axi alterius segmenti aequalis sit recta K, alterius autem recta Λ. demonstrandum, segmenta eandem inter se rationem habere, quam $K^2 : \Lambda^2$.

secto igitur conoide plano per axem posito segmenti sectio sit $AB\Gamma$ rectanguli coni sectio [prop. 11, a], axis autem $B\Delta$, et ponatur $B\Delta$ rectae K aequalis, et per Δ punctum planum ducatur ad axem perpendiculare; segmentum igitur conoidis basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$, aequale est segmento axem habenti rectae K aequalem [prop. 23]. iam si $K = \Lambda$, constat, etiam segmenta aequalia inter se fore; nam utrumque



eorum eidem aequale est; et $K^2 = \Lambda^2$; quare segmenta eandem rationem habebunt, quam quadrata axium. sin recta Λ rectae K aequalis non est, sit $\Lambda = B\Theta$, et per Θ planum ducatur ad axem perpendiculare; segmentum igitur basim habens circulum circum diametrum EZ descriptum, axem autem $B\Theta$, aequale est segmento axem habenti rectae Λ aequalem. iam coni inscribantur bases habentes circulos

μενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει· ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΘΒ, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ· οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΒ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΒ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ὁ ἄξονα ἔχων τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΘΒ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΔΒ ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΘΒ [ἑκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστιν]. καί ἐστιν τῷ μὲν τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΒΔ ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ, τῷ δὲ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΘΒ ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, καὶ τᾷ μὲν ΒΔ ἴσα ἁ Κ, τᾷ δὲ ΘΒ ἴσα ἁ Λ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Κ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Λ.

κε΄.

Πᾶν τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις

---

4 μάκει] BG, μακων A. 10 ΘΒ] B, EB A. ὁ (alt.)]

circum diametros $A\Gamma$, EZ descriptos, uerticem autem punctum B; conus igitur, cuius axis est $B\Delta$, ad conum, cuius axis $B\Theta$, eam rationem habet, quam

$$(A\Delta^2 : \Theta E^2) \times (\Delta B : B\Theta).^{1)}$$

sed $\Delta A^2 : \Theta E^2 = B\Delta : B\Theta$ [Quadr. parab. prop. 3]; quare conus, cuius axis est $B\Delta$, ad conum, cuius axis $B\Theta$, eam habet rationem, quam

$$(\Delta B : \Theta B) \times (\Delta B : B\Theta), \text{ h. e. } \Delta B^2 : \Theta B^2.$$

et quam rationem habet conus, cuius axis est $B\Delta$, ad conum, cuius axis ΘB, eam rationem habet segmentum conoidis axem habens ΔB ad segmentum axem habens ΘB.[2]) segmento autem axem habenti $B\Delta$ aequale est segmentum conoidis axem habens rectae K aequalem et segmento axem habenti ΘB segmentum axem aequalem habens rectae Λ, et $B\Delta = K$, $\Theta B = \Lambda$; ergo adparet, segmentum conoidis axem habens rectae K aequalem ad segmentum conoidis axem habens rectae Λ aequalem eandem rationem habere, quam K^2 ad Λ^2.

XXV.

Quoduis segmentum conoidis obtusianguli plano ad axem perpendiculari abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem eam habet rationem, quam recta utrique simul aequalis, et axi segmenti

1) Habent enim rationem ex ratione basium et ratione axium compositam (prop. 10), et ratio basium ea est, quam habet $A\Delta^2 : E\Theta^2$ (Eucl. XII, 2).

2) Nam utrumque segmentum suo cono dimidia parte maius est (prop. 21). quae hoc significant uerba lin. 14 ἑκάτερον — ἐστιν propter obscuritatem suspecta sunt.

addidi, om. A. **11** $B\Delta$] B; $K\Delta$ A, mg. B. **15** τό] addidi, om. A. **18** ἴσον] G, ισαν A. K] B, ΛK A. **22** τετράγωνον] BG, τετραγωνον KE A. **23** Λ] B, mg. G; A A. **24** κε'] A, κς' BH. **28** ἁ συναμφοτέραις] scripsi, συναμφοτερα AB.

ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ἔστω τι τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ἁ τομὰ ἔστω αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα ἁ ΑΓ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἁ ΒΔ, ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἔστω ἁ ΒΘ καὶ τᾷ ΒΘ ἴσα ἁ ΖΘ καὶ ἁ ΖΗ. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΖΔ.

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ ἔστωσαν αἱ ΦΑ, ΓΥ, ἔστω δὲ καὶ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὰν ΒΔ τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ· φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον ἢ ἔλασσόν ἐστιν. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, διάχθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ

---

10 *ἁ ΑΓ*] B, om. A. **11** *ΒΔ*] B, *ΒΑΔ* A. *ποτεοῦσα*]

et triplici rectae axi adiectae, ad rectam utrique aequalem, et axi segmenti et duplici rectae axi adiectae.[1])

sit segmentum aliquod conoidis obtusianguli plano ad axem perpendiculari abscisum, et secto eo alio plano per axem posito ipsius conoidis sectio sit $AB\Gamma$ coni obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani uero segmentum abscindentis recta $A\Gamma$, axis autem segmenti sit $B\Delta$, rectaque axi adiecta sit $B\Theta$, et sit $B\Theta = Z\Theta = ZH$. demonstrandum est, segmentum ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, axemque eundem eam rationem habere, quam $H\Delta : Z\Delta$.

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum, axemque eundem, latera autem eius sint ΦA, $\Gamma \Upsilon$, sit uero etiam conus quidam, in quo sit littera Ψ, et ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, axemque $B\Delta$ eam habeat rationem, quam $H\Delta : \Delta Z$; dico igitur, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ.

nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius, si fieri potest, maius sit. inscribatur igitur in segmento figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto segmentum conoidis conum Ψ excedit [prop. 19], plana autem omnium cylindrorum ad superficiem producantur

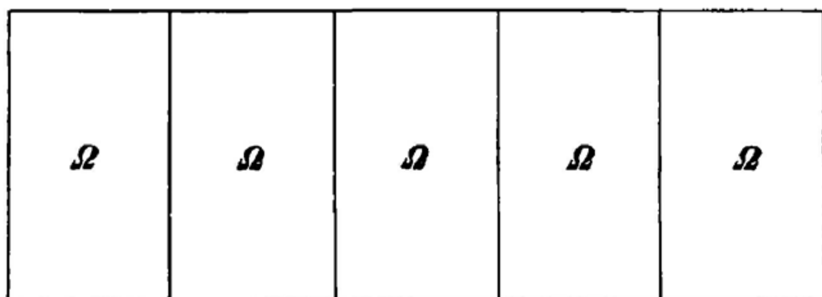
---

1) P. 250, 24: εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμαθῇ τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι κτλ. (lin. 1—4).

---

poteusa B, ποτιουσα A. 13 τόν (alt.)] *Torellius*, ταν A. 18 δέ] scripsi, δη A, etiam B. 21 $H\Delta$] B, $K\Delta$ A. 23 γάρ] B, γε A. 25 ἄλλο] GH, αλλῳ A. 29 δέ] scripsi, δη AB.

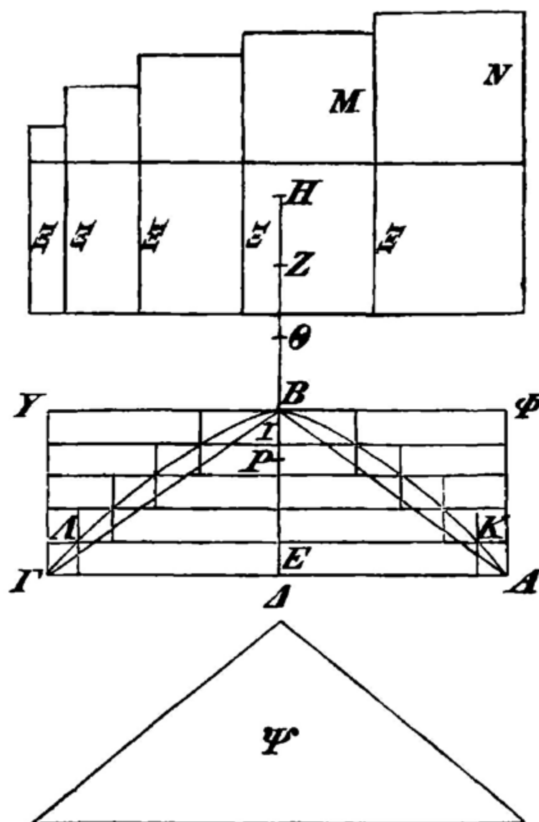
τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, ἄξονα δὲ τὰν *ΒΔ*· ἐσσεῖται δὴ ὅλος ὁ κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ *Ψ* κώνου, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ *Ψ* κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς *ΒΔ* ἁ *ΒΡ*· ἐσσεῖται οὖν ἁ *ΗΔ* τριπλασία τᾶς *ΘΡ*. καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύ-



κλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, ἄξονα δὲ τὰν *ΒΔ*, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ *ΗΔ* ποτὶ τὰν *ΘΡ*, ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος ποτὶ τὸν *Ψ* κῶνον, ὃν ἁ *ΖΔ* ποτὶ τὰν *ΗΔ*, ἕξει ἄρα μεγεθέων τριῶν ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων τὸν αὐτὸν

7 ἢ] B, om. A. **11** ἐσσεῖται] BEG, e corr. H, επειται D. **14** ἄξονα] A, conum B. **17** ἄρα] *Torellius*, οὖν E, om. H et lacuna relicta BDG. μεγεθέων τριῶν] dubitans scripsi, lac. B; αμετριᾱ A, mg. B. **18** ἀνομοίως] *Commandinus*, ομοιως AB. τεταγμένων] *Commandinus*, τεταραγμένων BEH, e corr. G, τεταραγμενον DG. In fig. *M* et *N* permutant B et *Basil.*

cylindri basim habentis circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum axemque $B\Delta$; itaque totus cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. et quoniam figura circumscripta inscriptam excedit spatio minore, quam quo segmentum conum Ψ excedit, et figura circumscripta maior est segmento, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. iam BP tertia pars sit rectae $B\Delta$; erit igitur $H\Delta = 3\,\Theta P$.[1]) et quoniam cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum axemque $B\Delta$ ad conum basim habentem eandem axemque eundem eam habet rationem, quam $H\Delta : \Theta P$,[2]) et etiam conus ille ad conum Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : H\Delta$, habebit etiam, cum trium magnitudinum perturbata sit proportio [Eucl. V def. 18], cylindrus, quem commemorauimus, ad conum Ψ eam rationem, quam $Z\Delta : \Theta P$



---

1) Nam $H\Delta = HB + B\Delta = 3\,\Theta B + 3\,BP$ et
$\Theta P = \Theta B + BP$.

2) Conus enim tertia pars est cylindri (Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10), et $\Theta P = \frac{1}{3} H\Delta$.

λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἔστωσαν δὲ γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσιν τοῖς ἐν τᾷ ΒΔ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ ΖΒ, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπεπτωκέτω χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ τὸ μὲν μέγιστον ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΔΒ, τὸ δὲ ἐλάχιστον ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΙΒ, αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχόντων [καὶ γὰρ αἱ ἴσαι αὐταῖς αἱ ἐπὶ τᾶς ΒΔ εὐθείας τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχουσιν], καὶ ἔστω ἁ μὲν τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρά, ἐφ' ἃς τὸ Ν, ἴσα τᾷ ΒΔ, ἁ δὲ τοῦ ἐλαχίστου ἴσα τᾷ ΒΙ, ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ· ὁ δὴ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει· οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ· ἐν πάσᾳ γὰρ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτο συμβαίνει [ἁ γὰρ διπλασία τᾶς ποτεούσας, τουτέστι τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου, πλαγία ἐστὶ τοῦ εἴδους πλευρά]. καί ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ περιεχομένῳ ἴσον τὸ ΞΝ χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΜ· ἁ γὰρ Ξ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΒ, ἁ δὲ Μ τᾷ ΒΕ, ἁ δὲ Ν τᾷ ΒΔ· ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν

---

2 ὅν] B, om. A. ΘΡ] *Basil.*, ΘΟ A; *te* B, mg. τ'ο *fm.* δέ] scripsi, δε αι A. 3 ἴσαι] G, ισα A. 4 τᾷ] *Torellius*, τῳ A. 7 ἴσον (pr.)] *Basil.*, εν AB. ΖΔΒ] *Basil.*, ΖΒΔ AB.

[Eucl. V, 23]. ponantur autem lineae quaedam, in quibus sint litterae Ξ, numero partibus rectae $B\Delta$ aequales, magnitudine autem singulae rectae ZB aequales, et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens, maximumque sit $= Z\Delta \times \Delta B$, minimum uero $= ZI \times IB$, latera autem excessuum aequali differentia inter se excedant [Eucl. VI, 29],[1]) et latus maximi excessus siue recta, in qua est littera N, aequalis sit rectae $B\Delta$, latus autem minimi excessus rectae BI aequale, sint autem etiam alia spatia, in quibus littera Ω, numero his aequalia et magnitudine singula maximo illorum, rectangulo rectis $Z\Delta$, ΔB comprehenso, aequalia; itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum axemque ΔE ad cylindrum basim habentem circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum axemque ΔE eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2], h. e.

$$Z\Delta \times B\Delta : ZE \times BE;$$

hoc enim in quauis sectione coni obtusianguli adcidit.[2]) uerum spatium $\Xi N = Z\Delta \times B\Delta$, et $\Xi M = ZE \times BE$; nam $\Xi = ZB$, $M = BE$, $N = B\Delta$;[3]) itaque cylindrus

1) Latera excessuum partibus rectae $B\Delta$ aequalia esse, non supponit Archimedes, sed ex suppositione concludit; itaque adparet, retinendam esse ὑπερεχόντων lin. 9 (ὑπερέχοντι Nizzius, excedunt B), et καὶ γάρ lin. 9 — ὑπερέχουσιν lin. 10 delenda, in quibus offendunt etiam ἀλλάλων et ὑπερέχουσιν.

2) Apollon. Con. I, 21; cfr. ZMP. XXV p. 55 nr. 24. sed sequentia uerba lin. 23—25 delenda sunt, quia nomen ἡ πλαγία πλευρά ab Apollonio demum inuentum est. interpolator uerba Archimedis ad genus dicendi Apollonii adcommodare uoluit.

3) Et $\Xi N = (\Xi + N) \times N$, $\Xi M = (\Xi + M) \times M$.

ἴσον (alt.)] *Basil.*, εν AB. 8 ZIB] scripsi, ZOB A; *zeb* B, mg. *zob fm.* τῷ (alt.)] G, των τω A. **12** τὸ N] G, e corr. H, τον AB. **13** τό] A, que B. **21** $B\Delta$] A, *db* B. **22** BE] A, *eb* B. τοῦ] scripsi, τα τον A. **25** $B\Delta$] A, *db* B. **26** ΞN] addidi praeeunte *Basil.*, om. A et lac. relicta B. **27** BE] A, *eb* B. ἴσον — Ξ] addidi praeeunte *Basil.*, om. A et lac. relicta B. **28** M] B; N A, mg. B.

μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΜ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότων ὑπερβαλλόντων τετραγώνῳ. ἔστιν δή τινα μεγέθεα, οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαστος ἄξονα ἔχει ἴσον τᾷ ΔΕ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τούτοις τῷ πλήθει, κατὰ δύο μεγέθεα τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἵ τε κυλίνδροι ἴσοι ἐντὶ ἀλλάλοις καὶ τὰ Ω χωρία ἴσα ἀλλάλοις, λέγονται δὲ τῶν τε κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λέγεται, καὶ τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Ω, ποτ' ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, τὰ [δὲ] ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἓν λέγεται· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. δέδεικται δέ, ὅτι πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζω λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΝΞ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις

---

10 ὁμολογον] B, ον λογον A. τῶν] *Torellius*, ταν A.

basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum axemque ΔE ad cylindrum basim habentem circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum axemque ΔE eandem rationem habebit, quam spatium Ω ad ΞM. et eodem modo demonstrabimus, etiam unumquemque ex ceteris cylindris totius cylindri axem habentem rectae ΔE aequalem ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habere, quam spatium Ω ad correspondens spatium eorum, quae rectae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, quorum singuli axem habent rectae ΔE aequalem, et aliae magnitudines, spatia, in quibus est littera Ω, illis numero aequales, binae cum binis in eadem proportione, quoniam et cylindri inter se aequales sunt et spatia Ω inter se aequalia, porro et cylindrorum nonnulli cum aliis cylindris, qui sunt in figura inscripta, in proportione sunt, ultimus autem in nulla est proportione,[1]) et spatiorum, in quibus sunt litterae Ω, ⟨nonnulla⟩ cum aliis spatiis, quae rectae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia, correspondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla proportione; adparet igitur, etiam omnes cylindros totius cylindri ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habere, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum [prop. 1]. demonstratum autem, omnia simul spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habere, quam $N + \Xi : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$ [prop. 2]; quare etiam totus cylindrus ad figu-

1) Quia cylindri figurae inscriptae uno pauciores sunt quam cylindri totius cylindri.

παρά] *Torellius*, περι AB. Ξ] *Nizzius*, ΝΞ AB. παραπεπτωκότων] *Torellius*, περιπεπτωκοτων A. ὑπερβαλλόντων] scripsi, υπερβαλλον τῳ AB. **17** τούς] addidi, om. AB. **19** ποθ' ἕν] B, ποθεν A. **21** δέ] A, om. B. αὐτοῖς] *Nizzius*, om. AB. **22** ποθ' ἕν] B, ποθεν A. **24** τῷ] addidi, om. A.

τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ· ὃν δ ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου.

οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν οὖν ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμάματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὅ τε κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΝ [ἴσον γὰρ ἑκάτερον], καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν

---

12 σχῆμα] BE (τμᾶμα om. E), om. A. **19** Ψ] A,

ram inscriptam maiorem rationem habet quam $Z\Delta : \Theta P$;[1]) quam rationem totum cylindrum ad conum Ψ habere demonstratum est; quare totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet quam ad Ψ conum. itaque conus Ψ maior est figura inscripta [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest; nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ.

uerum ne minus quidem est. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur in segmento inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto conus segmentum excedit, ceteraque eadem construantur. iam quoniam figura inscripta minor est segmento, et figura circumscripta inscriptam excedit spatio minore, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus igitur et cylindrus primus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem ΔE eandem rationem habet, quam spatium Ω ad ΞN,[2]) et ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes rectae ΔE aequalem, ad cylindrum figurae circumscriptae eodem loco positum axemque eundem habentem eam ratio-

1) Nam $N + \Xi = B\Delta + ZB = Z\Delta$, et
$\frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N = B\Theta + BP = \Theta P$.

2) ἴσον γὰρ ἑκάτερον lin. 25—26, quae neglegenter causam rei per se patentis indicant, interpolata esse suspicor.

om. B. 27 ἐχόντων τάν] scripsi, ἔχων τάν corr. ex ἔχων τῶν E, εχοντων A.

τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ ὑπερβλήματι, διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων χωρὶς τοῦ μεγίστου ἴσον εἶμεν ἑκάστῳ τῶν ἐγγεγραμμένων σὺν τῷ μεγίστῳ· ἕξει οὖν καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς ὑπερβλημάτεσσιν. δέδεικται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσω λόγον ἔχοντα τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἕξει ἢ ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἀλλ' ὡς ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ ἔλαττον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον οὔτε ἔλασσόν ἐστιν, δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν.

κϛ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ

---

1 *τόν*] *Basil.*, om. A. *ὅν*] B, *Basil.*; om. A. **4** *εἶμεν*]

nem habebit, quam spatium Ω ad spatium correspondens eorum, quae rectae Ξ adplicata sunt, adsumpto excessu, quia unusquisque circumscriptorum praeter maximum aequalis est unicuique inscriptorum cum maximo;[1]) habebit igitur etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam eandem rationem, quam omnia spatia Ω ad spatia adplicata cum excessibus [prop. 1]. rursus autem demonstratum est, omnia spatia Ω ad omnia illa spatia minorem rationem habere quam $\Xi + N : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$ [prop. 2]; quare etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habebit quam $Z\Delta : \Theta P$. sed ut $Z\Delta : \Theta P$, ita totus cylindrus ad conum Ψ; itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam ad Ψ. quare figura circumscripta maior est cono Ψ [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest; nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. itaque segmentum conoidis minus non est cono Ψ. et quoniam nec maius nec minus est, constat propositum.

XXVI.

Iam etiam si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscinditur, sic quoque ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem eam rationem habebit, quam recta utrique aequalis, et axi segmenti et triplici rectae axi adiectae, ad

---

1) Sint c_1 c_2 c_3 c_4 cylindri inscripti, C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 circumscripti, K cylindri totius cylindri, r_1 r_2 r_3 r_4 r_5 spatia adplicata adsumpto excessu. iam supra p. 376, 28 sq. demonstratum est, esse $K : c_1 = \Omega : r_2$, $K : c_2 = \Omega : r_3$, $K : c_3 = \Omega : r_4$, $K : c_4 = \Omega : r_5$. sed $c_1 = C_2$, $c_2 = C_3$, $c_3 = C_4$, $c_4 = C_5$; itaque $K : C_2 = \Omega : r_2$, $K : C_3 = \Omega : r_3$ cett.

Torellius, *εστιν* comp. DE, *εἶναι* GH. **16** *τόν*] scripsi, *το* A. **23** *κς′*] A, *κζ* BH. **26** *τό* (alt.)] B, *του* A. *ἔχον*] BD, *ἔχοντος* EGH. **28** *ἁ συναμφοτέραις*] *Basil.*, simul utrique B, *αι συναμφοτεραι* A.

ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῷ τε ἄξονι καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται, τμαθέντος δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓ* ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ *ΓΑ* εὐθεῖα, κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς τὸ *Θ* σαμεῖον, καὶ ἄχθω διὰ τοῦ *Β* παρὰ τὰν *ΑΓ* ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁ *ΦΤ*, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ *Β*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Θ* ἐπὶ τὸ *Β* ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω· τεμεῖ δὴ αὔτα δίχα τὰν *ΑΓ*, καὶ ἐσσεῖται κορυφὰ μὲν τοῦ τμάματος τὸ *Β* σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ *ΒΔ*, ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἁ *ΒΘ*· τᾷ δὲ *ΒΘ* ἴσα ἔστω ἅ τε *ΘΖ* καὶ ἁ *ΖΗ*, ἀπὸ δὲ τᾶς *ΦΤ* ἐπίπεδον ἀνεστακέτω τι παράλληλον τῷ κατὰ τὰν *ΑΓ*· ἐπιψαύσει δὴ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ *Β*. καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν *ΑΓ* οὐκ ἐὸν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ *ΓΑ*· ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ* καὶ τᾶς *ΒΔ* γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ *ΒΔ*, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ

8 *ΓΑ*] A, *ag* B. **13** δὴ αὔτα] B, *δια τα αυτα* A. **18** δή] scripsi, *δε* AB. **19** ἐπεὶ τό] *Basil.*, qm corr. ex erit in scrib. B, *εσσει το* DE, ἐσσεῖται GH. **22** ἐούσας δή] *Basil.*,

rectam utrique aequalem, et axi et duplici rectae axi adiectae.[1])

sit enim segmentum conoidis obtusianguli abscisum plano ita, ut dictum est, figura autem alio plano per axem secta ad planum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani uero segmentum abscindentis recta ΓA, uertex autem coni conoides comprehendentis sit punctum Θ, et per B punctum rectae $A\Gamma$ parallela ducatur $\Phi\Upsilon$ sectionem coni contingens, contingatque in puncto B, et recta a Θ ad B ducta producatur; ea igitur rectam $A\Gamma$ in duas partes aequales secabit,[2]) et uertex segmenti erit B, axis autem $B\Delta$,[3]) et $B\Theta$ recta axi adiuncta [p. 250, 18]; sit autem

$$B\Theta = \Theta Z = ZH,$$

et a recta $\Phi\Upsilon$ planum erigatur plano in $A\Gamma$ posito parallelum; continget igitur conoides in B [prop. 16, b]. iam quoniam planum in $A\Gamma$ positum ad axem non perpendiculare conoides secat, sectio erit coni acutianguli sectio, et diametrus eius maior ΓA [prop. 13]; data igitur coni acutianguli sectione circum diametrum $A\Gamma$ descripta lineaque $B\Delta$ a centro erecta in plano in diametro posito ad id planum perpendiculari, in quo est coni acutianguli sectio, fieri potest, ut inueniatur cylindrus axem in producta recta $B\Delta$ habens, cuius in superficie sit coni acutianguli sectio circum

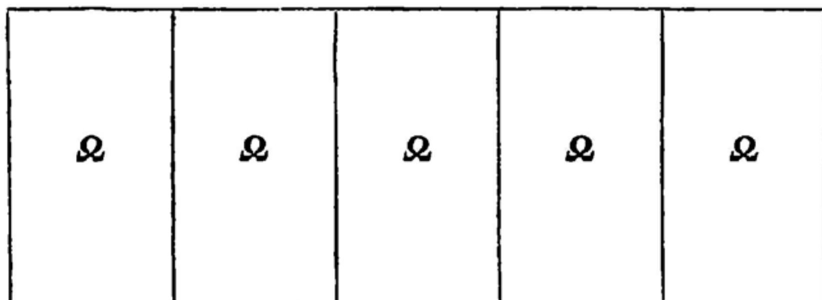
1) P. 252, 3: *εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γίγνεται ἀπότμαμα κώνου, τοῦτον κτλ.*, ut hoc loco, nisi quod ibi *ἀμφοτέραις* legitur pro *συναμφοτέραις* lin. 1.

2) ZMP. XXV p. 56 nr. 26; cfr. supra p. 341 not. 3.

3) B uertex erit propter p. 250, 14. tum $B\Delta$ axis erit propter p. 250, 15.

εουσα αλλη A; existens seq. lac. B, mg. *αλλη*. *τομᾶς*] *Basil.*, *τομα* AB. 27 *εὐθείας*] B, *ευθειων* A.

ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὑρεθέντος οὖν ἐσσεῖταί τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἁ δὲ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ ἐσσεῖται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. πάλιν δὲ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὑρεθέντος

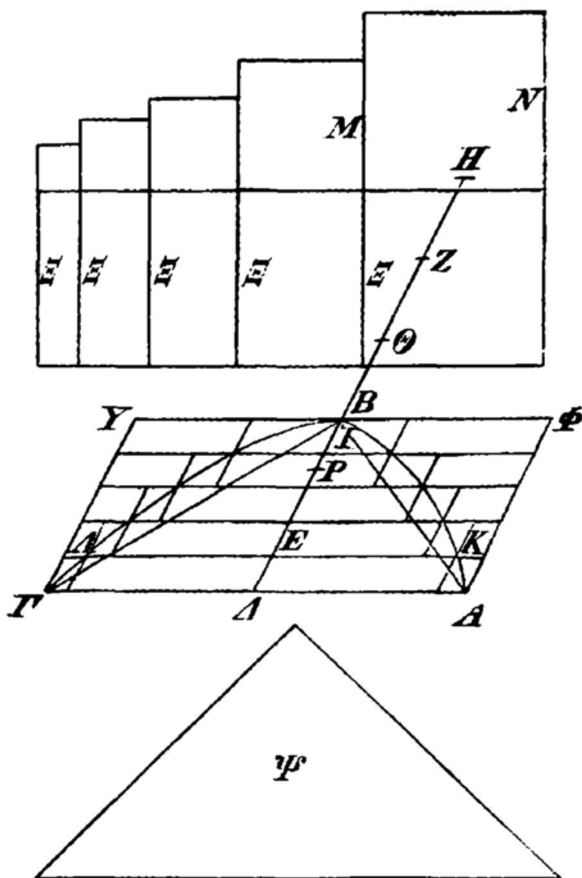


οὖν καὶ ἀπότμαμά τι ἐσσεῖται κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ.

ὃν γὰρ ἔχει λόγον ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, τοῦτον ἐχέτω ὁ Ψ κῶνος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τῷ κώνῳ τῷ Ψ, ἔστω, εἰ δυνατόν ἐστιν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ

1 ἁ] addidi, om. AB. 7 ἁ] addidi, om. AB. 8 *καί* — 9 *τμάματι*] addidi praeeunte *Commandino* coll. p. 358, 8; 406, 17 sqq.; om. AB, mg.! B. 13 *γάρ*] BE, *γοῦν* A. ἁ *ΗΔ*] *Torellius*, om. AB. 14 *ἐχέτω*] B, *εχει* A. 16 *ἔστω* — *ἐστιν*]

diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 9]. eo igitur inuento frustum quoddam cylindri erit eandem basim habens, quam segmentum, axemque eundem, altera uero basis eius erit planum in recta $\Phi\Upsilon$ positum. rursus autem hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B, cuius in superficie sit coni acutianguli sectio circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 8]. eo igitur inuento etiam segmentum coni erit basim habens eandem, quam et frustum et segmentum, axemque eundem; demonstrandum, segmentum conoidis ad segmentum coni rationem eam habere, quam $H\Delta$ ad ΔZ.



habeat enim conus Ψ ad segmentum coni eam rationem, quam $H\Delta : \Delta Z$. iam si segmentum conoidis cono Ψ aequale non est, sit, si fieri potest, maius. inscribatur igitur in segmento conoidis figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore,

B, ει γαρ μη δυνατον εστιν (comp.) A; εἰ δυνατόν, ἔστω *Commandinus; εἰ μέν ἐστι δυνατόν, ἔστω Torellius.* 18 ἄλλο] BG, αλλω A. κυλίνδρου] AB, κυλίνδρων *Basil.* Fig. non obliqua in AB, litt. E om. A.

τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ τμάματι πάντων ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τᾷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, καὶ ἅ τε ΒΡ τρίτον μέρος ἔστω τᾶς ΒΔ, καὶ τἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον πότ' ἀλλάλους, ὅνπερ αἱ βάσιες αὐτῶν, αἱ δὲ βάσιες αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοῖαί ἐντι ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν [οὖν] λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτᾶν δυνάμει. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ, τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕΒ, ἐπεί ἐστιν ἁ μὲν ΖΔ ἀγμένα διὰ τοῦ Θ, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι, αἱ δὲ ΑΔ, ΚΕ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν· ἔστιν δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χωρίῳ, τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕΒ τῷ ΞΜ· ἔχει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-

---

3 σχήματος] *Basil.*, τμηματος AB. 6 τμάματι] scripsi, σχηματι AB. ἔστε] *Torellius*, εσσειται A, erit B sed del. 10 κατεσκευάσθω] G, κατασκευασθω A. 12 τῶν] scripsi,

quam quanto excedit segmentum conoidis conum Ψ [prop. 20]. iam quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, minore spatio figuram inscriptam excedit, quam quo segmentum excedit conum Ψ, adparet, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. producantur igitur plana frustorum omnium in segmento inscriptorum usque ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, axemque eundem, et sit

$$BP = \tfrac{1}{3} B\Delta,$$

ceteraque eadem construantur, quae antea. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eam rationem habet, quam $A\Delta^2 : KE^2$; nam frusta altitudinem aequalem habentia eam inter se rationem habent, quam bases [cfr. prop. 10], bases autem, quoniam sectiones conorum acutiangulorum similes sunt [prop. 14 coroll.], eandem inter se rationem habent, quam quadrata diametrorum correspondentium [prop. 6 coroll.]. uerum

$$A\Delta^2 : KE^2 = Z\Delta \times \Delta B : ZE \times EB,$$ [1])

quoniam recta $Z\Delta$ per Θ ducta est, in quo rectae sectioni proximae inter se incidunt, rectaeque $A\Delta$, KE rectae in puncto B contingenti parallelae; est autem

$$Z\Delta \times \Delta B = \Omega,$$

et $ZE \times EB = \Xi M$; itaque primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae

---

1) Apollon. I, 21; cfr. ZMP. XXV p. 55 nr. 24. hic autem non, ut p. 376, 20 sqq., de axe, sed de quauis diametro usurpatur; u. Zeuthen, Die Lehre von d. Kegelschn. im Altert. p. 59 not.

τον AB. 15 *ἔχοντι*] EG, *εχωντι* A. 16 *αἱ δὲ βάσιες αὐτῶν*] *Commandinus*, om. AB. 18 *οὖν*] AB, del. *Torellius*. *ἔχοντι*] EG, *εχωντι* A. 21 $Z\Delta B$] B, mg. *zlb fm*; ZAB A. 23 ὃ *αἱ*] *Torellius*, *ας* AB (*καθ’* ὃ om. lacuna relicta B, mg. *καθας*). *συμπίπτοντι*] EG, *συμπιπτωντι* A. 25 $Z\Delta B$] B, ZAB A. 28 *τῶν*] scripsi, *τον* AB.

μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΜ· καὶ τῶν ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότων ὑπερβαλλόντων εἴδει τετραγώνῳ. πάλιν οὖν ἐντί τινα μεγέθεα, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς τόμοις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα αὐτοῖς, λέγονται δὲ οἱ τόμοι ποτ' ἄλλους τόμους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος τόμος οὐδὲ ποθ' ἓν λέγεται, τὰ δὲ Ω χωρία ποτ' ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἓν λέγεται· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. πάντα δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον·

3 *δέ*] A, om. B. 4 *τάν*] addidi, om. A. 6 *τάν*] addidi, om. A. 7 *τὰν Ξ*] *Basil.*, *τὰ ΝΞ* A, *τὰν ΝΞ* BG. 9 *τόμοι*

axem habens ΔE eandem rationem habet, quam Ω ad ΞM; et ceterorum quoque frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia rectam rectae ΔE aequalem, ad frustum in figura inscripta eodem loco positum axemque habens rectam rectae ΔE aequalem eam rationem habet, quam spatium Ω ad correspondens spatium eorum, quae rectae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. rursus igitur magnitudines quaedam sunt, frusta totius frusti, et aliae magnitudines, spatia, in quibus est littera Ω, numero frustis aequales et binae cum binis in eadem proportione, frusta autem cum aliis frustis, quae sunt in figura inscripta, in proportione sunt, ultimum autem frustum in nulla proportione,[1]) et spatia Ω cum aliis spatiis, quae rectae Ξ adplicata sunt figuris quadratis excedentia, correspondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla est; adparet igitur, etiam omnia frusta ad omnia eandem rationem habitura esse, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum [prop. 1]. sed omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habent, quam

$$\Xi + N : \tfrac{1}{2}\Xi + \tfrac{1}{3}N \text{ [prop. 2]};$$

itaque totum frustum ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam $\Xi + N : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$; quare etiam maiorem, quam $Z\Delta : \Theta P$.[2]) itaque totum frustum maiorem rationem habet ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ;[3])

1) Id scilicet, cuius axis est BI; numerus enim frustorum inscriptorum uno minor est.

2) U. p. 381 not. 1.

3) Nam frustum totum ad Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : \Theta P$; cfr. p. 374, 12 sq. itaque figura minor est cono.

οἱ] BG, om. A. 12 ἔχοντα] *Torellius*, εχωντι A, ἔχοντι BEG. ἄλλους] G, alios corr. ex inuicem in scrib. B, αλλαλους A. 14 ποθ' ἕν] B, ποθεν A. 15 τά] addidi, om. AB. ὑπερβάλλοντα] *Torellius*, τα υπερβαλλοντα A. 17 ποθ' ἕν] B, ποθεν A. 20 χωρίς] G, τα χωρις A. 22 ἔχοντι] EG, εχωντι A. 26 Ξ] B, $E\Xi$ A. 29 τόν] EG, το A.

ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἔστιν οὖν μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου.

εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεοῦ καὶ ἄλλου περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκειμένου, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, πάλιν ὁμοίως δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἔστιν οὖν οὐδ' ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

κζ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω σφαιροειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμαμένον διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓΔ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ *ΒΔ*, κέντρον δὲ τὸ *Θ*· διοίσει δὲ οὐδέν, εἴτε ἁ μείζων ἐστὶ διάμετρος ἁ *ΒΔ* τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς εἴτε ἁ ἐλάσσων· τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα

---

1 μεῖζον ἐόν] BG, μειξεον A. 13 ἔχων ἤ] *Torellius*,

quod fieri non potest; nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. itaque segmentum conoidis cono Ψ maius non est.

sin minus est segmentum conoidis cono Ψ, inscripta in segmento figura solida et alia circumscripta ex cylindri frustis aequalem altitudinem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto conus Ψ segmentum excedit, rursus eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ [cfr. p. 388, 1 sq.], et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum Ψ [cfr. p. 388, 10 sq.]; quod fieri non potest.[1]) itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono Ψ. ergo constat propositum.

XXVII.

Quauis figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta dimidia pars sphaeroidis duplo maior est cono basim eandem habenti, quam segmentum, axemque eundem.[2])

sit figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta, eadem autem alio plano per axem posito secta figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus autem eius axisque sphaeroidis $B\Delta$ et centrum Θ; nihil autem interest, utrum maior diametrus sectionis coni acutianguli sit $B\Delta$ an minor; plani uero

1) Tum enim figura circumscripta maior esset cono Ψ (Eucl. V, 10), quod secus est (lin. 9).

2) P. 264, 22 sq.: *εἴ κά τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.*

ἔχοντι EG, εχωντι A (habet proportionem minorem quam B). 17 κζ'] A, κη' BH. 22 σχῆμα] *Basil.*, τμημα AB. 24 διά] B, του μεν δια A. σχήματος] *Basil.*, τμηματος AB. 27 Θ] B, $\Theta\Delta$ A. 29 ά] addidi, om. A.

τομὰ ἔστω ἁ ΓΑ εὐθεῖα· ἐσσεῖται δὴ αὕτα διὰ τοῦ Θ καὶ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν ΒΔ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπόκειται διὰ τοῦ κέντρου τε ἄχθαι καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. δεικτέον, ὅτι τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Β σαμεῖον, διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω γὰρ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, διπλασίων τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τὰν ΘΒ· φαμὶ δὴ τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ.

εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἁμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἢ τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι τῷ ἁμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ. ἐπεὶ οὖν οὗτος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός

---

3 τε ἄχθαι] scripsi, τεταχθαι AB. **11** δή] G, δε AB. **17** ἐχόντων] BGH, εχον τον A. **21** ἁμίσεος] DH, ἁμίσεως EG. ἐλάσσονι] B, ελασσον A. **24** τῷ ἁμισέῳ] scripsi, του αμισεος AB, τοῦ ἁμίσεως G. **25** βάσιν] scripsi, ο βασιν A.

figuram secantis sectio sit recta $\Gamma\Delta$; ea igitur per punctum Θ transibit et cum $B\Delta$ rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum et per centrum ductam esse et ad axem perpendiculare [Eucl. XI, 18; XI def. 4]. demonstrandum est, dimidiam partem sphaeroidis basim habentem circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum B, duplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam segmentum, axemque eundem.

sit enim conus aliquis, in quo sit littera Ψ, duplo maior cono basim habenti eandem, quam segmentum, axemque eundem ΘB; dico igitur, dimidiam partem sphaeroidis aequalem esse cono Ψ.

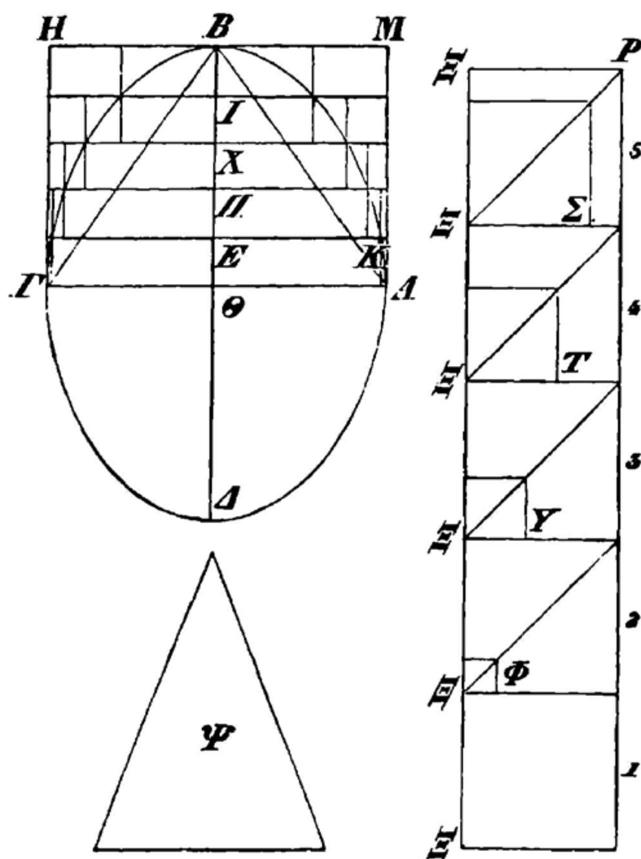
iam si dimidia pars sphaeroidis cono Ψ aequalis non est, sit primum, si fieri potest, maior. inscribatur igitur in segmento, quod dimidia pars est sphaeroidis, figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto excedit dimidia pars sphaeroidis conum Ψ [prop. 19]. itaque, quoniam figura circumscripta, quae maior est dimidia parte sphaeroidis, minore spatio excedit figuram inscriptam, quam quo dimidia pars sphaeroidis conum Ψ excedit, adparet, etiam figuram in segmento inscriptam, quod dimidia pars sphaeroidis est, maiorem esse cono Ψ. sit igitur cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum axemque $B\Theta$. iam quoniam hic cylindrus triplo maior est cono basim habenti eandem, quam segmentum, axemque eundem [Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10], conus Ψ autem duplo maior eodem cono, adparet, cylindrum dimidia parte maiorem esse cono Ψ. producantur igitur plana omnium cylindrorum, ex quibus composita est figura inscripta, usque ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, axemque eundem; totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero aequales cylindris figurae circumscriptae, magnitudine autem maximo eorum aequales. ponantur igitur lineae quaedam, in quibus sint litterae Ξ, numero partibus rectae $B\Theta$ aequales, magnitudine autem singulae aequales rectae

ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ Ψ κῶνος διπλάσιός ἐστι τοῦ αὐτοῦ κώνου, δῆλον, ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ἐκβεβλήσθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ἔστων [δὴ] οὖν γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἂν τὰ Ξ, τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς τᾶς ΒΘ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἑκάστα τᾷ ΒΘ, καὶ ἀπὸ ἑκάστας τετράγωνον ἀναγεγράφθω, ἀφαιρήσθω δὲ ἀπὸ μὲν τοῦ ἐσχάτου τετραγώνου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΙ· ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΙ, ΙΔ· ἀπὸ δὲ τοῦ παρ' αὐτῷ τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων διπλάσιον τᾶς ΒΙ· ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΧ, ΧΔ· καὶ ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἐχομένου τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω, οὗ πλάτος ἑνὶ τμάματι μεῖζον τοῦ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτοῦ ἀφαιρημένου

---

6 *ἔστε*] *Torellius*, *εσσειται* AB. 8 *διαιρημένος*] scripsi, *διαιρουμενος* A. 11 *ἔστων*] H, *εστω* D, *ἔστωσαν* EG. *δή*] A, om. BE. 12 *ἴσαι*] G, *ισα* A. 15 *δέ*] scripsi, *δη* A, etiam B. 16 *ἴσον*] H, *ισαν* A. *δή*] *Nizzius*, *δε* AB. 18 *τετραγώνου*] BEH, *τετραγωνων* A. 21 *οὗ*] addidi, om. AB. *ἑνί*] scripsi, *μεν η* A, habens aut portionem maiorem B, *μὲν ἔχων ἑνί Commandinus*. 22 *πρό*] BH, *προ του* A. In fig. octo quadrata, omnia cum diametris aequalibusque gnomonibus, habent AB; litteras ΡΣΤΥΦ(ΧΨΩ) in diametris ponunt. quadratum 1 a Torellio additum ego cum ceteris iunxi. B addit: ista figura in exemplari habebat omnes gnomones equales. preterea puto, quod mensura latitudinis gnomonum

$B\Theta$, et in singulis quadratum construatur, auferatur autem ab ultimo quadrato gnomon latitudinem habens rectae BI aequalem; is igitur aequalis erit rectangulo $BI \times I\Delta$;[1]) a quadrato



autem ei proximo auferatur gnomon latitudinem habens $2BI$; is igitur aequalis erit rectangulo $BX \times X\Delta$; et semper deinceps a quadrato sequenti auferatur gnomon, cuius latitudo una

1) Nam cum $B\Delta$ in partes aequales (in Θ) et in inaequales (in I) diuisa sit, erit (Eucl. II, 5) $BI \times I\Delta + I\Theta^2 = B\Theta^2$, h. e. $B\Theta^2 \div I\Theta^2 = BI \times I\Delta$. sed $B\Theta^2 \div I\Theta^2$ ipse gnomon est. et eodem modo ceteri gnomones inueniuntur.

debet esse non super diametrum tetragoni sed super latera; tamen in exemplari erat super diametrum.

γνώμονος· ἐσσεῖται δὴ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν τᾶς ΒΔ τμαμάτων, ὧν τὸ ἕτερον τμᾶμα ἴσον ἐστὶ τῷ πλάτει τοῦ γνώμονος. ἐσσεῖται δὴ καὶ [ἀπὸ] τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν τετράγωνον τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ ΘΕ. ὁ δὲ κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὥστε καί, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον· ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτόν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετραγώνου ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτᾷ ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ ἑπομένου αὐτῷ τετραγώνου ἀφαιρημένον. ἐντὶ δή τινα μεγέθεα, οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΞΞ, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίνδροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα, λέγονται δὲ οἱ κυλίνδροι ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λέγεται, καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ ποθ' ἓν λέγεται· πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ

---

4 *ἀπό*] AB; deleo. **5** *τᾷ*] G, *ταν* AB. **8** *ἔχοντα*] B,

parte maior est latitudine gnomonis ante ablati; unusquisque igitur eorum aequalis erit spatio partibus rectae $B\Delta$ comprehenso, quarum altera latitudini gnomonis aequalis sit. quare etiam quadrati secundi quod relinquitur, quadratum erit latus habens rectae ΘE aequale. cylindrus autem primus totius cylindri axem habens ΘE ad primum cylindrum figurae inscriptae eundem habentem axem ΘE eandem habet rationem, quam

$$A\Theta^2 : KE^2 \text{ [Eucl. XII, 11; XII, 2]};$$

quare etiam, quam $B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$;[1]) itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum quadratum ad gnomonem a secundo quadrato ablatum. et eodem modo etiam ceterorum cylindrorum axem habentium rectae ΘE aequalem unusquisque ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam quadratum eodem loco positum ad gnomonem a quadrato proxime sequenti ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, quadrata rectarum $\Xi\Xi$, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione, cylindri autem cum aliis magnitudinibus, cylindris figurae inscriptae, in proportione sunt, ultimus uero in nulla proportione [p. 379 not. 1], et quadrata cum aliis magnitudinibus, ⟨gnomonibus⟩ a quadratis ablatis, correspondentia in iisdem proportionibus, ultimum uero quadratum in nulla proportione; omnes igitur cylindri totius cylindri ad omnes ceteros cylindros eandem rationem

1) Apollon. I, 21; ZMP. XXV p. 48 nr. 5.

εχοντι A. 11 $B\Theta$] *Basil.*, BA A; *bd* B, mg. G. 12 τὸ ὑπό] BG, om. A. 13 *κύλινδρον*] *Basil.*, *κυκλον* AB. 16 ἴσον] H, *ισαν* A; fort. *τὰν ἴσαν*. 19 τό (alt.)] addidi, om. A. 22 ὅλῳ] *Torellius*, om. AB. τά] addidi, om. A. 27 ποθ' ἕν] B, ποθεν A. 28 τούς] *τοὺς γνώμονας τούς* B, *Nizzius*. 30 ποθ' ἕν] B, ποθεν A.

ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ' αὐτῶν· ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ' αὐτῶν. τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν γνωμόνων τῶν ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια· ἐντὶ γάρ τινες γραμμαὶ κείμεναι αἱ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΦ [ΞΨ, ΞΩ] τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἇν τὰ δύο Ξ, Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ· τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν, ἇν ἐστιν ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα ἢ τριπλάσια· τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τᾶν ἑλίκων ἐκδεδομένοις δέδεικται. ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἅ ἐντι ἀφαιρημένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον, ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια· τῶν οὖν γνωμόνων μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. ὥστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον· τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου.

---

3 *ἀφαιρημένους*] G, *αφαιρομενους* A, *ἀφαιρουμένους* *Basil.*

habebunt, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos [prop. 1]; itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem ad figuram inscriptam eandem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos. sed quadrata illa maiora sunt quam dimidia parte maiora omnibus gnomonibus ab iis ablatis; sunt enim lineae quaedam positae, ΞP, $\Xi\Sigma$, ΞT, $\Xi\Upsilon$, $\Xi\Phi$, aequali differentia inter se excedentes, et minima differentiae aequalis est,[1]) uerum etiam aliae quaedam lineae sunt, in quibus sunt duae litterae Ξ, Ξ, numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae; quadrata igitur omnium rectarum, quarum quaeque maximae aequalis est, omnibus quadratis rectarum inter se aequali differentia excedentium minora sunt quam triplo maiora, reliquis autem praeter quadratum maximae maiora quam triplo maiora; hoc enim in libro de helicibus edito demonstratum est [prop. 10 coroll.]. quoniam autem omnia quadrata minora sunt quam triplo maiora alteris quadratis, quae ab iis ablata sunt, adparet, reliquiis maiora ea esse quam dimidia parte maiora; gnomonibus igitur maiora sunt quam dimidia parte maiora. quare etiam cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem maior est quam dimidia parte maior figura inscripta; quod fieri non potest; nam dimidia parte maior est cono Ψ, et demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ.

---

1) Sunt enim $5\,BI$, $4\,BI$, $3\,BI$, $2\,BI$, BI.

---

7 *ἀφαιρημένους*] scripsi, *αφαιρομενους* A, *ἀφαιρουμένους* EG. 9 *ἤ*] BG, om. A. 11 $\Xi\Psi$, $\Xi\Omega$] AB, xq ante $x\psi$ ins. B, del. *Basil.*; cfr. p. 396 not. crit. 14 *τᾷ*] GH, *τῳ* A. 15 *ἄν*] B, *α* A. 16 *τῶν* (pr.)] addidi, om. A. *τᾶν τῷ ἴσῳ*] B, *των ισων* A, *τᾶν ἴσῳ* *Torellius.* 18 *μείζονα ἢ τριπλάσια*] B, *μειζον η τριπλασιον* A. 21 *τριπλάσια*] *Basil.*, *διπλασια* AB. 22 *μείζονα*] B, *να* post lac. A. 23 *ἡμιόλια* (alt.)] G, *ημιολιῳ* A. 24 *βάσιν*] BG, *βασιν μεν* A. 25 *ἢ ἡμιόλιος*] *Basil.*, *ημισεος* AB.

οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό, ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΠ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΠ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον· καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον· καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετρα-

---

1 ἔλασσον (pr.)] G, ελασσων A. 2 ἁμίσεον] GH, dimi-

sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur in dimidia sphaeroidis parte inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quo conus Ψ dimidiam sphaeroidis partem excedit, ceteraque eadem, quae antea, construantur. itaque, quoniam figura inscripta segmento minor est, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens ΘE ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem ΘE eandem rationem habet, quam primum quadratum ad se ipsum,[1]) secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens $E\Pi$ ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem $E\Pi$ eandem rationem habet, quam secundum quadratum ad gnomonem ab eo ablatum; et ceterorum etiam cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes rectam rectae ΘE aequalem, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum et axem eundem habentem eam rationem habet, quam quadratum eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum;[2]) itaque etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad spatium aequale quadrato primo gnomonibusque a reliquis qua-

1) Nam cylindri quoque aequales sunt.

2) Sint C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 cylindri circumscripti, c_1 c_2 c_3 c_4 inscripti, K partes totius cylindri, Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5 quadrata, g_2 g_3 g_4 g_5 gnomones. demonstratum est (p. 398, 5 sq.) $K : c_1 = Q_2 : g_2$, $K : c_2 = Q_3 : g_3$, $K : c_3 = Q_4 : g_4$, $K : c_4 = Q_5 : g_5$ (nam $Q_1 = Q_2$ cet.). et $c_1 = C_2$, $c_2 = C_3$, $c_3 = C_4$, $c_4 = C_5$.

dium B, *αμισθον* A. 6 *ᾧ*] B, om. A. 14 *αὐτό*] scripsi, *αὐτο* A. 17 *τῶν*] scripsi, *τον* A. 18 *δεύτερον*] B, $\bar{\beta}$ A. 21 *τάν*] addidi, om. A. 22 *περιγεγραμμένῳ*] *Torellius*, *εγγεγραμμενῳ* AB. 23 *καὶ ἄξονα ἔχοντα*] addidi praeeunte *Torellio*, om. AB. 24 *τόν*] addidi, om. A. *ὃν τό*] *Nizzius*, om. AB, mg.! B. *τεταγμένον*] *Nizzius*, *τεταγμενῳ* AB. 25 *τετράγωνον*] *Torellius*, *τετραγωνῳ* AB.

γώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τετραγώνων ἀφαιρημένοις. καὶ τὰ τετράγωνα πάντα ἐλάσσονά ἐντι ἢ ἡμιόλια τοῦ ἴσου τῷ τε πρώτῳ τετραγώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσιν τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις, διότι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονά ἐντι ἢ τριπλάσια· ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον· τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζόν ἐστιν οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

κη'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμαθῇ, ὁμοίως τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

τετμάσθω γὰρ σχῆμα σφαιροειδές, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓΔ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ *Θ*, τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἔστω ἁ *ΑΓ* εὐθεῖα· ἐσσεῖται δ' αὕτα διὰ τοῦ *Θ* ἀγομένα, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τοῦ κέντρου ἄχθαι. ἐσσεῖται οὖν τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν

---

8 βάσιν] scripsi, βασιν μεν AB. 13 τὸ ἡμίσεον] B, τον

dratis ablatis [prop. 1]. et quadrata omnia minora sunt quam dimidia parte maiora spatio aequali primo quadrato gnomonibusque a reliquis ablatis, quia quadratis rectarum aequali differentia inter se excedentium praeter quadratum maximae maiora sunt quam triplo maiora; quare cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem minor est quam dimidia parte maior figura circumscripta; quod fieri non potest; cono enim Ψ dimidia parte maior est, et demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. itaque dimidia pars sphaeroidis cono Ψ minor non est. ergo, quoniam neque maior est neque minor, aequalis ei est.

XXVIII.

Iam uero etiam si sphaeroides plano ad axem non perpendiculari per centrum secatur, sic quoque dimidia pars sphaeroidis duplo maior erit segmento coni basim eandem habenti, quam segmentum, axemque eundem.[1])

secetur enim figura sphaeroides, secta autem ea alio plano per axem posito ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c] centrumque eius punctum Θ, plani uero figuram secantis sectio sit recta $A\Gamma$; ea igitur per Θ ducta erit, quoniam suppositum est, planum per centrum ductum esse. itaque coni acutianguli sectio quaedam erit circum diametrum $A\Gamma$ descripta, quoniam suppositum est, planum secans ad axem non perpendiculare ductum esse [prop. 14]. ducantur igitur $K\Lambda$,

1) P. 256, 10: *εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· γίγνεται δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.*

ημισους A. **14** *δέ*] addidi, om. A, et quoniam B. *οὔτε* (alt.)] G, *ουδε* A. **15** *κη'*] A, *κθ'* BH. **21** *σχῆμα*] *Basil.*, *τμημα* AB. **26** *δ'*] AB, *δή* *Torellius.* *ἐπεί*] B, *επι* A.

ΑΓ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο οὐ ποτ' ὀρθὰς εἶμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. ἄχθων δή τινες αἱ ΚΛ, ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ, ἀπὸ δὲ τᾶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεστακέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαύοντι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἁ ΒΔ ἐπιζευχθεῖσα πεσεῖται διὰ τοῦ Θ, καὶ ἐσσοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμεῖα, ἄξονες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. δυνατὸν δή ἐστιν κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΘ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖταί τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· πάλιν δὲ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ ἀπὸ διαμέτρου τᾶς ΑΓ. εὑρεθέντος δὴ ἐσσεῖταί τι ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· λέγω δή, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἡμίσεον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου.

ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐνέγραψα δή τι εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν

2 *ἄχθων*] e corr. H, *αχθω* A, *ἄχθωσαν* EG. 3 *ἐπιψαύουσαι*] contingentes corr. ex contingentis B, *επιψαυουσαν* A. 5 *τῷ*] G, *το* A. 6 *ἐπιψαύοντι*] E, *επιψαυωντι* A. *δή*] scripsi, *δε* AB. *κατὰ τὰ Β, Δ*] *Torellius*, om. AB. 7 *ἁ ΒΔ*] B, *τα Β Δ* A. *διά*] B, *δε δια* A. 9 *ΘΔ*] B, *ΘΑ* A. *δή*] scripsi, *δε* AB. 12 *κυλίνδρου*] B, e corr. G, *κυλινδρος* A.

MN rectae $A\Gamma$ parallelae sectionem coni acutianguli in punctis B, Δ contingentes, et in rectis $K\Lambda$, MN erigantur plana plano in $A\Gamma$ posito parallela; ea igitur sphaeroides in punctis B, Δ contingunt [prop. 16, b], et ducta recta $B\Delta$ per Θ punctum cadet [prop. 16, c], uerticesque segmentorum erunt puncta B, Δ [p. 254, 4], axes autem $B\Theta$, $\Theta\Delta$ [p. 254, 5]. potest igitur fieri, ut inueniatur cylindrus axem habens $B\Theta$, in cuius superficie sit coni acutianguli sectio circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 9], eo autem inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam dimidia pars sphaeroidis, axemque eundem; rursus autem fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens punctum B, in cuius superficie sit coni acutianguli sectio in diametro $A\Gamma$ descripta.[1]) eo igitur inuento erit segmentum quoddam coni eandem basim habens, quam segmentum ⟨sphaeroidis⟩, axemque eundem; dico igitur, dimidiam sphaeroidis partem duplo maiorem esse hoc cono.

sit igitur conus Ψ duplo maior segmento coni. itaque, si dimidia pars sphaeroidis cono Ψ aequalis non est, sit primum, si fieri potest, maior. inscripsi igitur in dimidia parte sphaeroidis figuram solidam et aliam circumscripsi ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositam, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto dimidia pars sphaeroidis conum Ψ excedit [prop. 20]. itaque eodem modo, quo antea,[2]) demonstrabimus, figuram in dimidia parte sphaeroidis inscriptam maiorem esse cono Ψ, et frustum basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem dimidia parte

1) Ex prop. 8; nam recta $B\Theta$ perpendicularis non est.
2) Cfr. p. 389 not. 1.

13 τῷ ἡμισέῳ] scripsi, του ημισους A, cum dimidio B. 14 δέ] scripsi, δη AB. 17 δή] scripsi, δε AB. τι] scripsi, το A, om. B. 18 κώνου] *Torellius*, om. AB. 20 τοῦ κώνου] τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου *Nizzius*. 23 ἐνέγραψα] E, e corr. G, ενεγραψω A, ἐγγράψω H, inscribatur B. 25 περιέγραψα] A, circumscribatur B.

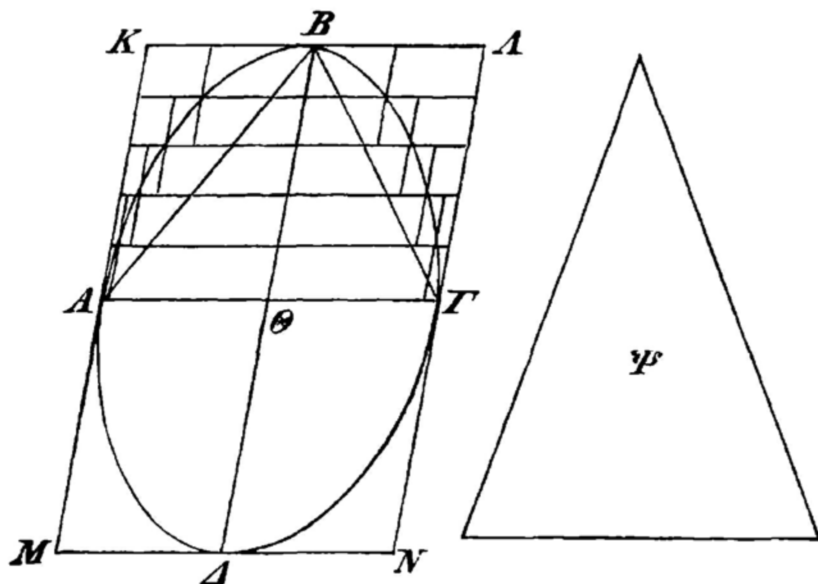
σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου καὶ ὁ τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν μεῖζον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου.

εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. πάλιν οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών, τοῦ δὲ περιγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἁμιόλιος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζόν ἐστιν οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἐστί. φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

5 *τόμος*] *τόμος τοῦ κυλίνδρου* *Commandinus*. **6** *μέν*] A, om. B. **7** *τῷ*] addidi, om. A. **8** *ἡμισέῳ*] BG, *ημισεως* A. *ὅπερ ἀδύνατον*] A, om. B. **9** *οὖν*] A, om. B. *μεῖζον*] B, om. A. **11** *εἰ*—**12** *κώνου*] addidi praeeunte *Commandino*, om. A, sed nec minus B. **12** *ἐγγεγράφθω*] A, inscribatur enim B. *εἰς*—**13** *περιγεγράφθω*] B, om. A. **13** *ἐκ*] BG, om. A. **23** *τό*] GH, *του* A. **24** *μεῖζόν*] EG, e corr. H, *μειζων* A.

maius esse cono Ψ, maius autem quam dimidia parte maius figura in dimidia parte sphaeroidis inscripta; quod fieri non potest. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ.

sin minor est dimidia pars sphaeroidis cono Ψ, in dimidia parte sphaeroidis figura solida inscribatur, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto conus Ψ dimidiam



partem sphaeroidis excedit [prop. 20]. rursus igitur eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ, et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem dimidia parte maius esse cono Ψ, minus autem quam dimidia parte maius figura circumscripta; quod fieri non potest. quare dimidia pars sphaeroidis ne minor quidem erit cono Ψ. et quoniam neque maior est neque minor, aequalis est. ergo constat, quod demonstrandum erat.

οὔτε (alt.)] scripsi, *οὐδὲ* A. Fig. non obliqua, litterae *B*, *Δ* permutatae in AB.

κϑ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου ὀρϑῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἔλαττον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα τό τε ἡμίσεον τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ ὁ ἄξων τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.

ἔστω γάρ τι τμᾶμα σφαιροειδέος σχήματος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρϑῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἔστω ἁ ΒΖ, κέντρον δὲ τὸ Θ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα τομὰ ἔστω ἁ ΑΓ εὐθεῖα· ποιήσει δὲ αὔτα ὀρϑὰς γωνίας ποτὶ τὰν ΒΖ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρϑὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα ὑπέκειτο· ἔστω δὲ τὸ τμᾶμα τὸ ἀποτετμαμένον, οὗ κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχήματος, καὶ τᾷ ΒΘ ἴσα ἔστω ἁ ΖΗ. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ.

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἐλάσσονι τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἔστω δὲ καὶ κῶνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα

---

1 *κϑ'*] om. A, *λ'* BH. 6 *ὃν*] BG, om. A. *συναμφότερα*] BG, *α συναμφοτερα* A. *τό τε ἡμίσεον*] scripsi, medietas B, *τα ημισεα* A, *τά τε ἡμίσεα* G. 8 *τόν* (alt.)] DE, om. GH.

XXIX.

Quauis figura sphaeroide plano secta per centrum non posito, sed ad axem perpendiculari, minus segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, axemque eundem eam habet rationem, quam simul utrumque, dimidius axis sphaeroidis axisque segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.[1])

sit enim segmentum aliquod figurae sphaeroidis plano ad axem perpendiculari non per centrum abscisum, secto autem eo alio plano per axem posito figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus uero sectionis et axis sphaeroidis sit recta BZ centrumque Θ, plani autem segmentum abscindentis sectio sit recta $A\Gamma$; ea autem cum BZ rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum ad axem perpendiculare esse [Eucl. XI, 18; XI def. 4]; segmentum autem abscisum, cuius uertex est B punctum, minus sit quam dimidium sphaeroidis, et sit $ZH = B\Theta$. demonstrandum, segmentum, cuius uertex sit B, ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, axemque eundem eam habere rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$.

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum minus, axemque eundem, sit autem etiam conus, in quo sit littera Ψ, ad conum eandem basim habentem ⟨quam segmentum axemque eundem⟩ eam habens rationem, quam

---

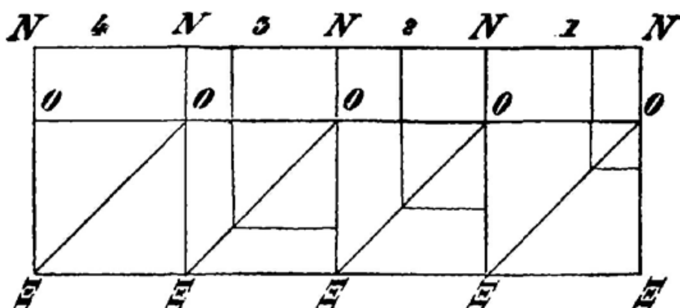
1) P. 254, 26: *εἰ δέ κα ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.* cfr. praeterea infra p. 432, 26 sq.

---

9 *σχήματος*] B, *τμηματος* A. **19** *ἀμίσεον*] scripsi, *αμισους* A. **20** *ἁ ZH*] B, *του AZH* A. **24** *τάν*] G, *τα* A. **25** *δή*] B, *δε* A.

τὰν αὐτὰν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ· φαμὶ δὴ τὸν Ψ κῶνον ἴσον εἶμεν τῷ τμάματι τῷ κορυφὰν ἔχοντι τὸ Β σαμεῖον.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μεῖζόν ἐστι τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου,

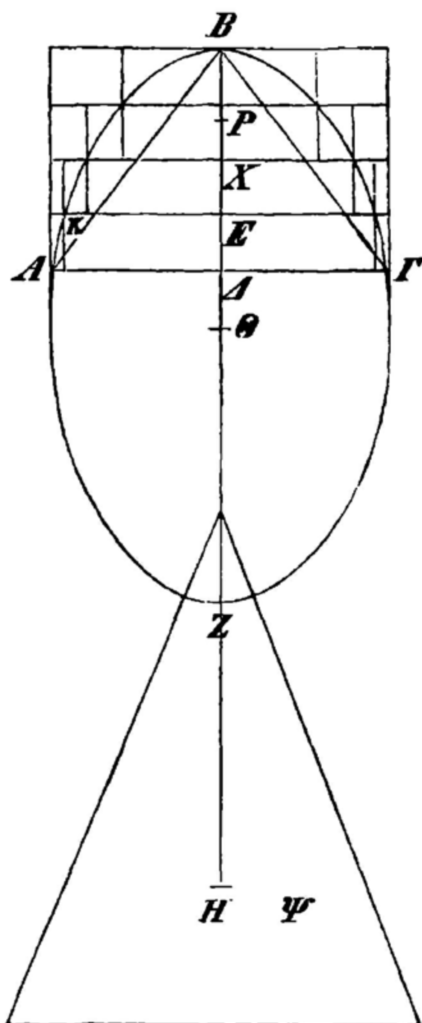


δῆλον, ὅτι μεῖζόν ἐστι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ ἁ ΒΡ. ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν ΒΗ τριπλασία ἐστὶν τᾶς ΒΘ, ἁ δὲ ΒΔ τᾶς ΒΡ, δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστὶν ἁ ΔΗ τᾶς ΘΡ· ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΘΡ. ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν

---

1 *αὐτάν*] A, eandem cum portione B, *αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν Nizzius.* 10 *ἐλάσσονι*] B, *ελασσον* A. 14 *τᾶς* — 15 *ἐστίν*] addidi praeeunte *Basil.*, om. AB; *BH* lin. 14 lacuna relicta om. B, mg. *bh fm̄*; praetera *τᾶς ΘΡ* lin. 15 om.

$\Delta H : \Delta Z$; dico igitur, conum Ψ aequalem esse segmento uerticem habenti punctum B.



nam si aequalis non est, sit primum, si fieri potest, minor. inscripsi igitur in segmento figuram solidam et aliam circumscripsi ex cylindris altitudinem aequalem habentibus compositam, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto segmentum sphaeroidis maius est cono Ψ [prop. 19]. iam quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, figuram inscriptam excedit spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. sit igitur

$$BP = \tfrac{1}{3} P\Delta.$$

iam quoniam $BH = 3\,\dot{B}\Theta$, et $B\Delta = 3\,BP$, adparet, esse $\Delta H = 3\,\Theta P$; itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, axemque $B\Delta$ ad conum eandem basim habentem axemque eundem eam rationem habet, quam $\Delta H : \Theta P$ [Eucl. XII, 10]. conus autem, quem commemorauimus, ad

19 τοῦτον] *Torellius*, τουτον εχει AB. In litteris figurae nonnulla turbata A. In A tria sunt rectangula cum aequalibus gnomonibus; in primo latus quadrati interioris productum non est. in B additur: ultimum sine gnomone vacat. non debet esse, et infra: in exemplari duo maiores gnomones protrahebantur usque ad lineam *mn* et in pede (cetera recisa).

λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ· ἕξει οὖν ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἔστων δὴ γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἂν τὰ Ξ, Ν, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσιν τοῖς τᾶς ΒΔ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ ΖΔ, ἔστω δὲ καὶ τᾶν ΞΟ ἑκάστα ἴσα τᾷ ΒΔ· τᾶν οὖν ΝΟ ἑκάστα διπλασία ἐσσεῖται τᾶς ΘΔ. παραπεπτωκέτω δὴ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν χωρίον τι πλάτος ἔχον ἴσον τᾷ ΒΔ, ὥστε εἶμεν ἕκαστον τῶν ἐχόντων τὰς διαμέτρους τετράγωνον. ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ πρώτου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΕ, ἀπὸ δὲ τοῦ δευτέρου πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΧ, καὶ ἀφ' ἑκάστου τὸν αὐτὸν τρόπον εἷς ἀπὸ τοῦ ἑπομένου χωρίου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων ἑνὶ τμάματι ἔλασσον τοῦ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτοῦ γνώμονος ἀφαιρημένου· ἐσσεῖται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΖ, καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπτωκὸς παρὰ τὰν ΝΟ ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ τὰν τοῦ ὑπερβλήματος πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ ΔΕ, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δευτέρου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΧ, ΧΒ, καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ τὰν ΝΟ παραπεπτωκὸς ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις ἑξοῦντι. διάχθω δὲ τὰ

---

1 ΔΖ] *Basil.*, ΔΗ AB. ΔΗ] *Basil.*, mut. in ΔΖ E, ΔΖ AB. *ἀνομοίως*] utique similiter B, mg. *ανομοιωσ*. 2 *τεταγμένων*] A, turbatarum B. 3 *τὸν* Ψ] EG, *το* Ψ A. 4 *ἔστων*] e corr. H, *εστω* A, *ἔστωσαν* EG. 6 *τᾶς*] BG, *τα* A. 7 ΞΟ] e corr. B, ΞΘ A. 8 *τᾶν*] mg. G, *τα* AB. 12 *τᾷ*] G, e corr. E, *ταν* A. 13 *ἀφ'*] AB; fort. *ἐφ'*. 15 *ἑνί*] *Torellius*, *εν* AB. 20 *ΝΟ*] e corr. B, Θ A. 21 *ἔχον*] e corr.

conum Ψ eandem rationem habet, quam $\varDelta Z : \varDelta H$; itaque cum perturbata sit proportio [Eucl. V def. 18], cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem ad conum Ψ eandem habebit rationem, quam $\varDelta Z : \Theta P$ [Eucl. V, 23]. sint igitur lineae quaedam positae, in quibus sint puncta Ξ, N, numero partibus rectae $B\varDelta$ aequales, magnitudine uero singulae aequales rectae $Z\varDelta$, sint autem etiam rectae ΞO singulae rectae $B\varDelta$ aequales; itaque rectae NO singulae erunt $= 2\,\Theta\varDelta$.[1]) adplicetur igitur unicuique harum rectarum spatium latitudinem habens rectae $B\varDelta$ aequalem, ita ut unaquaeque figurarum diametros habentium quadratum sit. auferatur igitur a primo spatio gnomon latitudinem habens rectae BE aequalem, a secundo autem gnomon latitudinem habens rectae BX aequalem, et in unoquoque spatio eodem modo gnomon a spatio sequenti auferatur latitudinem habens una parte minorem latitudine gnomonis ante eum ablati; itaque gnomon a primo spatio ablatus aequalis erit rectangulo $BE \times EZ$,[2]) et reliquum erit spatium rectae NO adplicatum excedens figura quadrata latusque excessus rectae $\varDelta E$ aequale habens, gnomon autem a secundo spatio ablatus erit $= ZX \times XB$, et reliquum erit spatium rectae NO adplicatum figura quadrata excedens,[3]) ceteraque eodem modo

---

1) Nam
$$NO = \Xi N \div \Xi O = Z\varDelta \div B\varDelta = \Theta\varDelta + B\Theta \div B\varDelta = 2\,\Theta\varDelta.$$

2) Nam gnomon $= Z\varDelta \times B\varDelta \div E\varDelta \times (Z\varDelta \div BE)$
$$= Z\varDelta \times (B\varDelta \div E\varDelta) + BE \times E\varDelta = Z\varDelta \times BE + BE \times E\varDelta$$
$$= BE \times (Z\varDelta + E\varDelta) = BE \times EZ.$$

3) Cuius latus erit $2\,\varDelta E$.

E, εχων A. 25 διάχθω δέ] scripsi, δε ωδε AB, mg. protrahatur for. B.

ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι, ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΔ, ΔΖ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΖ· ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον· ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἕκαστος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ἐντὶ οὖν μεγέθεά τινα οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ καὶ ἄλλα μεγέθεα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα πλάτος ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ ΒΔ, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, λέγονται δὲ οἵ τε κυλίνδροι ποτ' ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λέγεται, καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τοὺς ἀπ'

---

1 *τό*] scripsi, *το τε* A. 6 *τοῖς*] BGH, *τους* A. 7 *πρῶ-*

se habebunt. producantur autem plana omnium cylindrorum, ex quibus composita est figura in segmento inscripta, ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, axemque eundem; totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine uero maximo eorum aequales. primus igitur cylindrus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem ΔE eandem habet rationem, quam $\Delta\Gamma^2 : KE^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2]. ea autem eadem est, quam habet $B\Delta \times \Delta Z : BE \times EZ$ [Apollon. I, 21; cfr. supra p. 399 not. 1]; itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum spatium ad gnomonem ab eo ablatum; et eodem modo etiam ceterorum cylindrorum totius cylindri unusquisque axem habens rectam rectae ΔE aequalem ad cylindrum in figura inscripta eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habet, quam spatium eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, spatia rectae ΞN adplicata latitudinem habentia rectam rectae $B\Delta$ aequalem, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione,[1]) praeterea autem et cylindri cum aliis cylindris, qui sunt in figura inscripta, in proportione sunt, ultimus uero in nulla proportione, et spatia cum aliis spatiis, ⟨gnomonibus⟩ ab iis ablatis, correspondentia in iisdem proportionibus, ultimum uero spatium in nulla proportione;[2])

---

1) Quia cylindri cylindris, spatia spatiis aequalia sunt.
2) Quia a spatio ultimo nullus gnomon ablatus est.

τος] G, πρωτος ο A. 9 τῶν] G, τον AB. 11 $\Delta\Gamma$] *Basil.*, ΔE AB. 18 κατ' αὐτόν] BGD², κατα τον A. 20 ὅν] B, om. A. 23 τὰ χωρία τά] scripsi, χωρια A. 28 ποθ' ἕν] B, ποθεν A. 29 τούς] cfr. p. 398, 28.

αὐτῶν ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον οὐδὲ ποθ' ἓν λέγεται· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας· ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας. καὶ ἐπεὶ ἐντί τινες γραμμαὶ ἴσαι κείμεναι, ἐφ' ἆν τὰ Ν, Ο, καὶ παρ' ἑκάσταν παραπέπτωκέν τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχοντι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα ἐστὶ τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλα ἐντὶ χωρία παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα, πλάτος δὲ ἔχοντα τὰς ἴσας τᾷ ΒΔ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, δῆλον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσω λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέρᾳ τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ. φανερὸν οὖν, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ· ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. ἔστιν δὲ τᾷ μὲν ΞΝ ἴσα ἁ ΔΖ, τᾷ δὲ ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ ἁ ΔΘ, τὰ δὲ

2 ποθ' ἕν] B, ποθεν A. 12 τῷ] addidi, om. A.

adparet igitur, etiam omnes cylindros ad omnes alteros eandem rationem habituros esse, quam omnia spatia ad omnes gnomones [prop. 1]; itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem ad figuram in segmento inscriptam eandem rationem habebit, quam omnia spatia ad omnes gnomones. et quoniam positae sunt lineae quaedam aequales, in quibus sunt litterae N, O, singulisque adplicatum est spatium figura quadrata excedens, latera autem excessuum aequali differentia inter se excedunt, differentiaque minimo aequalis est, et alia spatia sunt, quae rectae ΞN sunt adplicata latitudinem habentia rectam rectae $B\Delta$ aequalem, numero illis[1]) aequalia, magnitudine autem singula maximo aequalia, adparet, omnia simul spatia, quorum quodque maximo aequale est, ad omnia altera spatia minorem rationem habere quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$ [prop. 2]. itaque manifestum est, eadem spatia ad omnes gnomones maiorem rationem habitura esse quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$;[2]) quare cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem ad figuram in segmento inscriptam maiorem rationem habet quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$. sed $\Xi N = \Delta Z$, $\frac{1}{2} NO = \Delta \Theta$, $\frac{2}{3} \Xi O = \Delta P$;[3])

---

1) Spatiis, quae rectis NO adplicata sunt.

2) Sit summa spatiorum $\Xi N = s_1$, summa spatiorum

$$NO = s_2,$$

summa gnomonum $= s_3 \, (s_3 = s_1 \div s_2)$; erit

$$s_1 : s_2 < \Xi N : \tfrac{1}{2} NO + \tfrac{1}{3} \Xi O.$$

tum conuertendo (Pappus VII, 48 p. 688)

$$s_1 : s_3 > \Xi N : \Xi N \div \tfrac{1}{2} NO \div \tfrac{1}{3} \Xi O.$$

sed $\Xi N = NO + \Xi O$; itaque

$$\Xi N \div \tfrac{1}{2} NO \div \tfrac{1}{3} \Xi O = \tfrac{1}{2} NO + \tfrac{2}{3} \Xi O.$$

3) Nam $B\Delta = 3 BP = \Xi O = BP + \Delta P$.

τάς] addidi, om. A. ἴσας] AB, ἴσαν H, ἴσον *Torellius*. **19** συναμφοτέρα] AB, συναμφοτέραις *Torellius*. **24** τᾶς] BG, τα A. 29 $\Delta\Theta$] *Torellius*, ΔE AB.

δύο τριταμόρια τᾶς ΞΟ ἁ ΔΡ· ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἐδείχθη ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· μείζονα οὖν ἕξει λόγον ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου.

ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφὲν ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἔσχατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ ποτ' αὐτό· ἑκάτερα γὰρ ἴσα ἐστίν· ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἐόντα τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ

---

1 δύο τριταμόρια] scripsi, τριτα δυο μορια A. 13 ὑπερ-

itaque totus cylindrus ad figuram in segmento inscriptam maiorem habet rationem quam $\Delta Z : \Theta P$. sed demonstratum est, eundem cylindrum ad conum Ψ eam habere rationem, quam $\Delta Z : \Theta P$; maiorem igitur rationem habebit ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ;[1]) quod fieri non potest; nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. quare segmentum sphaeroidis cono Ψ maius non est.

uerum, si fieri potest, sit minus. rursus igitur in segmento insribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris aequalem altitudinem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto conus Ψ maior est segmento [prop. 19], ceteraque eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura circumscripta inscriptam excedit spatio minore, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam ultimum spatium eorum, quae rectae ΞN adplicata sunt latitudinem habentia rectae $B\Delta$ aequalem ad se ipsum; utraque enim inter se aequalia sunt; secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens rectae ΔE aequalem ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum eandem rationem habet, quam primum spatium eorum, quae rectae ΞN adplicata sunt latitudinem habentia rectae $B\Delta$ aequalem, ad gnomonem ab eo ablatum,[2]) et etiam ceterorum

1) Itaque figura inscripta minor est cono Ψ (Eucl. V, 10).

2) Quia secundus cylindrus figurae circumscriptae aequalis est primo inscriptae; tum u. p. 416, 16. idem in ceteris cylindris fit.

ἔχειν] G, υπερεχει A. 14 μείζων] G, μειζον A. 19 τοῦ] EG, το A. 22 τῶν] G, τον AB. 24 ΞN] B, ΞM A. 25 ποτ' αὐτό] cfr. p. 402, 12. 27 ἴσον] scripsi, ισαν A. 28 τῶν] scripsi, τον AB.

παραπεπτωκότων πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτοῦ, καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμόλογον χωρίον αὐτᾷ τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον πρώτου λεγομένου τοῦ ἐσχάτου· καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ χωρίῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν ἄλλων διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΝΟ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ, δῆλον, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ τὰ λοιπά, ἅ ἐντι ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρουμένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ δυσὶ τριταμορίοις τᾶς ΞΟ· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον

---

1 ἴσον] *Torellius*, ισαν A. 4 ἴσον] scripsi, ισαν A. 5 αὐ-

cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt et axem rectae ΔE aequalem habent, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum eandem rationem habet, quam correspondens spatium eorum, quae rectae ΞN adplicata sunt, ad gnomonem ab eo ablatum, ita ut ultimum primo loco numeretur;[1]) quare etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnia spatia rectae ΞN adplicata ad spatium aequale spatio ultimo loco posito gnomonibusque a ceteris ablatis propter eadem, quae antea [prop. 1]. iam quoniam demonstratum est [prop. 2], omnia spatia rectae ΞN adplicata ad omnia spatia rectae NO adplicata figura quadrata excedentia praeter maximum maiorem rationem habere quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$, adparet, eadem spatia ad reliqua, quae aequalia sunt spatio ultimo loco posito gnomonibusque a ceteris ablatis, minorem rationem habere quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$;[2]) adparet igitur, etiam cylindrum basim habentem eandem, quam segmentum, axemque eundem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere, quam habet $Z\Delta : \Theta P$.[3]) sed quam rationem habet $\Delta Z : \Theta P$, eam habet cylindrus ille ad conum Ψ

1) Fingatur spatium 4 alteri parti adfixum. proportiones igitur hae erunt (cfr. p. 403 not. 2) $K : C_1 = Q_4 : Q_4$;

$$K : C_2 = Q_1 : g_1;\ \ K : C_3 = Q_2 : g_2;\ \ K : C_4 = Q_3 : g_3.$$

Q spatia ΞN sunt.

2) Ἀναστρέψαντι; u. Pappus VII, 48 p. 686; cfr. p. 419 not. 2.

3) Nam $Z\Delta = \Xi N$, $\Theta P = \Theta\Delta + \Delta P = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$; u. p. 418, 28 et p. 419 not. 3.

τόν] A, eandem habet B. 8 πρώτου] scripsi, προ του AB. λεγομένου] B et omisso τοῦ H, λεγομεν A; ⌢ mg. add. E. πάντες] BG, παντος A. 13 γνωμόνεσσι] GH, γνωμονεσι A. 15 πάντα — 16 χωρία] addidi praeeunte *Torellio*, om. AB. 24 τᾷ τε ἡμισέᾳ] *Torellius*, ταις τε ημισεαις AB. 25 τριταμορίοις] GH, mut. in τριταμωρίοις E, τριταμωριοις D. 28 $Z\Delta$] BG, ZA A.

ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τοῦ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

λʹ.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῇ τὸ σφαιροεδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέρᾳ τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδές, ὡς εἴρηται, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα, καὶ παρὰ τὰν ΑΓ ἄχθων αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Ζ, καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαυσοῦντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Ζ, καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ Β, Ζ. ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς

---

2 *ἄρα*] B, om. A. 3 *ἢ*] B, om. A. 5 *ἔλασσον*] A, portio minor B, *ἔλασσον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα* *Torellius*. 6 *κώνου*] AB, *Ψ κώνου* *Torellius*. 8 *λʹ*] om. A, *λαʹ* BH. 11 *τὸ βάσιν ἔχον*] scripsi, *του βασιν εχοντος* AB. 13 *ἁ ἴσα*

[p. 414, 1]; itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam ad conum Ψ;[1]) quod fieri non potest; nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. quare ⟨segmentum sphaeroidis⟩ minus non est cono ⟨Ψ⟩. ergo, quoniam neque maius neque minus est, aequale est.

XXX.

Iam uero, etiam si ⟨plano⟩ ad axem non perpendiculari sphaeroides secatur nec per centrum posito, minus eius segmentum ad coni segmentum basim habens eandem, quam segmentum ⟨sphaeroidis⟩, axemque eundem eam habebit rationem, quam recta utrique simul aequalis, et dimidiae rectae uertices segmentorum inde orientium iungenti et axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.[2])

secetur enim figura sphaeroides ita, ut diximus, et secta ea alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit *ΑΒΓ* coni acutianguli sectio [prop. 11, c], plani uero figuram secantis recta *ΓΑ*, et rectae *ΑΓ* parallelae ducantur *ΠΡ*, *ΣΤ* sectionem coni in punctis *B*, *Z* contingentes, in iisque plana erigantur plano in *ΑΓ* posito parallela; ea autem sphaeroides in punctis *B*, *Z* contingent [prop. 16, b], et uertices segmentorum erunt *B*, *Z* [p. 254, 4]. ducatur igitur recta uertices segmentorum iungens, et sit

1) Quare figura circumscripta maior est cono Ψ (Eucl. V, 10).

2) P. 256, 15: *εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον κτλ., ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων κτλ. ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.*

συναμφοτέρᾳ] B, *αι συναμφοτεραι* A. 19 *τομά*] GH, *τομαν* A. 20 *ΑΒΓ*] *Nizzius*, *ΑΒΓΔ* AB. 22 *ἄχθων*] H, *αχθω* A, *ἄχθωσαν* EG. 24 *ἐπίπεδα παράλληλα*] *Nizzius*, *επιπεδον παραλληλον* AB. 25 *τά*] *Basil.*, *το* A. 26 *τά* — p. 426, 1 *τμαμάτων*] addidi praeeunte *Nizzio*, om. AB.

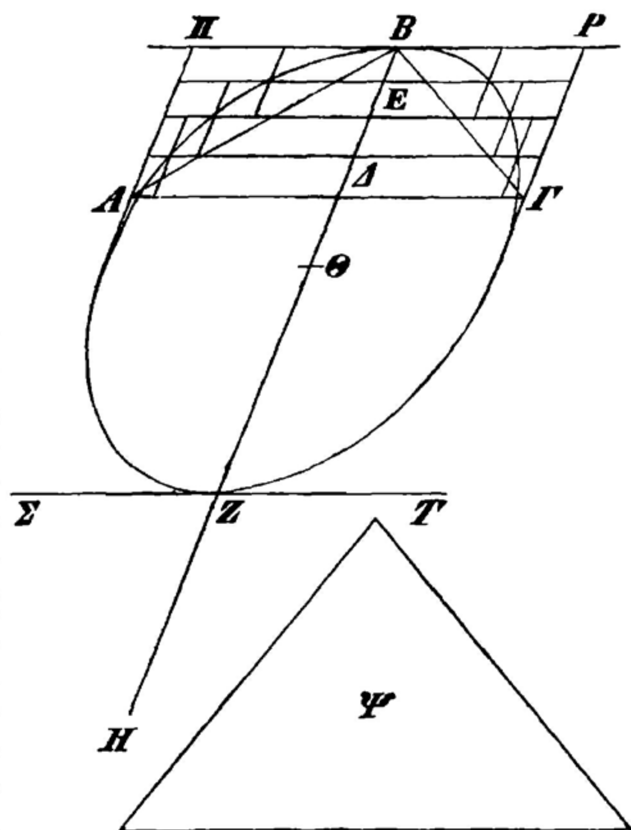
τῶν τμαμάτων ἐπιζευγνύουσα καὶ ἔστω ἁ ΒΖ· πεσεῖται δὲ αὕτα διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω κέντρον τοῦ σφαιροειδέος καὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν ὑπέκειτο μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τετμᾶσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομὰ καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ ΓΑ. λελάφθω οὖν ὅ τε κύλινδρος ὁ ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· ἐσσεῖται δὴ τόμος τις κυλίνδρου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν καὶ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ· ἴσα δὲ ἔστω ἁ ΖΗ τᾷ ΘΖ.

λελάφθω δή τις κῶνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ

---

1 ἐπιζευγνύουσα] scripsi, ἐπιζευχθεισα DG, ἐπιζευχθεῖσαι BEH. 7 ὁ (alt.)] addidi, om. A. 14 καί — 15 αὐτόν] BGH, mg. addito ♃ D, om. E. 17 τὸ βάσιν ἔχον] scripsi, του βασιν εχοντος AB. 19 ΘΖ] B, mg. dz; ΔΖ A. 21 τὸ βάσιν ἔχον] scripsi, του βασιν εχοντος AB. 22 ἔχων] EH, εχον A. Fig. non obliqua in AB.

BZ; ea autem per centrum cadet [prop. 16, c]; et centrum sphaeroidis sectionisque coni acutianguli sit Θ. iam quoniam suppositum erat, figuram plano ad axem non perpendiculari sectam esse, sectio est coni acutianguli sectio diametrusque eius ΓA [prop. 14]. sumatur igitur et cylindrus axem habens in producta recta $B\Delta$, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 9], et conus uerticem habens punctum B, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 8]; erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem, et segmentum coni eandem basim habens, quam segmentum, axemque eundem. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis, cuius uertex sit B, ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum ⟨sphaeroidis⟩, axemque eundem eam rationem habiturum esse, quam $\Delta H : \Delta Z$; sit autem $ZH = \Theta Z$.



sumatur igitur conus aliquis, in quo sit littera Ψ, qui ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem eam habeat rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$. iam si segmentum sphaeroidis cono Ψ aequale non est,

κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὴ τῷ προτέρῳ δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅ ἐστιν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου μεῖζον.

ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. ἐγγεγράφθω δὴ πάλιν εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενα, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος. πάλιν δὴ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ Ψ κώνου καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅ ἐστιν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου. φανερὸν οὖν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τοῦ

1 *κυλίνδρων*] A, cylindri B. 11 *ἐγγεγράφθω*] scripsi,

primum, si fieri potest, maius sit. inscripsi igitur in segmento sphaeroidis figuram solidam et aliam circumscripsi ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositam, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto segmentum sphaeroidis conum Ψ excedit [prop. 20]. eodem igitur modo, quo supra, demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ, et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem ad figuram inscriptam maiorem rationem habere quam ad conum Ψ; quod fieri non potest. quare segmentum sphaeroidis maius non erit cono Ψ.

uerum, si fieri potest, sit minus. rursus igitur in segmento figura solida inscribatur, et alia circumscribatur, ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quanto conus Ψ segmentum excedit [prop. 20]. rursus igitur eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ, et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum Ψ; quod fieri non potest. quare segmentum ne minus quidem erit cono. ergo manifestum est, quod erat demonstrandum.

XXXI.

Quauis figura sphaeroide secta plano ad axem perpendiculari, per centrum autem non posito, segmentum maius ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, axemque eundem eam rationem habet, quam recta utrique

---

εγγεγραμμενον AB. **12** *εἰς*] AB, *ἔστω εἰς Torellius.* *περιγεγράφθω*] scripsi, *περιγεγραμμενον* AB. **13** *ἴσον*] G, ɔ (del.) equalem altitudinem B, om. A. **14** *ὑπερέχειν*] GH, *υπερεχει* A. **22** *δ ἔδει*] B, *ως δει* A. **23** *λα´*] om. A, *λβ´* BH. **28** *συναμφοτέραις*] A, simulutrique B.

ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

τετμάσθω τι σφαιροειδές, ὡς εἴρηται, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σχήματος ἁ ΒΔ, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἁ ΓΑ εὐθεῖα· ἐσσεῖται δὲ αὕτα ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ· ἔστω δὲ μεῖζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφὰ τὸ Β, καὶ κέντρον τοῦ σφαιροειδέος τὸ Θ. ποτικείσθω δὴ ἁ ΔΗ τᾷ ΔΘ ἴσα καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ ἴσα· δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

τετμάσθω δὴ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἔστω κορυφὰν ἔχων τὸ Δ σαμεῖον· ἔστιν δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς διπλάσιον τοῦ τμάματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸ δὲ εἰρημένον τμᾶμα διπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· δέδεικται γὰρ ταῦτα· τὸ ὅλον οὖν σφαιροειδὲς τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ εἰρημένου. ὁ δὲ κῶνος οὗτος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν

5 *σχήματος*] *Torellius*, *τμηματος* AB. 7 *δέ*] *Torellius*, om. AB. 8 *δέ*] scripsi, *δη* AB. 25 *δέ*] scripsi, *δη* AB.

simul aequalis, et dimidio axi sphaeroidis et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.[1])

secetur sphaeroides aliquod ita, ut diximus, secto autem eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni acutianguli sectio, diametrus autem eius axisque figurae $B\Delta$ [prop. 11, c], plani uero secantis recta ΓA; ea autem ad rectam $B\Delta$ perpendicularis erit [p. 394, 2]; et maius segmentum sit id, cuius uertex est B punctum, centrum autem sphaeroidis sit Θ. adiiciatur igitur recta ΔH rectae $\Delta\Theta$ aequalis et BZ eidem aequalis; demonstrandum, segmentum sphaeroidis, cuius uertex sit B, ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, axemque eundem, eam habere rationem, quam habeat $EH : E\Delta$.

secetur igitur sphaeroides plano per centrum ad axem perpendiculari, et in circulo inde orto [prop. 11, c] conus construatur uerticem habens punctum Δ; totum igitur sphaeroides duplo maius est segmento basim habenti circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum, uerticem autem punctum Δ [prop. 18], et segmentum illud duplo maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, axemque eundem [prop. 27]; haec enim demonstrata sunt; itaque totum sphaeroides quadruplo maius est cono, quem commemorauimus. sed hic conus ad conum basim habentem circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum Δ, rationem habet compositam ex ratione $\Theta\Delta : E\Delta$ et $K\Theta^2 : EA^2$;[2]) et

$$K\Theta^2 : EA^2 = B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

---

1) P. 254, 26: εἰ δέ κα ὀρϑῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαϑῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐϑείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.

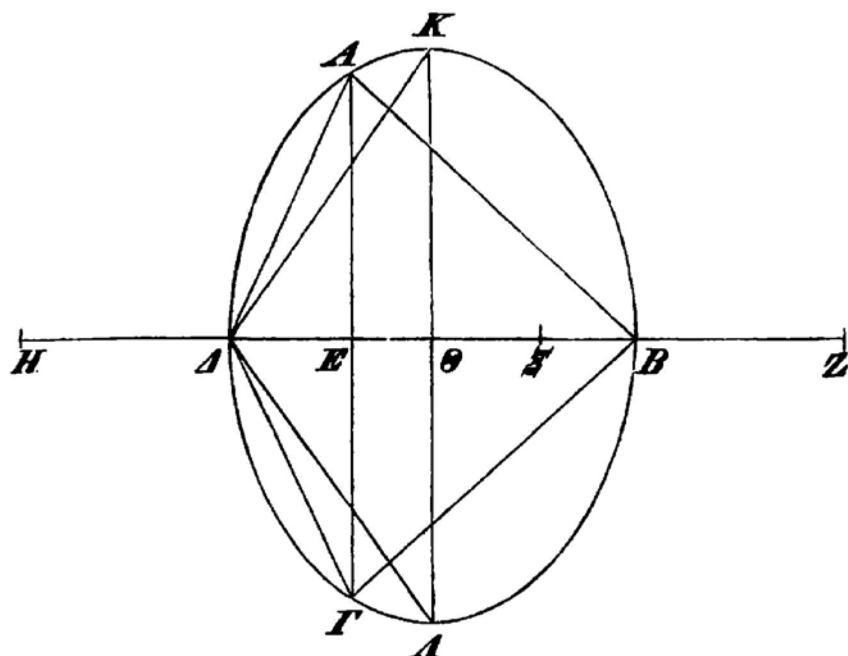
2) U. prop. 10 et Eucl. XII, 2; nam basis segmenti circulus est (prop. 11, c).

ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΘΔ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΑ*· ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΑ*, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ *ΒΘ*, *ΘΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ *ΘΔ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*, τοῦτον ἐχέτω ἁ *ΞΔ* ποτὶ τὰν *ΘΔ*· ἕξει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΘ*, *ΘΔ*, ὃν ἁ *ΔΘ* ποτὶ τὰν *ΔΕ*. ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ *ΞΔ*, *ΘΒ* ποτὶ τὸ ὑπὸ *ΒΘΔ*, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΘ*, *ΘΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*· ἔχει οὖν ὁ μὲν κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΚΛ*, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*. ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον, ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ* ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ *ΖΕ*, *ΕΔ* [τουτέστιν ἁ *ΒΕ* ποτὶ *ΕΖ*· τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ

---

7 *ΘΔ*] B, mg. *tạ*; *ΘΑ* A. **11** *ΒΘΔ*] AB. **13** *ὁ αὐτός*] A, eadem autem B. **16** *τάν*] GH, *τα* A. **22** *τοῦ*] G, *το του* A. **25** *ΖΕ*, *ΕΔ*] *Basil.*, *ΞΕ ΒΕ* A; $\overset{z}{\underset{\cdot}{x}}$*e be* B, mg. for.

[Apollon. I, 21; cfr. supra p. 399 not. 1]. sit igitur [Eucl. VI, 11] $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$; quare erit etiam $\Xi\Delta \times B\Theta$



$: B\Theta \times \Theta\Delta = \Delta\Theta : \Delta E$. ratio autem composita ex rationibus

$$\Xi\Delta \times \Theta B : B\Theta \times \Theta\Delta \text{ et } B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

eadem est, quam habet $\Xi\Delta \times \Theta B : BE \times E\Delta$; itaque conus basim habens circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum, uerticem autem punctum Δ, ad conum basim habentem circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum Δ, eandem rationem habet, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$. sed conus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum Δ, ad segmentum sphaeroidis basim habens eandem, quam conus, axemque eundem eam habet rationem, quam

$$BE \times E\Delta : ZE \times E\Delta;^{1)}$$

1) Habent enim eam rationem, quam $BE : ZE$ (prop. 29). sed quae sequuntur uerba lin. 25 τουτέστιν — p. 434, 5 BE, quibus

ἄξονα τὸν αὐτὸν δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος, οὗτος δέ ἐστιν, ὃν ἔχει ἁ *ZE* ποτὶ τὰν *BE*]· ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσεος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *BΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ZE*, *EΔ*. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ZH*, *ΞΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *BΘ*, *ΞΔ* [τετραπλάσιον γὰρ ἑκάτερον], ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *BΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ZE*, *EΔ*, ἔχοι κα καὶ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ZH*, *ΞΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ZEΔ*· ὥστε καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ZH*, *ΞΔ* τοῦ ὑπὸ τᾶν *ZE*, *EΔ*, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ZEΔ*. ὑπερέχει δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν *ZH*, *ΞΔ* τοῦ ὑπὸ τᾶν *ZE*, *EΔ* τῷ τε ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *EH* περιεχομένῳ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν

---

1 ἔχον] H, e corr. E, εχων A. 7 τοῦ ἡμίσεος] τοῦ ἡμίσεως G, medietate B, του ημισυ A. 10 ἡμισέῳ] G, ημισυ A. 17 ἔχοι] A, habebit B, ἔχει G. κα] addidi, om. AB. 19 *ZH*] B, mg. ζη; *ZN* A. 20 *ZEΔ*] AB. 22 *ZH*] B, *ZN* A. τοῦ] *Torellius*, το A. 23 *ZEΔ*] AB. 24 τό] *Basil.*, τον AB. τοῦ] *Basil.*, α A, quod B.

quare conus, qui in dimidia parte sphaeroidis est, ad segmentum sphaeroidis, quod minus est dimidia parte, eandem rationem habet, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta$ [Eucl. V, 22]. iam quoniam totum sphaeroides ad conum, qui in dimidia parte sphaeroidis est, eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta : B\Theta \times \Xi\Delta,^{1)}$$

conus autem, qui in dimidia parte sphaeroidis est, ad segmentum, quod minus est dimidia parte sphaeroidis, eam rationem habet, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta$, etiam totum sphaeroides ad segmentum eius minus eandem rationem habebit, quam $ZH \times \Xi\Delta : ZE \times E\Delta$ [Eucl. V, 22]; quare etiam maius sphaeroidis segmentum ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta \div ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

[Eucl. V, 17]. sed

$$ZH \times \Xi\Delta \div ZE \times E\Delta = \Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E;^{2)}$$

itaque maius segmentum sphaeroidis ad minus eandem rationem habet, quam

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : ZE \times E\Delta.$$

---

sine causa repetitur prop. 29 tota, subditiua sunt; neque enim τουτέστιν lin. 25 aptum est, quod tum demum locum haberet, si Archimedes proportione $BE : EZ$ uti uellet. ut nunc est, ita debuit scribere: ὃν ἁ BE ποτὶ EZ, τουτέστι τὸ περιεχόμενον ὑπὸ BE, $E\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ ZE, $E\Delta$. praeterea in repetitione propositionis 29 offendit τᾷ τε ἡμισέᾳ τοῦ ἄξονος lin. 2, ubi genus femininum explicari nequit (at p. 256, 7 recte se habet), qui error iam p. 410, 6 irrepsit; sed ibi καὶ ὁ ἄξων p. 410, 7 errorem arguit.

1) Nam sphaeroides cono quadruplo maius est (p. 430, 24) et $ZH \times \Xi\Delta = 4 B\Theta \times \Xi\Delta$ (p. 430, 11). uerba τετραπλάσιον γὰρ ἑκάτερον lin. 12—13 suspecta sunt; cfr. p. 371 not. 2.

2) Nam $ZH = EH + EZ$; itaque

$$ZH \times \Xi\Delta = EH \times \Xi\Delta + EZ \times \Xi\Delta;$$

$$\text{et } EH \times \Xi\Delta + EZ \times \Xi\Delta \div EZ \times E\Delta$$

$$= EH \times \Xi\Delta + EZ \times (\Xi\Delta \div E\Delta) = EH \times \Xi\Delta + EZ \times E\Xi.$$

ΖΕ, ΞΕ· ἔχει ἄρα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕΔ [τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ], ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ μείζονι τμάματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον· τὸν γὰρ τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν· ἔχοι οὖν κα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ. οὗτος δὲ ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ· τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ, καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΕ, ΖΕ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ· ἁ γὰρ ΞΕ ποτὶ τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ διὰ τὸ ἀνάλογόν τε εἶμεν τὰς ΞΔ, ΘΔ, ΔΕ, καὶ τὰν ΘΔ ἴσαν εἶμεν τᾷ ΗΔ· καὶ τὸ ἴσον οὖν ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ ποτὶ τὸ ἴσον συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ

---

3 *ΕΗ*] B, *ΕΝ* A. 8 *ΒΕΔ*] AB, *ΒΕ ΕΔ* *Torellius.*

minus autem segmentum sphaeroidis ad conum eandem basim habentem axemque eundem eam habet rationem, quam $ZE \times E\varDelta : BE \times E\varDelta$,[1]) et conus, qui in minore segmento est, ad conum, qui est in maiore, eandem rationem habet, quam $BE \times E\varDelta : BE^2$; coni enim rationem altitudinum inter se habent, quoniam eandem habent basim [Eucl. XII, 14; cfr. supra prop. 10]; quare maius segmentum sphaeroidis ad conum in eo inscriptum eam rationem habet, quam

$$\Xi\varDelta \times EH + ZE \times \Xi E : BE^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

haec autem ratio eadem est, quam habet $EH : E\varDelta$; est enim $\Xi\varDelta \times EH : \Xi\varDelta \times E\varDelta = EH : E\varDelta$, et

$$\Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\varDelta;$$

nam $\Xi E : \Theta E = EH : E\varDelta$, quia proportionales sunt rectae $\Xi\varDelta$, $\Theta\varDelta$, $\varDelta E$, et $\Theta\varDelta = H\varDelta$;[2]) itaque etiam

$$\Xi\varDelta \times EH + ZE \times \Xi E : \Xi\varDelta \times E\varDelta + ZE \times \Theta E = EH : E\varDelta.\text{[3])}$$

---

1) Quare segmentum maius : conus in minore inscriptus $= \Xi\varDelta \times EH + ZE \times \Xi E : BE \times E\varDelta$ [Eucl. V, 22]. uerba τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ZE ποτὶ τὰν BE lin. 9 prorsus superuacua sunt, cum Archimedes iam p. 432, 20 sq. hac ipsa proportione usus sit, nulla addita causa; itaque interpolatori tribuenda sunt.

2) Erat (p. 432, 6) $\Xi\varDelta : \varDelta\Theta = \varDelta\Theta : \varDelta E$; quare [Eucl. V, 17] $\Xi\Theta : \varDelta\Theta = E\Theta : \varDelta E = \Xi\Theta : H\varDelta$; unde [Eucl. V, 16]

$$\Xi\Theta : E\Theta = H\varDelta : \varDelta E$$

et [Eucl. V, 18] $\Xi E : \Theta E = EH : E\varDelta$.

3) Nam

$$EH : E\varDelta = \Xi\varDelta \times EH : \Xi\varDelta \times E\varDelta = \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E;$$

---

9 ZE] *Basil.*, $Z\Theta$ AB. 14 ἔχοι] A, habebit B, ἔχει *Nizzius*. οὖν] *Nizzius*, itaque B, αν A. κα] scripsi, και AB. 16 ὃν] B, om. A. 18 ZE] *Basil.*, $Z\Theta$ AB. 19 δ] BG, om. A. 21 EH] B, e corr. G, EN A. $E\varDelta$] G, for. *ed* mg. B, lac. BH, om. DE. 23 λόγον] BG, λόγον · $E\varDelta$ · A; cfr. lin. 21. EH] BGH, EN A. 24 ἁ] e corr. G, αι A. 25 τε] scripsi, το A. 26 εἶμεν] E, τ' ειμεν A. $H\varDelta$] B, $N\varDelta$ A. 27 τε] addidi, om. A. 29 $\Xi\varDelta$] *Basil.*, ΞE AB.

τᾶν ΖΕ, ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ. τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΒ τετράγωνον ἴσον ἐντὶ ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ· τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τᾶς ΒΘ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ περιεχομένῳ, ἁ δὲ ὑπεροχά, ᾇ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΘ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ, ἐπεὶ ἴσαι αἱ ΒΘ, ΒΖ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ μεῖζον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

λβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμᾶμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.

τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα, παρὰ δὲ τὰν ΑΓ

---

1 *ὅν*] BG, om. A. 4 *τῷ*] BG, *το* A. 5 *ἁ*] EG, *ο* A. 6 *μεῖζόν*] scripsi, *μειζων* A. 8 *αἱ*] GH, *α* A. 12 *λβ'*] om. A, *λγ'* BH. 16 *τὸ βάσιν ἔχον*] scripsi, *του βασιν εχοντος* AB. 17 *ἁ συναμφοτέραις*] scripsi, equalis simulutrique B, *αι συναμφοτεραι* A; fort. *ἁ συναμφοτέρᾳ*. 18 *τε*] G, om. A. 22 *ἄλλῳ*] BG, *αλλα* A.

sed $EB^2 = \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E$; nam

$$B\Theta^2 = \Xi\Delta \times E\Delta,^{1)}$$

et $BE^2 \div B\Theta^2 = ZE \times \Theta E$, quoniam $B\Theta = BZ$;[2]) ergo adparet, maius sphaeroidis segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, axemque eundem eam habere rationem, quam $EH : E\Delta$.

XXXII.

Iam uero, etiam si plano ad axem non perpendiculari secatur sphaeroides nec per centrum posito, maius segmentum eius ad coni segmentum eandem basim habens, quam segmentum ⟨sphaeroidis⟩, axemque eundem eam habebit rationem, quam recta utrique simul aequalis, et dimidiae rectae uertices segmentorum inde orientium iungenti et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.[3])

secetur sphaeroides plano ita, ut diximus, et secto eo alio

---

unde [Eucl. V, 16]

$$\Xi\Delta \times EH : \Xi E \times ZE = \Xi\Delta \times E\Delta : ZE \times \Theta E,$$

et [Eucl. V, 18]

$$\Xi\Delta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi E \times ZE$$
$$= \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E : ZE \times \Theta E,$$

et [Eucl. V, 16]

$$\Xi\Delta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E$$
$$= \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta.$$

1) Nam $B\Theta = \Theta\Delta$, et $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : \Delta E$; tum u. Eucl. VI, 17.

2) Nam $BE^2 = B\Theta^2 + E\Theta^2 + 2B\Theta \times E\Theta$ (Eucl. II, 4)

$$= B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + 2B\Theta)$$
$$= B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + B\Theta + BZ)$$
$$= B\Theta^2 + E\Theta \times EZ.$$

3) P. 256, 15: *εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν κτλ.* ut hoc loco, nisi quod lin. 18 *αὐτᾶς τᾶς* legitur, et lin. 19 *γενομένων* omittitur.

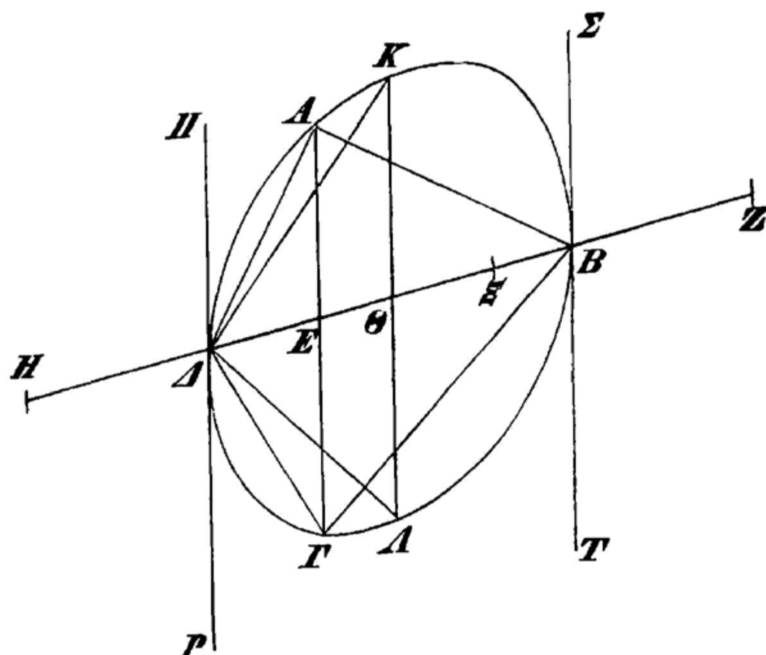
ἄχθωσαν αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαυσοῦντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ Β, Δ. ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς ἐπιζευγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ· πεσεῖται δ' αὕτα διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ, μεῖζον δὲ ἤ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τὸ τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β, ποτικείσθω δὲ ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μεῖζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἀπότμαμα κώνου κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται τό τε ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν

---

1 *Β, Δ*] AB; *Δ, Β* *Torellius.* **3** *ἐπιψαυσοῦντι*] G, *επιψαυσωντι* A, contingent B. **4** *ἐσσοῦνται*] E, *εσουνται* A. **8** *δὲ ἤ*] *Torellius*, *οντος* A, autem ens maior medietate B. *τό* (alt.)] EH, *τῳ* A. **9** *τό* (pr.)] addidi, om. A. *ἁ*] *Basil.*, *τας* A, *τᾷ* G, ipsi B. **10** *τᾷ*] *Basil.*, *α* AB. **12** *τὸ βάσιν ἔχον*] scripsi, *τον βασιν εχοντος* AB. **20** *ΘΔ*] B, mg. *tą*; *ΘΑ* A. *τῷ*] BG, *το* A. **21** *τό* (alt.)] *του* AB. **22** *ἐγγεγραμμένον*] scripsi, *εγγεγραμμενῳ* A, *ἐγγεγραμμένου* BG. **23** *τὸ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένον*] scripsi, *του εν τῳ ελασσονι εγγεγραμμενου* AB. Fig. non obliqua in AB.

plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis recta ΓA, et rectae $A\Gamma$ parallelae ducantur rectae ΠP, ΣT sectionem coni acutianguli in punctis B, Δ contingentes, ab iisque erigantur plana plano in $A\Gamma$ posito parallela; ea autem sphaeroides in punctis B, Δ contingent [prop. 16, b], et uertices segmentorum erunt B, Δ [p. 254, 4]. ducatur igitur uertices segmen-



torum ortorum iungens recta $B\Delta$; ea autem per centrum cadet [prop. 16, c]; centrumque sit Θ, et segmentum, cuius uertex est B, maius sit quam dimidia pars sphaeroidis, adiiciatur autem recta ΔH aequalis rectae $\Delta\Theta$ rectaque BZ eidem aequalis. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis maius ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum, axemque eundem eam habere rationem, quam $EH : E\Delta$.

secetur enim sphaeroides plano per centrum posito plano in $A\Gamma$ posito parallelo, et in dimidia parte sphaeroidis inscribatur segmentum coni uerticem habens punctum Δ, sit

ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένον ποτὶ τὸ τμᾶμα τό, ἐν ᾧ ἐγγέγραπται, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ· ἕξει οὖν τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ἕξει οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ· τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρου ἑκάτερον· τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ· ἕξει οὖν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα αὐτοῦ [τοῦ σφαιροειδέος] τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ· αὐτὸ δὲ τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον τὸν

---

3 *τό*] *του* AB. *ἐγγεγραμμένον*] scripsi, *εγγεγραμμενου* AB. 4 *ἔχον*] BG, *εχοντα* A. 6 *τό* (alt.)] *του* AB. 7 *ἐγγεγραμμένον*] scripsi, *εγγεγραμμενου* AB. 9 *ΒΘ*] *Basil.*, *ΒΕ* AB. 11 *τό*] *του* AB. *ἐγγεγραμμένον*] scripsi, *εγγεγραμμενου* AB. 13 *ΒΘ*] *Basil.*, *ΒΞ* AB. 17 ΖΕ] mg. B (*zζ ze* uel *ż*), ΖC A, lac. B. 18 *τοῦ σφαιροειδέος*] AB, deleo. 20 *ΖΗ — ὑπὸ τᾶν*] B, bis A. 25 *τὸ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον*] scripsi, *του εν αυτῳ εγγεγραμμενου* AB.

autem $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$. itaque eodem modo, quo supra, demonstrabimus, segmentum coni in dimidia parte sphaeroidis inscriptum ad segmentum coni in segmento minore inscriptum eandem rationem habere, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$, et segmentum coni in segmento minore inscriptum ad segmentum, in quo inscriptum sit, eam rationem habere, quam

$$BE \times E\Delta : ZE \times E\Delta;$$

itaque segmentum coni in dimidia parte sphaeroidis inscriptum ad minus segmentum sphaeroidis eam rationem habebit, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta$ [Eucl. V, 22]. iam uero totum sphaeroides ad segmentum coni in dimidia parte sphaeroidis inscriptum eandem rationem habebit, quam $ZH \times \Xi\Delta : B\Theta \times \Xi\Delta$; utrumque enim utroque quadruplo maius est;[1]) segmentum autem coni, quod commemorauimus, ad minus segmentum sphaeroidis eandem rationem habet, quam

$$\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta;$$

itaque totum sphaeroides ad minus segmentum eius eandem rationem habebit, quam $ZH \times \Xi\Delta : ZE \times E\Delta$ [Eucl. V, 22]; ipsum autem segmentum maius ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta \div ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

[Eucl. V, 17]. segmentum autem minus ad segmentum coni in eo inscriptum eandem rationem habet, quam $ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta$;[2]) et segmentum coni in minore segmento in-

1) H. e. sphaeroides segmento coni et rectangulum

$$ZH \times \Xi\Delta$$

rectangulo $B\Theta \times \Xi\Delta$ (nam $ZH = 4\,B\Theta$). cfr. p. 434, 12.

2) Quare segmentum maius sphaeroidis ad segmentum coni in minore inscriptum eam habet rationem, quam

$$ZH \times \Xi\Delta \div ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta \text{ (Eucl. V, 22).}$$

quae sequuntur uerba p. 444, 2 δέδεικται — 3 BE, subditiua sunt; nam, si opus essent, adiicienda erant p. 442, 6; cfr. p. 437 not. 1.

αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ [δέδεικται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ]· τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον· τὰ γὰρ ἀποτμάματα τῶν κώνων τὰ εἰρημένα τὸν τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν, τὰ δὲ ὕψεα αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τῷ τᾶς ΔΕ ποτὶ τὰν ΕΒ· ἔχει οὖν καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΗΖ, ΞΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΖΕΔ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον· ὁ δὲ λόγος οὗτος ὁμοίως τῷ πρότερον δειχθείη κα ὁ αὐτὸς ἐὼν τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

---

4 *τό*] scripsi, *του* AB. *ἐλάσσονι* — 5 *τῷ*] addidi praeeunte *Basil.*, om. AB. 6 *ἐγγεγραμμένον*] scripsi, *εγγεγραμμενον* AB. 9 *ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι*] B, mg. suppleui; om. A. 10 *τῷ*] B, *τον* A. 11 *τάν*] G, *τον* A. *οὖν*] addidi, om. A, autem B. 14 *τοῦ*] *Basil.*, *το* A. 15 *ΖΕΔ*] AB. 16 *κα*] addidi, om. AB (demonstrabitur B). In fine: *περι κωνοειδων και σφαιροειδων* A; explicit liber Archimedis de conoydalibus et speroydalibus. completa fuit eius translatio idibus novembris anno XPI 1269 B.

---

scriptum ad segmentum coni in segmento maiore inscriptum eandem rationem habet, quam $BE \times E\Delta : BE^2$; nam segmenta conorum, quae commemorauimus, rationem altitudinum habent, quoniam eandem habent basim [prop. 10], et altitudines eorum eandem rationem habent, quam

$$\Delta E : EB;$$ [1])

itaque etiam maius segmentum sphaeroidis ad segmentum coni in eo inscriptum eandem rationem habet, quam

$HZ \times \Xi\Delta \div ZE \times E\Delta : BE^2$ [Eucl. V, 22; cfr. p. 443 not. 2];

hanc autem rationem eandem esse atque $EH : E\Delta$, eodem modo, quo supra [p. 436, 19 sq.; cfr. p. 434, 23], demonstrabimus.

---

1) Ducantur enim a punctis B, Δ rectae ad $A\Gamma$ perpendiculares. orientur trianguli rectanguli similes, quorum hypotenusae erunt ΔE, EB, catheti autem inter se correspondentes rectae perpendiculares, quae altitudines conorum erunt; tum u. Eucl. VI, 4.

Corrigendum.

P. 6 in adparatu scribendum: 14 ἔχουσιν] e corr. B, εχουσα ABC.

REPRINT 2011

www.degruyter.com
ISBN 978-3-11-098325-8